

GEOPLAN-GEOSPACE

Logiciel de construction mathématique
dans le plan et dans l'espace

AID-CREEM

Avertissements

Afin de faciliter la lecture pour les utilisateurs de GeoplanW et GeospacW, nous avons choisi de reprendre les parties toujours pertinentes des brochures associées à ces versions. Nous les avons seulement actualisées (intitulé des articles de menu, boutons de la barre d'outils, etc.).

De plus toutes les nouveautés sont signalées comme telles.

Tous les fichiers créés avec les versions précédentes sont bien sûr compatibles avec Geoplan-Geospace.

Dans quelques cas rares, un fichier créé avec une ancienne version, enregistré avec la nouvelle sans en utiliser les nouvelles fonctionnalités peut ne plus être compris correctement par la version précédente (par exemple lorsque le cadre de limitation de l'image a été utilisé pour l'impression ou la copie).

SOMMAIRE

Geoplan - Geospace logiciel de construction mathématique..... 7

I - Communication entre une figure plane et une figure de l'espace 8

II - Présentation de Geoplan..... 13

Geoplan et la "géométrie pure"..... 13

Geoplan et la "géométrie analytique" 14

Geoplan et le "numérique"..... 15

Geoplan logiciel de construction mathématique 16

III - Présentation de Geospace 18

Geospace et la visualisation des objets de l'espace 19

Geospace et la visualisation des surfaces : maillages 20

Geospace et les problèmes de section dans l'espace. 22

Geospace , la géométrie "pure", le "numérique"..... 23

Geospace et la "géométrie analytique"..... 23

Geospace et les problèmes de représentation des objets de l'espace..... 25

Quelques réflexions sur les objets de Geoplan-Geospace..... 28

I - La notion de figure dans Geoplan-Geospace 28

Avertissement 28

Éléments ou objets constituant d'une figure 29

Objets fixes, objets variables, valeurs des objets 29

Objets "dessinables" 31

Variables libres, variables liées 31

Figure-Geoplan et dessin..... 32

II - Les représentations planes des objets de l'espace dans le cas des figures-Geospace..... 33

Différentes vues d'une même figure 33

Pour aller plus loin..... 36

Figure-Geospace et représentation de la figure, "maquette virtuelle" 40

Paramètres de représentation 41

Problèmes terminologiques 41

Les prototypes 43

La notion de prototype..... 43

Fabrication à partir d'un exemple dans une figure 43

Prototype donnant une fonction 49

Commentaires 53

Premières figures, premières observations avec Geoplan-Geospace..... 56

I - Votre première figure avec Geoplan..... 56

Création de la figure 56

Changement de cadrage, déplacement d'un point libre 57

Vérification et changement de style	57
Traces d'un point	58
Création d'un ensemble de points	58
Création d'un affichage.....	59
II - Quelques situations de départ avec Geospace	60
Observer les propriétés des figures	60
Section d'un polyèdre par un plan et ensemble de points	67
Patrons d'un polyèdre convexe.....	70
Avec des coordonnées	72
Fichiers-exemples	74
I - Accompagnant GeoplanW version 1	74
Fichiers de niveau 1	74
Fichiers de niveau 2	83
II - Accompagnant GeoplanW version 2	89
Exemples de figures-Géoplan avec prototypes	89
Exemples de figures avec des points collés	99
III - Accompagnant GeospacW	100
Fichiers du répertoire BasesEspace.....	101
Fichiers du répertoire ClassicsEspace.....	102
Fichiers du répertoire CoursEspace.....	104
Fichiers du répertoire Exemple1Espace.....	104
Fichiers du répertoire Exemple2Espace.....	120
IV - Exemples illustrant les nouveautés de Geoplan-Geospace	141
Figures dans le plan	141
Figures dans l'espace	152
Figures exploitant la communication entre des figures du plan et de l'espace	161
V - Classifications des exemples.....	164
Avertissement	164
Classification des exemples du plan selon ce qu'ils illustrent	164
Classification des exemples de l'espace selon ce qu'ils illustrent	166
Communication entre des figures du plan et de l'espace	167
Table des fichiers des répertoires des figures du plan	168
Table des fichiers des répertoires des figures de l'espace	168
Fichiers du répertoire FiguresCommunicantes	169
Classification des exemples selon le niveau auquel ils s'adressent	170
Menus de Geoplan-Geospace.....	172
I - Menus indépendants des figures	172
Menu FICHIER	172
Menu FENÊTRE	173
Menu AIDE	174
Menu OPTIONS	174
II - Menus liés à une figure	175
Généralités sur les créations	175
Menu CRÉER d'une figure du plan.....	178
Menu CRÉER pour une figure de l'espace.....	192

