

Anafig

DIDACTICIEL
EXERCICES INTERACTIFS

ANALYSE DE FIGURES PLANES

Ministère de l'Éducation Nationale, de la Recherche et de la Technologie

Conservatoire National
des Arts et Métiers
CREEM

Direction de la Technologie

SDTETIC – B1

Sommaire

Le logiciel Anafig.....	3
Objectifs.....	3
Anafig : installation du logiciel	5
Introduction : les logiciels de Travaux Pratiques Mathématiques	6
Principe.....	6
Répondre par une figure.....	7
Garder une trace du travail	8
La réalisation informatique1	10
Organisation commune1	10
Lien du logiciel Anafig avec GeoplanW.....	13
Description des activités dans le logiciel ANAFIG	14
Vue d'ensemble des activités proposées.....	14
Activité "Points mobiles des 3 figures".....	16
Les activités du groupe "Pour prendre un bon départ"	17
Les activités du groupe "Cibles sur les 3 figures".....	22
Les activités du groupe "Reproduction des 3 figures"	27
Annexe 1 : un questionnaire pour faire le point.....	35
Questionnaire.....	35
Annexe 2 : une démarche expérimentale en mathématiques	36

¹ Les deux parties de cette brochure concernant les logiciels de Travaux Pratiques Mathématiques de manière générale, et non spécifiquement Anafig, sont identiques dans la brochure du logiciel Homothétie à quelques variantes près (celle qui concerne le lien avec GeoplanW ne l'est par contre pas).

LE LOGICIEL ANAFIG

Anafig est un Logiciel de Travaux Pratiques Mathématiques². Cet environnement donne de nombreuses possibilités facilitant un travail individuel dirigé de l'élève. Celui-ci pourra en particulier enregistrer l'état de son travail pour le reprendre à une séance ultérieure (Anafig est prévu pour être utilisé sur plusieurs séances), il pourra sauvegarder et imprimer un compte rendu de son travail.

Comme les autres LTPM, il fonctionne sous Windows.

La documentation écrite comporte plusieurs niveaux de lecture. D'une part, elle présente le logiciel et décrit chacune des activités. D'autre part elle propose, présentées au fil des activités, quelques indications de prolongements possibles que les enseignants pourront adapter à leurs classes. De plus, elle comporte des parties plus théoriques (indiquées par le titre "Pour aller plus loin"), plus particulièrement destinées aux enseignants et aux élèves des niveaux supérieurs ; la lecture de ces parties devrait être le point de départ d'une réflexion personnelle sur les notions sous-jacentes.

Objectifs

Le logiciel AnaFig peut surprendre au premier abord. Ce n'est pas un logiciel-outil, comme par exemple Derive, ou comme peuvent également être utilisés GeoplanW et GeospacW. Ce n'est pas non plus un didacticiel dédié à une notion ou une compétence figurant clairement dans les programmes scolaires de mathématiques.

Il convient donc de clarifier les objectifs.

Le but le plus immédiatement perceptible, bien que ce ne soit pas le principal, est l'acquisition d'une (relativement) bonne **connaissance du logiciel GeoplanW**, des moyens d'investigation qu'il donne, et d'une autonomie raisonnable dans son utilisation ultérieure.

Cet apprentissage se fait au cours d'activités diverses, centrées sur la découverte des liens unissant les objets de quelques figures. L'unique moyen dans AnaFig de mener cette recherche est **expérimental**. C'est un choix, qui correspond à un objectif essentiel du logiciel : le développement d'une aptitude à **faire des conjectures**, et à les **contrôler par l'expérimentation** (et non par la démonstration).

² Le CREEM a déjà publié un autre LTPM, Interesp, diffusé par le CRDP de Reims en même temps que GeospacW. Ce logiciel fait travailler sur des constructions d'intersections dans l'espace

Le logiciel amène à travailler sur certaines notions fondamentales des mathématiques fortement corrélées aux aspects précédents. Mais signalons, avant de détailler ce point, qu'il n'est pas indispensable que les élèves (à certains niveaux élémentaires en particulier) aient conscience de cette orientation de leur travail : il s'agit d'une sensibilisation par l'exemple et les manipulations, sans formalisme.

Restons dans un premier temps dans le seul cadre de la géométrie.

La perception qu'ont les élèves de la **notion de figure** est souvent simpliste et réductrice. En particulier, le flou qui entoure habituellement les aspects variables et donc quantifiés d'une situation géométrique, tant dans les énoncés que dans les démonstrations, est une source d'erreur, voire d'incompréhension ; l'attitude classique de l'élève qui dans un exercice conclut par simple lecture de son dessin au lieu de faire la démonstration attendue "dans le cas général" peut y trouver un élément d'explication.

Les différentes activités exploitent les aspects variables des figures ; ceci devrait aider à en acquérir une image plus exacte, et par suite une meilleure compréhension de la géométrie.

Les utilisateurs de ce logiciel seront ainsi amenés à faire un travail - rappelons-le, tout à fait informel - en relation avec la **notion de variable**, dont l'étude est plus souvent réservée à l'analyse. Ils observeront divers ensembles de référence (comme par exemple le cercle sur lequel varie tel point libre). Ils étudieront les liens entre les variables : variables libres ou non, indépendantes ou liées.

Associée à cet aspect se trouve la notion de **propriété quantifiée**. Voici par exemple une propriété géométrique à quantification universelle : "Quelles que soient les positions des points libres, la droite (XY) a toujours la même direction", une autre à quantification existentielle : "Il existe une position du point X pour laquelle Y est le milieu de [XZ]". Sans qu'il soit requis de formuler des propriétés de ce type, le logiciel amènera à en observer puis à les utiliser.

Certaines activités utilisent des contre-exemples pour nier une propriété universelle. Cette démarche pourra ensuite être soulignée et réinvestie dans un autre cadre.

Il est recommandé au professeur d'examiner l'ensemble du logiciel avant de proposer tout ou partie des activités à ses élèves ; il se fera ainsi une idée plus claire des moyens mis en œuvre pour atteindre les objectifs décrits.

Il saura trouver dans les situations de son enseignement quotidien (dans les domaines géométriques, mais aussi analytiques, ...) de nombreuses façons de réinvestir et de compléter le travail que les élèves auront fait, pour continuer à implanter les notions abordées. Quelques idées pour un travail dans ce sens sont proposées dans la notice.

Anafig : installation du logiciel

Contenu du répertoire Anafig (ou de la disquette Anafig)

Pour fonctionner, le logiciel demande la présence, dans le même répertoire, des fichiers **Anafig.exe**, **Desexpor.dll**, **Gpexport.dll**, **GeoplanW.hlp**.

Contenu :

- ces quatre fichiers compressés,
- le logiciel d'installation **Installe.exe**,

Remarque : les fichiers Desexpor.dll, Gpexport.dll, GeoplanW.hlp sont les mêmes que ceux du programme GeoplanW version 2 qui les utilise ainsi que le didacticiel Homoth. Il est donc recommandé d'installer ces trois logiciels dans le même répertoire. Le logiciel d'installation vous propose de ne pas réinstaller ces fichiers communs.

Installation

Exécuter, sous Windows, le logiciel "INSTALLE.EXE" et suivre les instructions. On commence par choisir le répertoire dans lequel seront décompressés tous les fichiers. Le répertoire proposé doit se trouver sur un disque ayant au moins 3 MO disponibles. On peut ensuite demander la création d'un groupe (dans le gestionnaire de programme pour Windows 3.1 ou 3.11 ou dans le sous menu Programmes du menu Démarrer pour Windows 95).

Le logiciel d'installation n'écrit que dans le répertoire choisi sauf, bien sûr, si on a demandé la création d'un groupe. Pour "désinstaller" le logiciel, il suffit donc de supprimer ce répertoire et éventuellement le groupe correspondant s'il a été créé.

Conditions de fonctionnement

Anafig est un logiciel destiné à des ordinateurs de type compatible PC munis de Windows (à partir de la version 3) et ayant au moins 4 MO de mémoire.

Introduction : les logiciels de Travaux Pratiques Mathématiques

Principe

Le logiciel de construction mathématique, GeoplanW³, est utilisable aussi bien en collectif qu'en individuel pour illustrer cours ou exercices, conjecturer, faire des mathématiques de manière expérimentale.

L'utilisation individuelle de GeoplanW, avec une fiche de travail, est pratiquée dans les classes mais se pose alors la question de l'évaluation du travail de l'élève. Le temps à passer pour tout examiner est très important. L'auto-évaluation n'est pas non plus une chose aisée à mettre en œuvre car elle demande un recul et une compréhension du problème que ne possèdent pas facilement les élèves. Enfin, une fiche papier ne permet pas de donner aux élèves les aides progressives ou le guidage dont ils peuvent avoir besoin.

C'est pourquoi nous avons pensé créer un environnement pédagogique qui incite les élèves à analyser et à travailler sur des figures GeoplanW⁴ en répondant à des questions, en réalisant des constructions avec une évaluation immédiate du travail.

Quels que soient leur objectif pédagogique et leur contenu les logiciels de travaux pratiques mathématiques ont à leur disposition une structure commune.

³ GeoplanW est un logiciel écrit par le CREEM et diffusé par le CRDP de Reims. Il succède à GEOPLAN, qui fait partie de l'ensemble "Activités mathématiques avec imagiciels, première et terminale" diffusé par le CRDP de Poitou-Charentes.

⁴ La notion de "figure" est décrite dans le fascicule accompagnant GeoplanW et dans l'aide de GeoplanW. Elle est étudiée dans le logiciel Anafig. Résumons brièvement ici ce dont il s'agit.

GeoplanW permet de construire des "figures" qui sont décrites en texte et constituées d'objets fixes (points, droites, cercles, nombres, fonctions etc.) ou de variables prenant leurs valeurs dans des ensembles de nombres, de points, de droites, etc. ; chacun de ces objets est soit indépendant des autres, soit construit à partir d'autres en utilisant des moyens mathématiques habituels. Chacune des variables a une "valeur" à chaque instant et cette valeur est un nombre ou un point ou une droite ou un solide etc. Cette valeur est soit fixe, soit déterminée par l'utilisateur si l'objet est variable et indépendant des autres, soit calculée à partir des valeurs des objets intervenant dans la construction.

Répondre par une figure

Chaque exercice est présenté dans une fenêtre Windows qui offre les menus nécessaires au déroulement de l'activité ainsi que les boutons utiles. Outre le texte de l'activité, les instructions et les questions, elle peut "contenir" une ou plusieurs figures GeoplanW.

Le plus souvent interactive, la figure GeoplanW peut servir à illustrer, à faire des conjectures, à observer des propriétés mais aussi à fournir une "réponse". L'élève dispose alors des menus et outils nécessaires au travail qui lui est demandé. Dans certains cas, l'élève fera simplement une modification des valeurs de certaines variables de la figure (exemple : positionner un point en vue d'un résultat à obtenir) ; dans d'autres, c'est la figure elle-même que l'élève modifiera en créant ou en redéfinissant un ou plusieurs objets. Il peut s'agir d'une phase d'observation, de conjecture sans validation par le logiciel ; il peut aussi s'agir d'un exercice avec une réponse à donner. Dans ce cas, l'action de l'élève est analysée par le logiciel qui peut fournir un diagnostic.

Cette forme de réponse, modification d'une figure ou création d'un nouvel objet de la figure, est un des aspects originaux des logiciels de travaux pratiques mathématiques. La figure est utilisée ici comme moyen de communication.

Les tests⁵ réalisés sur la réponse de l'élève pour l'analyser sont de différents types :

- tests vérifiant si les valeurs de certaines variables ont changé, pour voir si l'élève a agi sur la figure (quand on a demandé de faire bouger un point par exemple),
- tests de valeurs des éléments variables de la figure (si on a demandé par exemple de trouver une valeur d'un paramètre pour qu'une courbe passe par un point donné),
- tests d'existence (pour vérifier si un objet demandé a bien été créé),
- tests sur le type d'un objet créé (si on demande un point repéré dans le plan, un point défini comme intersection doit pouvoir être refusé)
- tests sur les antécédents d'un objet créé (si on demande un cercle de centre O, il faut vérifier que la réponse correspond bien à cette demande),
- tests sur la variabilité des objets créés,
- tests d'égalité (pour vérifier la conformité d'un objet créé à ce qui est demandé),
etc.

Les tests d'égalité sont faits en valeur approchée et, selon les cas, avec, ou sans, "agitation"⁶ des variables. Il faut en effet pouvoir distinguer entre un positionnement "à vue" d'un objet variable sur la solution et la construction de la solution.

⁵ Dans Anafig, les activités du groupe "reproduction des 3 figures" ont demandé d'élaborer des tests spécifiques (bien que basés sur les mêmes principes que ceux décrits ici) un peu complexes. Un paragraphe leur est consacré dans la partie de cette brochure décrivant ces activités.

⁶ Tous les tests sont numériques. Les objets variables de la figure ont pour chaque dessin de la figure une valeur. Les tests peuvent porter sur ces valeurs, on analyse alors

Donnons un exemple : étant donnés deux points A et B libres dans le plan, on demande de construire un point C tel que $AC = 3$ et $BC = 4$. On précise que la construction doit "résister" aux déplacements des points A et B. On attend par exemple l'utilisation de deux cercles. Il faut donc pouvoir reconnaître une réponse où le point C serait créé comme point libre dans le plan et positionné "à vue" en utilisant par exemple les affichages des longueurs AC et BC. Des test modifiant les valeurs des variables libres A, B et C permettent de le faire.

Les tests de variabilité sont faits de deux façons, soit en modifiant les variables libres de la figure et en regardant si l'objet en question change de valeur, soit en regardant si les antécédents sont libres.

Le déroulement de l'activité est très variable d'un logiciel à l'autre, comme dans tout didacticiel. Le travail de l'élève peut être soit très dirigé soit assez libre. Plusieurs systèmes d'aides sont disponibles, soit directement accessibles par menu, soit donnés au fur et à mesure du déroulement de l'activité.

Garder une trace du travail

Deux "instruments" ont été prévus pour garder la trace du travail : l'état du travail et le compte rendu. Ils peuvent être enregistrés en fin de séance et rechargés en début de session de travail.

L'état du travail et le compte rendu permettent à l'élève (puis à l'enseignant) de contrôler ce qui a été fait. Ils peuvent être enregistrés et consultés. Par exemple, si cela a été ainsi prévu par l'auteur du logiciel, à tout moment, lorsque le bouton "*État du travail*" est disponible, on peut consulter la liste des exercices, activités, chapitres...et voir ce qui a déjà été traité. Lorsqu'on commence une séance de travail on peut reprendre un travail précédent, s'il a été enregistré. Lorsqu'on aborde une activité déjà faite, un message d'avertissement est envoyé et on peut choisir de recommencer ou non l'activité.

Le compte rendu est écrit automatiquement selon la forme voulue par l'auteur en fonction du travail de l'élève. L'élève peut le consulter lorsque le bouton "*Compte rendu*" est accessible. Son contenu est variable d'un logiciel de travaux pratiques mathématiques à l'autre et son objectif est de garder une trace écrite du travail. Il peut contenir des dessins. Sa sauvegarde est liée à celle de l'état du travail, et on peut l'imprimer ce qui permet à l'élève de garder une trace sur papier de son travail. Un petit

un dessin de la figure, ou porter sur plusieurs valeurs, on analyse alors la figure. "Agiter les variables" consiste à faire, en fait, plusieurs tests de valeurs en modifiant les valeurs des variables libres de la figure.

éditeur est parfois accessible pour permettre à l'élève de faire ses propres commentaires. On peut aussi copier une partie du compte rendu, ou le compte rendu tout entier, et le coller dans un document Word par exemple.

L'élève peut travailler simultanément sur un logiciel de travaux pratiques mathématiques et sur un traitement de texte comme Word. Il est possible de copier les dessins des figures GeoplanW et de les coller dans le texte Word.

La réalisation informatique

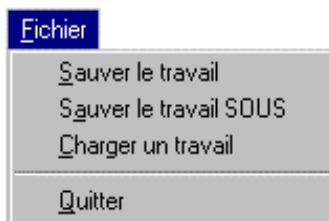
Les logiciels de travaux pratiques mathématiques utilisent les bibliothèques de procédures de GeoplanW, Desexpor.dll et Gpexport.dll, et ont avec GeoplanW un noyau commun.

Les menus sont différents et la barre d'outils de GeoplanW n'apparaît pas dans les logiciels de travaux pratiques mathématiques.

Organisation commune

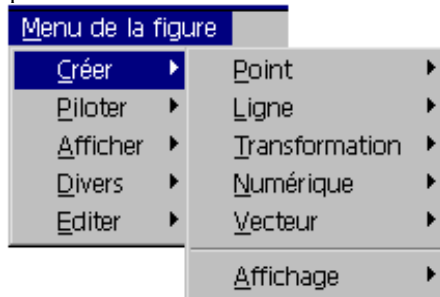
I - Les menus

1°) Le menu Fichier permet de charger ou de sauver un travail (état du travail et compte rendu), et de quitter le logiciel. Lorsqu'on quitte le logiciel après avoir achevé un travail, une sauvegarde du travail est proposée.



2°) Le menu Activités (son nom est variable selon les logiciels) permet de naviguer dans le logiciel, en choisissant les différentes parties accessibles.

3°) Le Menu de la figure apparaît chaque fois qu'il est nécessaire au travail de l'élève. C'est une partie des menus de GeoplanW (avec une disposition différente) éventuellement bridés.

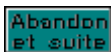


4°) Le menu Aide propose une aide générale pour le logiciel, l'aide de GeoplanW quand on peut en avoir besoin et parfois, selon les situations, des aides contextuelles.

Selon les logiciels d'autres menus ou d'autres articles peuvent apparaître.

II - La barre de boutons

Cinq boutons sont éventuellement disponibles. La plupart du temps leur utilisation est précisée sur la page de l'activité en cours.



Abandon et suite

Il permet d'abandonner une question (ce qui n'est pas conseillé) et de passer à la suite. Toute question abandonnée est considérée comme non traitée (dans l'état du travail).

Ce bouton peut permettre de parcourir rapidement le logiciel, sans faire les exercices. Cependant le déroulement proposé dans certaines activités et les aides correspondantes peuvent dépendre de ce qui a été traité avant et de la façon dont cela a été fait (c'est le cas dans Anafig).

État du travail

Il permet de voir l'état du travail, c'est-à-dire généralement la liste des exercices et questions déjà traités.

Compte rendu

Il permet d'obtenir le compte rendu pour le consulter, le compléter, l'imprimer, le copier...

Retour

Il permet, le plus souvent, de revenir à une étape précédente d'un exercice ou d'une activité. Il est nécessaire, en particulier, si l'élève s'est engagé sur une mauvaise voie et qu'il veut changer une réponse.

Suite

Il permet d'avancer dans le logiciel, de passer d'une étape à la suivante. Il est souvent utilisé aussi pour valider une réponse. Généralement son usage est indiqué dans la page.

III - La fenêtre d'exercice

C'est une fenêtre Windows standard, qui s'ouvre en 640x480 et que l'on peut déplacer, généralement changer de taille ou fermer.

La fermer revient à fermer le logiciel comme si on passait par l'article *Quitter* du menu *Fichier*.

Agrandir la fenêtre d'exercice ne change pas la taille, ni la disposition du texte qu'elle contient.

Cette fenêtre possède un **hypertexte** : lorsqu'un mot est encadré comme dans l'exemple ci-dessous, en cliquant dessus on obtient des informations dans une petite fenêtre popup qui se ferme dès que l'on clique ailleurs.

La figure comporte des objets **cachés**

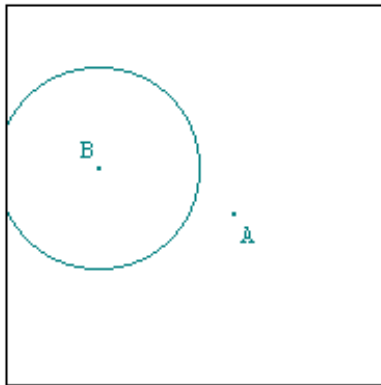
Ces objets ont été effacés, et ils ne sont pas mentionnés dans le rappel des objets.

IV - La fenêtre de la figure

Chaque figure GeoplanW apparaît dans une fenêtre.

Cette fenêtre est dimensionnée et positionnée par l'auteur du logiciel.

On ne peut pas la fermer ni la faire sortir de la fenêtre d'exercice.



Pour pouvoir agir sur la figure par les touches du clavier, sa fenêtre doit être active. Quand on agit avec la souris, l'activation se fait automatiquement.

La fenêtre de fond

Selon la carte graphique dont on dispose, la fenêtre d'exercice peut au démarrage n'occuper qu'une partie de l'écran. Or il est assez gênant de voir apparaître différentes choses sur l'écran quand on doit se concentrer sur un exercice de mathématique. C'est pourquoi une fenêtre de fond, grise en général, vient se mettre derrière la fenêtre d'exercice. Son rôle est uniquement de masquer le reste de l'écran.

Lien du logiciel Anafig avec GeoplanW

Le logiciel AnaFig est intimement lié au logiciel de construction mathématique GeoplanW. En effet, les figures utilisées sont construites à l'aide de GeoplanW ; leur étude et les constructions demandées utilisent de nombreuses possibilités parmi celles qu'offrent les menus de GeoplanW.

Il n'est cependant pas nécessaire de connaître GeoplanW pour aborder les activités de AnaFig. Au contraire, l'enchaînement des activités proposé au menu Activités est prévu pour permettre un apprentissage progressif des concepts nécessaires à une bonne compréhension des objets manipulés sous GeoplanW, des fonctionnalités du logiciel, et une autonomie raisonnable dans son utilisation.

AnaFig peut donc servir d'introduction à GeoplanW.

Un élève déjà familiarisé avec GeoplanW devrait trouver dans les premières activités une mise au point et un approfondissement à propos des figures qu'il a déjà l'habitude d'utiliser : en effet, il risque d'en avoir une compréhension incomplète si une réflexion spécifique sur ce sujet n'a pas été menée. Il pourra cependant vraisemblablement enchaîner plus rapidement les activités pour arriver aux plus difficiles, proposées en fin de menu.

Remarque : les options figurant au Menu de la figure

Ce menu, présent ou non en fonction du déroulement des activités, permet d'agir sur la figure.

Il reprend une partie des menus de GeoplanW ; de ces menus ont été retirées les options peu utiles - voire inutiles - pour le travail demandé dans Anafig, mais aussi d'autres donnant des moyens dont il n'est pas souhaitable que l'utilisateur dispose compte tenu du travail demandé.

Cependant le Menu de la figure reste identique pour toutes les activités proposées.

Description des activités dans le logiciel ANAFIG

Vue d'ensemble des activités proposées

Voici le plan des activités, tel qu'il apparaît au menu du logiciel :

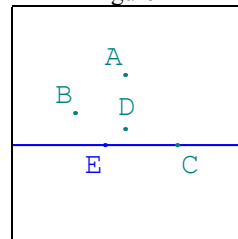
- ☐ Points mobiles des 3 figures
 - Notions de base sur les figures
 - Quelques moyens pour observer une figure
- ☐ Cibles sur les 3 figures
 - Introduction
 - Figure 1
 - Figure 2
 - Figure 3
- ☐ Reproduction des 3 figures
 - Introduction
 - Figure 1
 - Figure 2
 - Figure 3

La plupart des activités portent sur l'étude de trois figures.

Elles présentent toutes trois le même aspect très dépouillé : sur chacune d'elles ne sont visibles qu'une droite et cinq points.

Certains de ces objets ont été construits à partir de certains autres, mais les procédés de construction sont cachés.

Figure 1



Une étude progressive de ces figures, au cours de trois activités pour chacune d'elles (Points mobiles, Cibles et Reproduction), en conduit à une analyse expérimentale assez poussée. L'utilisateur sera amené à découvrir les liens cachés unissant les objets visibles ; ces observations seront utilisées pour la réalisation de constructions plus ou moins complexes, qui seront le contrôle - expérimental encore - des conjectures faites.

Ces trois groupes d'activités principales sont complétés par deux autres activités, regroupées sous le titre "Pour prendre un bon départ".

La première, "Notions de base sur les figures" donne des éléments de compréhension de la notion de figure, et plus spécifiquement des figures utilisées par ce logiciel (et fabriquées à l'aide de GeoplanW).

La seconde, "Quelques moyens pour observer une figure", a pour but de familiariser avec un certain nombre de méthodes qui permettront l'analyse nécessaire aux exercices de cibles et de reproduction.

De plus, les groupes d'activités "Cibles sur les 3 figures" et "Reproduction des 3 figures" comportent chacun une activité d'introduction. Leur objectif est d'aider à la compréhension des consignes données pour les activités de leur groupe, d'introduire les outils fournis et de montrer comment les utiliser efficacement.

Remarque

L'ensemble des activités représente plusieurs heures de travail. Il n'est donc guère imaginable de les enchaîner toutes au cours d'une même séance de travail. On pourra au contraire prévoir d'y revenir plusieurs fois, en repartant du travail précédent que l'on aura enregistré.

Bien que ces activités forment un ensemble et se complètent, on peut ne pas les traiter toutes. En particulier, l'utilisateur peut, suivant les besoins du moment, viser un objectif spécifique qui l'amènera éventuellement à faire des choix.

Niveau d'utilisation

Le logiciel est utilisable de la Sixième à la Terminale, à condition de faire un choix approprié des activités traitées (une expérimentation en a été faite en Sixième, Seconde et Première S).

Les activités proposées sont de difficultés très différentes. Néanmoins, la perception de ces difficultés varie d'une personne à l'autre, car elle dépend de nombreux facteurs : citons le niveau des utilisateurs, leur "passé" (tant mathématique que par rapport à l'utilisation de logiciels de construction mathématique), leur capacité de lecture et d'analyse d'instructions et d'explications.

Ce logiciel a été écrit pour être utilisé par des élèves. Il peut cependant être envisagé de l'exploiter en formation d'enseignants ; ceux-ci devraient passer rapidement sur les manipulations élémentaires, mais réfléchir aux notions sous-jacentes et s'attarder aux parties théoriques de la notice. Un moyen pour eux de s'investir dans ce travail pourrait être de concevoir quelques activités complémentaires à proposer à des classes, bien adaptées au niveau de celles-ci.

Activité "Points mobiles des 3 figures"

Présentation de l'activité

Il s'agit de découvrir par des manipulations utilisant la souris ou le clavier quels sont les points libres des 3 figures étudiées, les points mobiles et leurs pilotes.

Pour les points libres, une observation de l'ensemble de référence (le plan, une droite ou un cercle) est également faite.

Examinez pour chacun des points de la figure s'il peut être **piloté** par **D**.

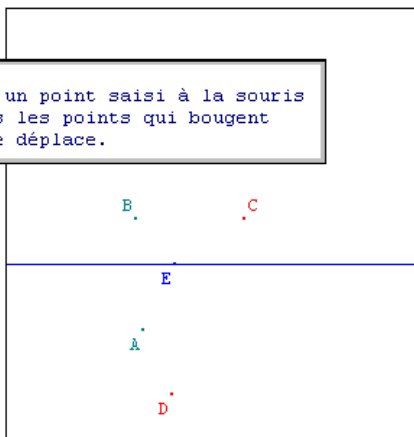
On dit qu'un point saisi à la souris **pilote** tous les points qui bougent quand on le déplace.

Point	A	B	C	D	E
Peut être piloté par D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Remplissez le tableau. (Répondez par 0 ou N, puis cliquez sur le bouton OK.)

En cas de difficulté, vous pouvez demander une animation.

Animation



Le but poursuivi est une prise de conscience par des manipulations de la nature des différents objets dessinés de la figure (libres ou non, fixes ou variables), et de leur dépendance.

Niveau de difficulté

Sans difficulté, dès la Sixième (ainsi que l'a montré l'expérimentation).

Quelques idées pour un prolongement de l'activité.

L'activité "Points mobiles des 3 figures" permet une sensibilisation à diverses notions liées au concept de variable ; les activités de cibles et de reproduction en renforceront la compréhension. Il peut cependant être utile, surtout à un niveau élémentaire, que le professeur prévoise un retour immédiat sur les notions abordées par quelques exercices complémentaires simples, si possible sans se limiter au cadre de la géométrie.

A titre d'exemple, voici quelques énoncés (à adapter au niveau de ses élèves).

□ D et D' sont deux droites perpendiculaires fixes, A un point fixe de D, B est un point quelconque (variable) de D, et C un point quelconque (variable) de D'. Pour chacun des milieux des côtés du triangle ABC, dire s'il varie lorsque B varie, C restant fixe, puis lorsque C varie, B restant fixe. Même question avec les pieds des hauteurs du triangle ABC.

□ Soit A un point quelconque sur un cercle Γ et B, un point quelconque du plan distinct de A. La droite (AB) recoupe Γ en D. Pour chacun des milieux de [AB] et de [AD], dire s'il varie lorsque A varie, puis lorsque B varie.

□ x et y sont deux nombres variables. On pose successivement $a = x + y$, $b = x - y$, $c = a + b$, $d = \frac{a - b}{2}$. Pour chacun des nombres a, b, c et d, dire s'il varie lorsque x varie, puis lorsque y varie.

Comme ces situations sont décrites à l'aide d'hypothèses, à la différence de celles de l'activité "Points mobiles des 3 figures", leur analyse s'appuie sur un petit raisonnement que l'expérimentation peut confirmer.

La correction de ces exercices pourrait être illustrée par des figures GeoplanW (pour le troisième énoncé, on peut représenter les variables par des points repérés sur des axes parallèles⁷). Ce sera l'occasion de reprendre le vocabulaire vu au cours de l'activité (libre sur, mobile, piloté par).

Les activités du groupe "Pour prendre un bon départ"

Ces deux activités ont pour objectif une compréhension et une connaissance minimale du logiciel GeoplanW, des figures qu'il permet de fabriquer et des moyens d'expérimentation qu'il offre. Bien qu'elles aient été prévues pour mettre le pied à l'étrier pour les autres activités du logiciel, elles peuvent donc être traitées indépendamment de celles-ci, mais en relation avec l'utilisation de GeoplanW.

Notions de base sur les figures

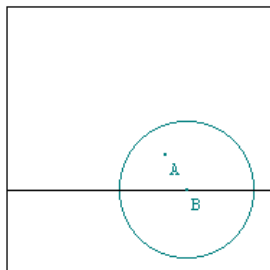
Présentation de l'activité

Cette activité fait découvrir sur un exemple les éléments constitutifs d'une figure GeoplanW et la façon dont une telle figure peut être fabriquée.

⁷ Une illustration analogue est proposée dans l'imagiciel Encadre, réalisé par le CREEM et publié avec le livre Mathématiques avec Images Logicielles chez Hachette.

Elle montre comment une figure peut être considérée comme une liste d'objets éventuellement reliés les uns aux autres, dont la définition provient de la façon dont ils ont été créés, dont certains sont dessinables (bien que non nécessairement dessinés) et d'autres non,

L'utilisateur y apprend à distinguer une figure et ses dessins.

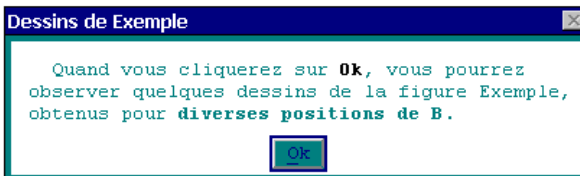


La figure Exemple est dessinée dans la fenêtre ci-dessus.

Dessins de la figure

Une figure peut être représentée par un **dessin** (à l'écran, sur une feuille,...).

Lorsqu'on déplace un point libre, l'aspect de la figure est modifié : on obtient ainsi un **nouveau dessin** de la figure.



Une compréhension raisonnable de ces aspects conditionne la réussite aux activités suivantes (cibles et reproduction).

Par ailleurs, indépendamment du reste du logiciel, cette activité est l'occasion d'approfondir la notion de figure ; elle devrait en particulier mettre en évidence certains implicites - dont les enseignants eux-mêmes, s'ils ne se sont pas attardés à réfléchir à la question, n'ont pas toujours conscience.

Niveau de difficulté

Aucune difficulté pour réaliser les tâches demandées. Mais un utilisateur qui se contenterait de suivre pas à pas les instructions risque de ne pas en tirer grand bénéfice ; ce travail doit donc être complété. Ce peut être en traitant les activités suivantes ; ce peut aussi être par un retour immédiat sur le vocabulaire employé et les notions abordées, par exemple en utilisant un questionnaire comme celui proposé en annexe 1, ou par des exercices de prolongement.

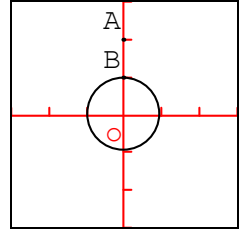
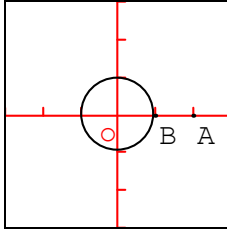
Quelques idées pour un prolongement de l'activité

Les exercices suivants, où il est demandé de construire des figures sous GeoplanW, reprennent le vocabulaire et les concepts étudiés lors des activités "Points mobiles des 3 figures" et "Notion de figure".

□ Construire sous GeoplanW une figure comportant comme seuls objets dessinés le repère Roxy, un point A libre dans le plan et un point B mobile piloté par A, variable sur ox . Avez-vous dans votre construction utilisé des objets non dessinables ? des objets dessinables non dessinés ?

□ Construire une figure dont deux des dessins soient ceux donnés ci-contre.

On utilisera un seul point libre dans la construction. La figure pourra comporter des objets non dessinables, et des objets dessinables non dessinés.



Remarque : cet exercice admet évidemment quantité de solutions, A ou B pouvant ou non être libres, dans le plan, sur un cercle, ou même sur une droite, le cercle dessiné pouvant ou non être mobile. On pourra inciter les élèves à faire preuve d'imagination en comparant leurs solutions.

- On donne une figure dont la liste des objets construits est
- A point libre dans le plan
 - B point de coordonnées (2,3) dans le repère Roxy
 - C image de B par la symétrie de centre A

Construire une autre figure comportant trois points A, B et C, mais telle que C soit libre dans le plan, B soit mobile piloté par C, et qui ait les mêmes dessins que la figure donnée.

Remarque : pour cet exercice, on pourra, au lieu d'indiquer la liste des objets de la figure donnée, fournir la figure construite sous GeoplanW, et inciter les élèves à examiner le rappel des objets construits.

Quelques moyens pour observer une figure

Présentation de l'activité

Une première étape demande simplement des manipulations des points, à la souris ou au clavier, afin d'examiner des positions particulières ; un objectif en est de consolider les observations des deux activités précédentes (dépendance des variables de la figure, différence entre la figure et ses dessins). Cette étape met l'accent sur la méthode de base de l'étude des figures du logiciel : le déplacement des points.

Puis, sur des exemples très guidés, l'élève apprendra à utiliser certaines fonctionnalités de GeoplanW pour explorer une figure, faire des conjectures et les vérifier, ...

2. Examen d'un cas de figure CDE isocèle en D (suite)

b. Une première méthode pour ajuster les positions

La première méthode s'appuie sur la propriété :

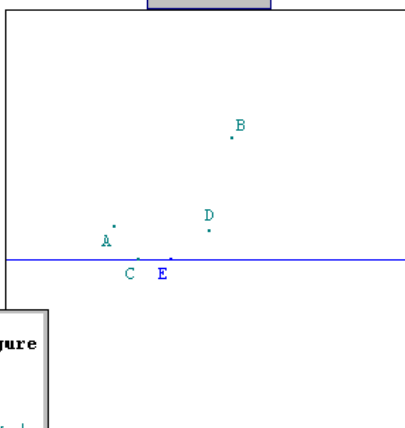
Les points situés à égale distance de C et de E sont les points d'une droite ... connue !

Créez cette droite. Nommez-la **D'**.

Pour cela, utilisez le menu de la figure

- menu **Créer**,
- sous-menu **Ligne**,
- puis **Droite(s)**,
- puis ... faites le bon choix !

Figure 1



Une appropriation du logiciel GeoplanW n'est pas le seul objectif de cette activité. Elle s'intéresse aussi à des méthodes générales d'observation et d'expérimentation en mathématique.

C'est l'occasion d'un travail sous-jacent sur des propriétés universelles et existentielles (que l'on peut relier à l'observation de cas de figures)

Niveau de difficulté

Peu difficile.

Quelques idées pour un prolongement de l'activité

On peut chercher à exploiter et renforcer la sensibilisation aux propriétés quantifiées par des activités complémentaires, utilisant ou non GeoplanW. En voici deux exemples.

❑ Conjectures à faire à l'aide de GeoplanW, qui peuvent alors être complétées par quelques démonstration.

A est le point de coordonnées $(-2,2)$ dans le repère Roxy, B le point de coordonnées $(0,-2)$ et C un point libre de l'axe ox.

Construire une figure qui permette de faire rapidement les observations utiles pour répondre aux trois questions suivantes, puis répondre à ces questions.

– Pour combien de positions de C la longueur du segment [BC] est-elle égale à la distance de A à la droite (BC) ? Caractériser chacune des positions observées, puis démontrer qu'elles conviennent.

– Pour combien de positions de C la longueur du segment [BC] est-elle égale au double de la distance de A à la droite (BC) ?

– Pour combien de positions de C la longueur du segment [BC] est-elle égale à la moitié de la distance de A à la droite (BC) ?

❑ Travail pouvant être réalisé avec ou sans GeoplanW, qui pourra servir à la correction

A est un point fixe et B un point variable sur une droite d fixe ne contenant pas A. Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :

– Il existe un point (fixe) C qui n'est jamais aligné avec A et B.

– Il existe un point (fixe) C différent de A qui est toujours aligné avec A et B.

– Pour toute position de B, il existe un point (fixe) C tel que le triangle ABC soit isocèle en C.

– Il existe un point (fixe) C tel que le triangle ABC soit toujours isocèle en C.

– Il existe un point (fixe) C tel que le triangle ABC soit toujours isocèle en B.

On peut, en particulier pour le premier exercice, augmenter la motivation des élèves en proposant un "concours" de méthodes d'observation.

Les activités du groupe "Cibles sur les 3 figures"

Remarque : l'activité d'introduction, bien qu'étant évidemment à traiter avant les trois autres activités de ce groupe, est évoquée plus loin, car sa description s'appuie sur celle des trois autres.

Présentation des trois activités "Cibles"

Principe

À chaque étape, un des points de la figure est désigné pour cible. Il faut construire un point qui coïncide toujours avec la cible, quelle que soit la position des points libres de la figure. Il n'est évidemment pas possible d'utiliser le point cible pour cette construction.

Cible C

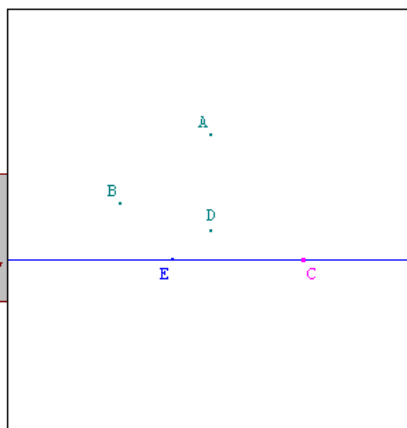
Niveau x

Construisez sur la figure un point C' tel que, si on bouge les points libres, C' coïncide toujours avec C.

Règle du jeu

Vous pouvez utiliser la droite L et les points A, B, D et E pour la construction, mais pas le point C.

Afficher la figure d'étude



Les outils

Cette réalisation demande que l'on ait su découvrir suffisamment de propriétés liant la cible aux autres points de la figure. La réussite passe donc par une exploration approfondie de la figure.

Pour faciliter l'analyse de la figure, une figure d'étude est fournie. C'est une copie de la figure dans son état initial (celui qu'on trouve lors du lancement des exercices), sur laquelle tous les objets apparents peuvent être utilisés au Menu de la figure - même celui qui sert dans cet exercice de cible : pour créer de nouveaux objets, afficher des grandeurs géométriques, en demander la trace, ... Cette figure telle qu'elle a été

complétée par l'utilisateur est transmise d'étape en étape, pour une même activité : l'analyse pourra ainsi être reprise et améliorée pour les cibles successives.

Le joueur peut noter les propriétés qu'il a observées ou toute autre remarque dans un bloc-notes qui lui est proposé en fin de compte rendu ; ce bloc-notes faisant partie du compte rendu, il sera sauvé en même temps que celui-ci. Il pourra être modifié à tout instant (même en dehors de cette activité) ; il pourra ainsi servir tout au long de l'étude de la figure envisagée, que ce soit pour les différentes cibles de cette activité ou ensuite pour l'activité de reproduction.

Les aides spécifiques

Deux aides sont proposées :

- L'aide de l'activité, identique pour toutes les cibles de toutes les figures donne des méthodes et conseils généraux. Il est recommandé de la lire en début de jeu, puis éventuellement, en cas de problème, de s'y reporter, en particulier pour analyser le paragraphe "contrôle de la construction".
- L'aide pour répondre donne des indications, parfois très précises, relatives à la cible étudiée. Elle peut dépendre de l'état des étapes précédentes (traitées ou abandonnées). Il est préférable de ne la lire qu'en cas de blocage, afin de garder au maximum l'initiative de la recherche.

Déroulement

Pour chaque figure, le travail comporte plusieurs étapes, correspondant à des cibles différentes.

Chaque cible peut a priori être traitée indépendamment des autres (le bouton Abandon permet de passer d'une étape non achevée à l'étape suivante), mais ce n'est pas recommandé : l'ordre dans lequel les cibles sont proposées a été étudié de façon d'une part à faciliter une analyse progressive de la figure, et d'autre part, dans la mesure du possible, à les classer par niveau de difficulté croissant .

La dernière cible proposée n'est pas un point, mais une paire de points. Ceci augmente la difficulté (puisque aucun de ces deux points n'est disponible pour des créations sur la figure) et amène à une synthèse des analyses faites pour les cibles précédentes.

Niveau de difficulté

Ces activités sont plus difficiles que les précédentes ; elles demandent de comprendre une règle du jeu inhabituelle, de faire preuve d'initiative et de méthode pour analyser les figures, puis de réorganiser les informations recueillies pour en déduire une construction cohérente.

Une perception correcte (bien que non théorique) des notions abordées dans les activités précédentes semble nécessaire, et sera consolidée ici : notion de variable, de dépendance, de propriété universelle, distinction entre une figure et ses dessins.

La nécessité d'une démarche inventive et autonome est motivante pour beaucoup d'utilisateurs, ainsi que l'expérience l'a montré ; certains trouveront à ce travail une dimension ludique. Cependant, il pourra être utile que le professeur donne un coup de pouce aux élèves qui auraient des difficultés à démarrer, tout particulièrement si ces activités sont proposées dans des classes de collège. De plus, il est recommandé qu'il les traite avant de les proposer à ses classes, et qu'éventuellement il choisisse les cibles à atteindre en fonction des connaissances mathématiques de ses élèves.

Plan des activités avec indication de niveau de difficulté, pour chacune des trois figures

Le niveau de difficulté est repéré par des astérisques :

facile : *, moyen : **, difficile : ***.

❑ Figure 1

- Cible C : niveau *
- Cible B : niveau *
- Cibles A et C : niveau *

❑ Figure 2

- Cible B : niveau **
- Cible D : niveau **
- Cibles A et B : niveau ***

❑ Figure 3

- Cible B : niveau *
- Cible D : niveau *
- Cible A : niveau **
- Cible A et D : niveau ***

Les cibles de niveau *** devraient être réservées aux "joueurs" les plus débrouillards, pour lesquels d'ailleurs ce peut être un challenge amusant de les atteindre.

L'activité d'introduction

Sur deux exemples traités (deux cibles successivement sur une même figure), elle aide à comprendre la règle du jeu, introduit la figure d'étude et montre comment s'en servir

avec efficacité pour étudier la figure donnée. Elle suggère également quelques méthodes générales qui pourront être réinvesties.

Aucun travail n'est demandé à l'utilisateur.

Pour aller plus loin

Ce paragraphe s'adresse plus spécifiquement aux enseignants ayant déjà traité certains des jeux de cibles proposés, pour éclaircir ou approfondir des aspects non évidents de l'activité.

Quelques éléments d'analyse de l'activité : les liens unissant la cible à une solution, comparaison de leurs pilotes

Dans ce qui suit, nous désignerons le point cible par C et un point solution par C'.

L'activité ne consiste pas à reproduire la construction (masquée) de C : C' n'est pas identique à C. Cela est particulièrement évident dans le cas particulier d'une cible point libre (voir ci-dessous).

Il est important de comprendre que, quelle que soit la nature de C, C' ne peut pas être libre : il est "scotché" à C, et se déplace donc avec lui. Ceci impose qu'il ait les mêmes pilotes que C.

Il en résulte que, si C est libre, C' sera une variable de la figure liée à la variable C. Ce cas peut être déroutant, d'autant plus que C ne peut servir explicitement à la construction : celle-ci utilisera alors nécessairement des points pilotés par elle (donc l'ayant pour antécédent).

Examinons ce cas en faisant un parallèle avec l'analyse. Imaginons un jeu de cible portant sur quatre variables réelles x, y, z et t où x et y sont quelconques dans l'ensemble des réels, z et t étant définis par $z = x^2$ et $t = \frac{x^3}{(x+y)^2 + 2}$. x et y sont donc les variables

libres de la situation, z est une variable liée à x - sa valeur dépend de celle de x - et t est liée à la fois à x et y. Le joueur ignore comment ont été définis z et t : il sait quelles sont les variables libres, il a la possibilité de les faire varier comme il le souhaite, et a pour seule autre information les valeurs du quadruplet (x, y, z, t). Admettons que la cible soit x : il doit alors définir à partir des variables autres que x un réel s qui prenne toujours les mêmes valeurs que x. Le moyen de contrôle est la comparaison des valeurs de x et s lorsqu'on fait varier les libres.

L'observation des valeurs devrait lui permettre de conjecturer la relation $z = x^2$, et d'en conclure que $x' = \sqrt{z}$ ou $x' = -\sqrt{z}$ mais il lui faut alors choisir entre ces 2 valeurs. Il est peu probable qu'il trouve la relation ayant servi à définir t ... ce qui de plus ne le mènerait pas loin ! Par contre, s'il fait varier x dans les négatifs aussi bien que dans les

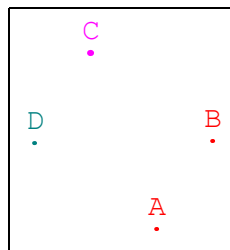
positifs, il pourra observer que t et x ont toujours même signe. Il pourra alors définir une solution x' par $x' = \sqrt{z}$ si $t \geq 0$ et $x' = -\sqrt{z}$ si $t \leq 0$.

Cet exemple met en évidence le problème des solutions "localement exactes". Un joueur peu prudent peut avoir posé $x' = \sqrt{z}$: s'il ne fait pas suffisamment varier x , et ne compare x et x' que pour des valeurs de x positives, il ne verra pas son erreur.

Revenons aux situations géométriques telles que nous les rencontrons dans AnaFig. Il ne faut pas confondre les notions de pilote et d'antécédent, comme le montre l'exemple suivant.

Soit une figure construite de la manière suivante : A et B sont deux points libres, O est un point fixe, C et D ont été construits comme images respectives de A et B par la symétrie de centre O . La construction a été masquée : O est effacé.

Lorsqu'on observe la figure en déplaçant les points libres A et B , il est facile de conjecturer que $ABCD$ est un parallélogramme.



Prenons C pour cible. C a pour pilote A , et est indépendant de B . Pourtant, le plus immédiat pour construire une solution C' est d'utiliser B et D (un autre procédé consisterait à utiliser le repère prédéfini pour repérer la position du centre du parallélogramme). On peut par exemple définir le point C' comme image de D par la translation de vecteur \overrightarrow{AB} . C' a alors pour antécédent B : sa construction l'utilise. Mais C' ne varie pas quand B varie.

Cette construction montre que, bien que C soit indépendant du point libre B , celui-ci peut servir à construire le point C' , par utilisation d'une propriété liant entre eux les différents points de cette figure.

Les activités du groupe "Reproduction des 3 figures"

L'activité d'introduction, bien qu'étant évidemment à traiter avant les trois autres activités de ce groupe, est évoquée plus loin, car sa description s'appuie sur celle des trois autres.

Présentation des trois activités "Reproduction"

Principe

Il s'agit de construire une figure sur laquelle soient reproduites un certain nombre de caractéristiques de la figure donnée : on doit y retrouver des objets de même nom et de même genre que les objets apparents de la figure donnée (rappelons qu'elle comporte également des objets cachés) ; parmi ceux-ci, les livres des 2 figures portent les mêmes noms ; de plus, tous les dessins obtenus à l'aide de ces objets apparents peuvent être reproduits d'une figure à l'autre, par action sur les livres en question (c'est-à-dire : les 2 figures peuvent toujours être mises dans les mêmes "positions").

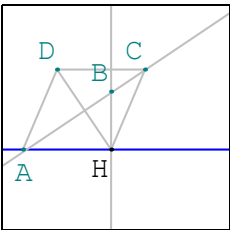
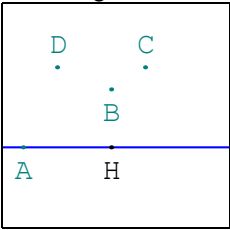
Explications sur un exemple : Ci-dessous est dessinée la figure Ex, dont voici la liste (complète) des objets construits :

- L droite d'équation $Y=0$ (repère Roxy)
- A point libre sur la droite L
- B point libre
- H projeté orthogonal de B sur L
- D image de H par la symétrie d'axe (AB)
- C image de D par la translation transformant A en H

(On rappelle que le repère Roxy est un objet prédéfini de toutes les figures GeoplanW, que l'on peut dessiner ou non à chaque instant.)

Pour rendre la figure plus lisible, on peut rajouter quelques éléments comme sur le dessin ci-contre. Cependant aucun d'eux n'est nécessaire pour réaliser la construction.

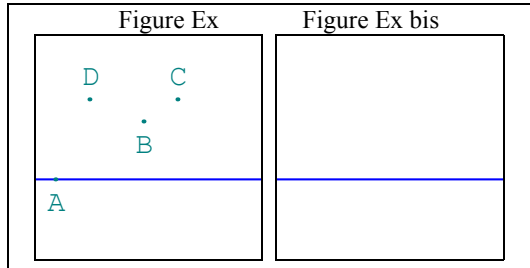
Figure Ex



Imaginons une activité de reproduction de la figure Ex, dans les conditions que l'on trouve dans le logiciel : deux figures sont affichées à l'écran, Ex et Ex bis.

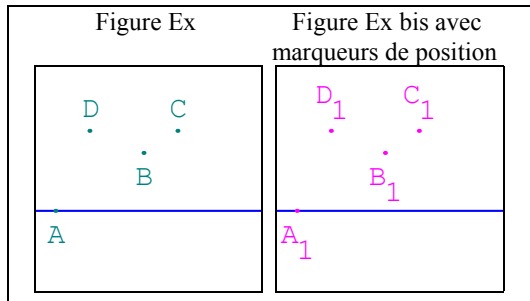
La figure Ex est celle décrite ci-dessus, mais la construction a été masquée ; H a été effacé, et les seules informations données - que l'on peut lire en consultant la liste des objets de la figure - sont :

- L droite d'équation $Y=0$ (repère Roxy)
- A point
- B point
- D point
- C point



Elle est à reproduire en complétant la figure Ex bis, qui contient déjà la "même" droite L fixe que la figure Ex.

Un outil (des **"marqueurs de position"**) permet de reporter sur la figure Ex bis les positions des points de la figure Ex : ceci permettra des contrôles de la construction, par juxtaposition des dessins.

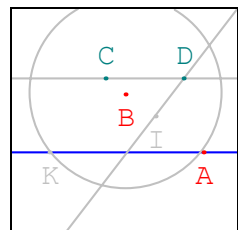


Les informations utiles pour effectuer la tâche requise peuvent être obtenues par une étude de la figure Ex, d'une part en découvrant et déplaçant les points libres, d'autre part en utilisant les options du Menu de la figure (comme étudié dans l'activité "Quelques moyens pour explorer une figure").

Il y a de nombreuses façons de faire une construction solution. En voici un exemple. Voici la liste des objets qui ont été rajoutés sur la figure Ex bis :

- A point libre sur la droite L
- B point libre
- c cercle de centre B passant par A
- K point d'intersection de la droite L et du cercle c autre que A
- C projeté orthogonal de K sur (AB)
- I milieu du segment [AC]
- p droite perpendiculaire à (AB) passant par I
- L' droite parallèle à L passant par C
- D point d'intersection des droites p et L'

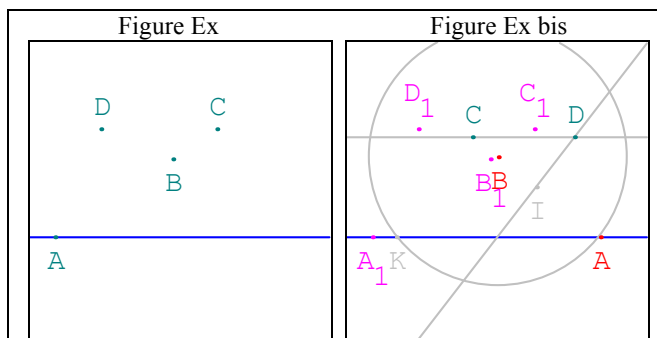
Figure Ex bis



Quelles que soient les positions des points libres de l'une des figures, on peut ajuster - grâce à l'affichage sur la figure Ex bis des marqueurs de position - celles des points

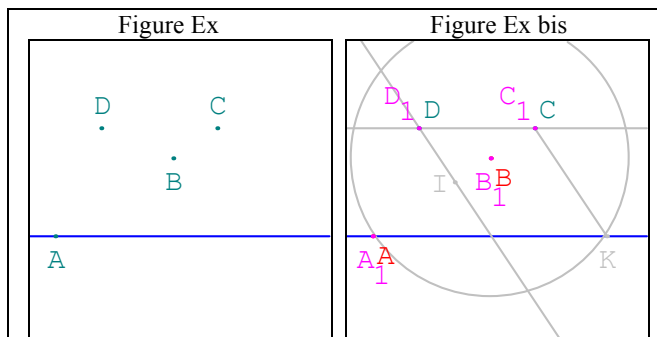
libres de l'autre afin de rendre les dessins formés par L, A, B, C et D sur les 2 figures superposables.

Ceci peut être illustré à partir de dessins des deux figures avant ajustement.



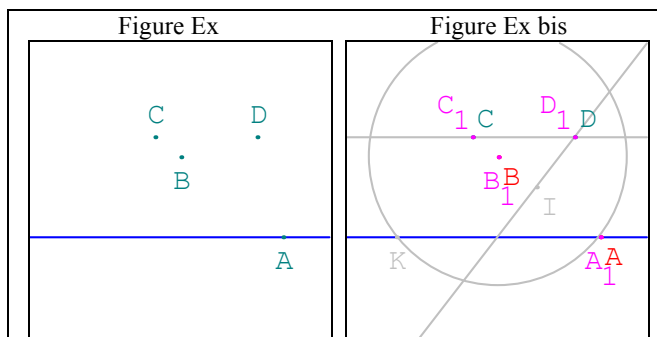
Premier ajustement :

Ci-dessous, les points libres A et B de la figure Ex bis ont été placés sur les positions des points A et B de Ex.



Deuxième ajustement :

On peut aussi placer les points libres A et B de la figure Ex sur les positions qu'avaient les points A et B de Ex bis.



Les outils

En complément de l'outil spécifique de comparaison des dessins qui vient d'être présenté, les marqueurs de position, on retrouve ceux mentionnés aux activités de

cibles : la figure d'étude (en repartant d'une copie de la figure fournie) et le bloc-notes (en repartant, le cas échéant, de celui qui a été complété précédemment).

Évaluation de la construction

La construction ne peut être correctement évaluée que si elle est complète. En effet, l'activité s'intéresse aux positions simultanées de tous les objets constituant la figure ; une analyse individuelle des objets liés de la construction a peu de sens.

Pourtant, on a essayé d'isoler dans les tests des analyses partielles significatives, afin de fournir des aides appropriées.

Si la construction proposée est inexacte ou inachevée, un message donne des informations sur les résultats de l'analyse de la figure et dans la mesure du possible une aide pour rectifier certaines erreurs ; un contre-exemple s'appuyant sur les dessins est souvent fourni.

Les aides spécifiques

Une aide de l'activité est proposée, identique pour toutes les figures ; elle est disponible dès que les outils et consignes ont été présentés. Elle donne des méthodes et conseils généraux. Il est recommandé de la lire avant de débiter la reproduction, et de s'y reporter ensuite en cas de difficulté.

Aucune aide particulière à la figure à reproduire n'est proposée au menu Aides : celle-ci serait pour l'essentiel une compilation des aides fournies lors des jeux de cibles, et nous avons trouvé plus formateur de laisser l'utilisateur retrouver dans les constructions faites pour ces jeux les informations dont il a besoin.

Comme mentionné ci-dessus, une aide contextuelle est parfois fournie lors de l'évaluation de la construction.

Niveau de difficulté

La reproduction peut être considérée comme une activité de synthèse des activités précédentes.

C'est un exercice difficile, mais qui sera considérablement facilité si l'on traite d'abord les jeux de cibles relatifs à cette figure. En effet, la plupart des observations utiles y sont faites, et la démarche attendue est une analyse synthétique autonome des informations ainsi recueillies. Il reste à compléter cette analyse par une recherche correctement orientée, ce qui nécessite une bonne appréhension des relations de dépendance entre les objets d'une figure.

Une difficulté peut résider dans la compréhension des consignes assez complexes. Si c'est le cas, dans le cadre d'une utilisation scolaire, l'aide du professeur devrait jouer un rôle déterminant.

L'activité d'introduction

Le but de cette introduction est d'expliciter les consignes des activités de reproduction.

Deux figures y sont observées en parallèle, Intro et Intro bis, la seconde présentant les caractéristiques requises pour être appelée une reproduction de la première. Une analyse de ces caractéristiques est faite sur cet exemple ; pour cela, quelques manipulations simples sont demandées. En particulier, la signification et l'utilisation des marqueurs de position est détaillée.

Pour aller plus loin

Ce paragraphe s'adresse plus spécifiquement aux enseignants ayant déjà traité certains des jeux de cibles proposés, pour éclaircir ou approfondir des aspects non évidents de l'activité.

Quelques éléments d'analyse de l'activité ; parallèle avec la comparaison de deux expressions analytiques

Ainsi qu'il est souligné dans l'activité "Notions de base sur les figures", une figure peut être définie par les objets qui la constituent, assortis de leurs définitions, qui correspondent à l'instruction qui a servi à les créer. Le rappel des objets de la figure que l'on peut faire afficher par le logiciel, si ce rappel n'a pas été tronqué dans le but de masquer la construction, donne ces informations et décrit donc la figure.

Les deux figures (dans l'exemple ci-dessus, Ex et Ex bis) sont différentes : elle ne comportent pas les mêmes objets. Cependant elles peuvent être comparées comme on comparerait deux expressions algébriques.

Comparaison de deux expressions : jeu de l'identité algébrique

Une expression peut être définie comme une écriture, constituée de symboles pris dans un ensemble (chiffres, lettres, signes d'opération etc.) et satisfaisant à des règles de formation que nous ne détaillerons pas ici mais qui sont celles du calcul algébrique élémentaire habituel.

Les variables apparaissant dans une expression sont considérées comme libres et on peut leur affecter n'importe quelle valeur réelle. Si on interprète les symboles constituant l'expression comme on le fait habituellement en algèbre élémentaire, alors quand les variables sont affectées, l'expression peut décrire un calcul possible, aboutissant à un nombre qui en est sa valeur pour cette affectation de ses variables ou peut décrire un calcul impossible (numérateur nul, racine carrée d'un nombre négatif, etc.), et alors on dira que l'expression n'a pas de valeur (pour cette affectation de ses variables).

Un premier critère de comparaison de deux expressions est le nom des variables. Si les ensembles de noms de variables de chaque expression sont les mêmes, alors on peut regarder les valeurs des deux expressions quand on affecte ces variables.

Supposons maintenant qu'on obtienne ainsi toujours la même valeur. Que peut-on dire des expressions ? Une terminologie classique dit qu'on a une "identité".

Une telle identité est le plus souvent⁸ la traduction d'un théorème qui se démontre en général à partir des règles de l'algèbre.

On pourrait imaginer le jeu suivant, que l'on pourrait appeler jeu de l'identité algébrique :

Il se constitue d'une "boîte noire" avec des entrées numériques correspondant à des noms de variables et une sortie numérique. On peut affecter les variables et lire la sortie pour chaque affectation. Sachant que cette boîte noire a été fabriquée à l'aide d'une expression, le jeu consiste à en trouver une qui fasse le même travail que la boîte.

Comparaison de deux figures : jeu de l'identité géométrique

L'activité de reproduction est un jeu similaire, dans un cadre géométrique. Les objets libres (des points dans ces activités) y sont les analogues des variables numériques ; le déplacement de ces points (à la souris ou par toute autre méthode) est une affectation des variables - libres - de la figure.

Les critères de comparaison de deux figures que définit le logiciel pour qualifier l'une de reproduction de l'autre sont analogues à ceux qui caractérisent une identité algébrique : nous pourrions parler d'une identité géométrique.

On retrouve ainsi, dans l'activité de reproduction demandée, les mêmes caractéristiques que dans le jeu imaginé sur des expressions. La boîte noire est fabriquée non à partir d'une expression numérique, mais d'un algorithme de construction qui peut être décrit par la liste des objets créés. Les objets libres peuvent être affectés ; la "sortie" de la boîte est le dessin qui en résulte. Le but de l'activité est de fabriquer une figure qui fasse le même travail que la boîte.

Une difficulté supplémentaire est ajoutée à ce jeu : l'analyse des objets libres. Des manipulations élémentaires permettent de les découvrir facilement, mais il reste au joueur à trouver leur ensemble de référence. Si l'objet analysé est un point libre dans le plan, c'est facile, mais s'il est libre sur droite, il lui faudra déterminer quelle est cette droite.

Pour ne pas compliquer plus la tâche, les figures proposées utilisent pour seuls objets libres des points - pas de variable numérique libre - et ces points libres sont indépendants entre eux : il n'y a pas de situation telle que A est point libre sur le segment [OB], où B est lui-même libre dans le plan. De plus, les objets de la figure sont toujours valides (des cas tels qu'un point défini par l'intersection de droites variables pouvant être parallèles ont été évités).

⁸ Il est des identités qui ne font que refléter des conventions d'écriture comme $a + bc = a + (bc)$.

Les tests

Ces tests sont conçus à partir de l'identité géométrique décrite plus haut.

Sans entrer dans les détails, décrivons comment les figures Ex et Ex bis seront comparées.

- ❑ Analyse sur la figure Ex bis si tous les objets prévus (les points A, B, C et D) ont été construits

- ❑ Analyse des libres de la figure : vérification du bon choix des libres (A et B), puis de leur ensemble de référence (la droite L pour A, le plan pour B)

- ❑ Comparaison des dessins que l'on peut obtenir sur les deux figures en modifiant les valeurs des libres. Si l'on modifie les valeurs de A et B sur l'une quelconque des deux figures et qu'on affecte alors ces valeurs aux libres de l'autre, les dessins obtenus sur les deux figures sont superposables.

Ces tests sont en fait très complexes.

Les informations utiles au joueur ne peuvent être obtenues que par expérimentation. Il ne serait pas sérieux dans ces conditions d'imposer que les dessins des deux figures soient exactement identiques, mais seulement approximativement - bien qu'une bonne utilisation des moyens offerts pour étudier la figure permette cette exactitude.

Imaginons par exemple une situation où l'ensemble de référence d'un libre M est une droite D, non dessinée sur la figure à reproduire (définie par exemple par son équation dans le repère Roxy) : si le joueur utilise dans la construction un libre sur une droite D' "presque exacte", ce sera accepté.

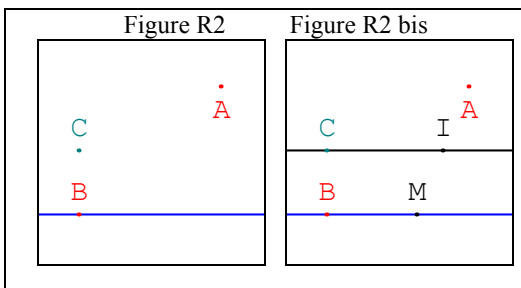
Mais la comparaison des dessins demande l'affectation des valeurs de M de la figure donnée sur la reproduction, et celle-ci est rendue impossible dans ce cas car cette valeur ne fait pas partie de l'ensemble de référence D' de M sur la reproduction : il faut trouver un moyen pour faire une affectation sur une valeur aussi proche que possible, mais appartenant à D'.

Signalons qu'une construction bâtie avec des ensembles de référence approximatifs peut entraîner, par cumul d'approximations, un rejet de la solution proposée dû à un trop grand écart entre les variables liées des deux figures.

Une autre difficulté des tests provient de l'emploi qui peut être fait de points libres annexes. Il est alors nécessaire de vérifier ce qui se passe quand on déplace ceux-ci.

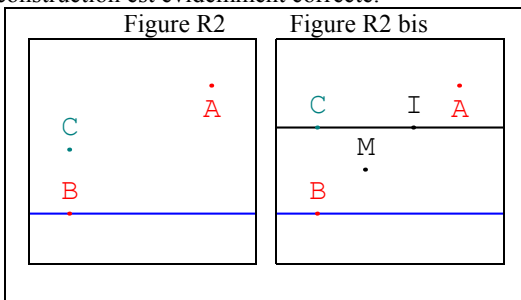
Dans l'exemple ci-dessous, la figure R2 contient une droite fixe L, un point A libre dans le plan, un point B libre sur D, la droite L' (effacée) image de L par l'homothétie de centre A et de rapport 0,5 et le point C, projeté de B sur L'.

Pour reproduire R2, au lieu de créer la droite L' par une homothétie, on a pris un point libre M libre sur L , le milieu I de $[AM]$, et la droite parallèle à L passant par I .



Dans cette construction, C a pour antécédent le point libre "annexe" M , mais ne varie cependant pas quand M varie. Cette construction est évidemment correcte.

Si la même construction avait été faite à partir d'un point M libre dans le plan, que le joueur place sur L , à la main ou par affectation, cette construction serait refusée, et le logiciel fournirait un contre-exemple en déplaçant M : un dessin de R2 bis qui ne pourrait être reproduit sur R2.



Ces tests peuvent sans doute être mis en défaut. Dans ce cas, ce sera vraisemblablement le fait d'un élève qui aura cherché à le faire, ce qui prouvera qu'il a bien compris la situation. Il aura gagné, d'une certaine façon contre le logiciel ... et, après tout, ce peut aussi être un jeu constructif !

Annexe 1 : un questionnaire pour faire le point

Beaucoup de vocabulaire est introduit au cours des deux premières activités ("Points mobiles des 3 figures" et "Notions de base sur les figures"). Des notions importantes y sont mises en place. Un questionnaire peut être proposé aux élèves pour les amener à faire le point, avant par exemple qu'ils n'abordent les activités suivantes.

Celui qui est proposé ci-dessous a été utilisé, à quelques variantes près, dans des classes de Seconde et Première S, après qu'ils aient eu traité les trois premières activités ("Points mobiles des 3 figures", "Notions de base sur les figures" et "Quelques moyens pour observer une figure"). Les élèves ne savaient pas à l'avance qu'ils auraient à faire ce travail - peut-être cela les aurait-il conduits à une attitude plus attentive lors des séances passées sur le logiciel. Le dépouillement de leurs réponses a montré (ce n'était pas une surprise !) que les acquis à ce stade étaient fragiles.

Questionnaire

Après quelques séances d'utilisation du logiciel Anafig, voyons ce que vous avez retenu.

1. Qu'est-ce qu'un point mobile ? Qu'est-ce qu'un point libre ?
2. Donner la liste la plus complète possible de tous les types d'objets que vous avez rencontré (points, droites...) :
3. Donner un exemple d'objet dessinaible et un exemple d'objet non dessinaible :
4. Un objet dessinaible est-il forcément dessiné ?
5. Quelle est la différence entre supprimer un objet et effacer un objet ? Comment efface-t-on ?
6. Qu'est-ce qu'un affichage ? Donner un exemple.
7. Qu'est-ce qu'un objet prédéfini ? Où peut-on en voir la liste ?
8. Comment savoir ce qui a été créé par l'utilisateur ?
9. Qu'est-ce que la trace d'un objet. Donner un exemple de situation où la trace vous a servi :
10. Avez-vous été amené à renommer un objet ? Si oui comment avez-vous fait ?
11. Avez-vous été amené à redéfinir un objet ? Si oui comment avez-vous fait ?
12. Les rappels des objets construits sont-ils forcément complets ? Donner un exemple.
13. A et B sont deux points libres dans le plan.
Où doit-on placer C pour que le triangle ABC soit isocèle en C ?
Où doit-on placer C pour que le triangle ABC soit isocèle en A ?
14. A, B et C sont trois points libres dans le plan. Comment construire D tel que ABCD est un parallélogramme ? (donner éventuellement plusieurs méthodes)

Annexe 2 : une démarche expérimentale en mathématiques

Il est classique d'opposer les mathématiques, science exacte par essence, aux autres sciences, qui trouvent leur fondement dans l'expérience car elles sont liées, voire vouées, à une interprétation du monde.

Les mathématiques se différencient de celles-ci par une logique qui leur est propre : celle des théories axiomatiques, pour lesquelles il est requis de tout démontrer à partir des postulats de base, mais aussi pour lesquelles toute construction formant un ensemble cohérent est valable, même si elle heurte les esprits en semblant au premier abord ne pas coller à une "réalité" (comme les nombres "impossibles" de Cardan ou la géométrie de Lobatchevski).

Cette démarche rigoureuse marque fortement la perception des mathématiques qu'en ont les Français (Bourbaki en est le fruit, mais aussi un vecteur). Elle participe sans doute au succès des mathématiciens français, et reste très présente dans notre enseignement, malgré un recul que l'on peut vraisemblablement lier plutôt aux difficultés que la méthode implique qu'à une nouvelle approche des mathématiques.

Ces caractéristiques peuvent sembler exclure l'idée d'une démarche expérimentale en mathématique.

Cependant l'évolution récente de la recherche dans certains domaines - l'arithmétique par exemple - montre que cette opposition doit être nuancée. L'utilisation des moyens de calcul offerts par les techniques modernes, la possibilité de confier à un ordinateur des séries de tests et de vérification élargissent les méthodes de recherche : les seuls outils du mathématicien ne peuvent plus être le "papier-crayon".

Cette démarche n'est bien sûr pas nouvelle : notons le célèbre exemple du "grand théorème" de Fermat, qui a longuement résisté à toute autre certitude qu'expérimentale.

À l'exemple de la recherche, l'enseignement des mathématiques se doit d'évoluer lui aussi en reconnaissant mieux une approche expérimentale des mathématiques et en la favorisant.

Sans doute une prise de conscience de cette nécessité existe-t-elle : l'emploi du mot "conjecture" dans les textes soumis aux élèves en est un indice. Mais les moyens offerts et les objectifs des situations étudiées sont souvent pauvres : en particulier, il n'est pas rare que cette démarche soit à faire à partir d'une figure sans variable.

Les moyens modernes - calculatrices, ordinateurs - offrent des possibilités bien plus intéressantes, par la variété des situations, la facilité d'obtenir des informations numériques, graphiques, L'un des rôles de l'enseignement est d'apprendre aux élèves à utiliser intelligemment et efficacement ces moyens.

Certains logiciels, tels que GeoplanW, sont de bons outils d'expérimentation. Encore faut-il savoir les utiliser pour cette démarche, ce à quoi AnaFig peut aider en développant des méthodes et des attitudes efficaces.

Au niveau de l'enseignement secondaire, il s'agit surtout de favoriser une attitude investigatrice et autonome permettant d'appréhender une situation, d'émettre des hypothèses et de se donner les moyens de les contrôler, puis d'être capable d'utiliser (et de trier) les informations recueillies pour réaliser une tâche particulière.

Le logiciel AnaFig est entièrement fondé sur une analyse expérimentale de figures. Les différents points qui viennent d'être mentionnés s'y retrouvent, au fil des activités.

La situation présentée par les trois figures étudiées est celle d'une boîte noire : sur ces figures, l'utilisateur n'a au départ pratiquement aucune information, et c'est à lui de faire une analyse progressive de la figure, d'une part par une observation visuelle basée sur le déplacement des points mettant en évidence des liens entre eux, d'autre part à l'aide des nombreux outils qu'offre le logiciel GeoplanW.

Cette exploration ne peut lui donner de certitude : les informations obtenues laissent nécessairement place à une marge d'erreur, car tant l'exploration de l'utilisateur que les tests de contrôle du logiciel utilisent d'une part une quantification imparfaite ("pour toute position du point libre" ne peut être vérifié expérimentalement) et d'autre part des valeurs approchées (par conception de GeoplanW, qui n'utilise pas de calcul formel, et par choix pour le logiciel AnaFig). Pourtant, une étude expérimentale suffisamment rigoureuse ne laisse place qu'à une faible incertitude.

Le tri des informations ainsi recueillies et leur utilisation est une difficulté des activités de cibles et de reproduction proposées : un élève peut avoir observé toutes les propriétés utiles, mais ne pas savoir comment les utiliser pour réaliser les tâches demandées.

Les seules activités mathématiques qui aient droit de cité ne sauraient être des activités de construction axiomatique et de démonstration. Pourtant elles restent la base de la rigueur qui caractérise cette science. Il importe de savoir distinguer ce qui est su et sûr, car prouvé, et ce qui est probable, car contrôlé avec des moyens raisonnablement performants. Aucun travail de démonstration n'est prévu dans AnaFig, mais les textes du logiciel soulignent cet aspect d'incertitude, espérant que l'utilisateur apprendra à clairement faire la différence entre voir et prouver.

Réalisation

Ministère de l'Education Nationale, de la Recherche et de la Technologie

CREEM (CNAM) : Centre de Recherche et d'Expérimentation sur l'Enseignement des Mathématiques au Conservatoire National des Arts et Métiers

292 rue Saint Martin 75003 Paris

e-mail : creem@cnam.fr

site web : <http://www2.cnam.fr/creem/>

SDTETIC DT B1 : Sous-Direction des Technologies Educatives et des Technologies de l'Information et de la communication.

Direction de la Technologie.

Bureau des Technologies Nouvelles pour l'Enseignement.

Liste des membres du CREEM participant au projet

A.Authier, G. Grolleau, ML Hocquenghem, S Hocquenghem,
F.Monnet, Y.Paquelier, P.Sérès, AM.Serfati, A.Varoquaux.

Edition et Diffusion

Centre Régional de Documentation Pédagogique de Champagne-Ardenne

47, rue Simon - 51100 REIMS

Site web : <http://crdp.ac-reims.fr>

Directeur de la Publication : J. MARTIN

Dépôt légal : 4ème trimestre 1999

© CRDP de Champagne-Ardenne, 1999