Menu PILOTER (commun aux figures du plan et de l'espace).....	207
Menu AFFICHER (en grande partie commun aux figures du plan et de l'espace).....	210
Menu DIVERS (en grande partie commun aux figures du plan et de l'espace).....	212
Menu ÉDITER (commun au plan et à l'espace).....	215
Menu VUES.....	217
III - Organisation des menus	219
Pour une figure du plan	219
Pour une figure de l'espace	222
Quelques informations sur les outils	226
I - Les icônes de la barre d'outils.....	226
Les icônes communes aux figures du plan ou de l'espace	226
Les icônes supplémentaires pour une figure de l'espace.....	227
II - Les raccourcis clavier.....	228
Les raccourcis clavier communs au plan et à l'espace.....	228
Les raccourcis clavier supplémentaires pour l'espace	229
III - Les curseurs	230
IV - La boîte de styles	230
Pour une figure du plan	231
Pour une figure de l'espace.....	232
V - Écriture des expressions et formatage d'un texte.....	233
Écriture des expressions : règles et exemples.....	233
Formatage d'un texte.....	237
VI - Le texte de la figure	238
Phrases à écrire directement dans le texte de la figure.....	239
VII - Quelques précisions sur l'aide en ligne.....	242
Fichier de configuration du logiciel	243

Geoplan - Geospace

logiciel de construction mathématique

En 1997 le CREEM éditait la première version de GeoplanW logiciel de construction mathématique fonctionnant sous Windows, bientôt suivie de GeospacW¹, son équivalent dans l'espace puis d'une version 2 de GeoplanW. Ces logiciels sont au fil du temps devenus des standards pour l'enseignement secondaire.

Geoplan – Geospace réunit en un seul logiciel les versions actualisées des deux précédents et doit naturellement prendre leur place. Les versions précédentes peuvent être téléchargées sur le serveur de l'AID-CREEM dont l'adresse est <http://www2.cnam.fr/creem/>. Il a été développé en même temps que les versions ActiveX qui permettent d'insérer dans des pages HTML des figures (du plan ou de l'espace) ainsi que des écritures mathématiques. Parallèlement, une version multi-plateforme, sous Java, est en cours d'élaboration. Elle doit permettre au départ de voir et "faire fonctionner" les figures du plan ou de l'espace et dans l'avenir de les créer. Les versions ActiveX et Java sont mises à disposition sur le serveur de l'AID-CREEM.

Que ce soit dans le plan ou dans l'espace, de nouvelles fonctionnalités ont été ajoutées (comme les prototypes dans l'espace, les fonctions définies par valeurs, les fonctions de plusieurs variables, les représentations des surfaces par maillage) permettant de créer de nouveaux objets, d'illustrer de nouveaux problèmes ou d'améliorer la qualité de la représentation (palette de couleurs plus importante).

De plus la réunion des deux logiciels en un seul permet de faire communiquer entre elles des figures planes et des figures de l'espace (ce qui était impossible dans les versions précédentes, on ne pouvait que simuler une figure plane en se plaçant dans un plan de l'espace dans le logiciel GeospacW).

Enfin, cette nouvelle version bénéficie des modules de chargement et d'enregistrement (disponibles depuis la version 95 de Windows) qui facilitent

¹ une version DOS éditée au CRDP de Poitou-Charentes avait été distribuée dans tous les lycées en 1992 dans l'ensemble "Activités mathématiques avec IMAGICIELS, premières et terminales"

grandement la navigation en réseau ou sur le poste de travail et permet de donner des noms longs aux fichiers.

Les remarques, l'intérêt et le soutien des utilisateurs nous ont été souvent utiles et nous espérons qu'ils apprécieront les changements apportés au logiciel.

Cette introduction comporte trois parties : la première illustrant par quelques exemples la communication entre deux figures, l'une plane et l'autre de l'espace, les deux suivantes reprenant les présentations des plaquettes accompagnant GeoplanW et GeospacW (les exemples présentés et les divers commentaires techniques ou théoriques sont toujours pertinents).

I - Communication entre une figure plane et une figure de l'espace

Les fichiers qui ont servi pour les exemples présentés ici se trouvent dans le répertoire FiguresCommunicantes.

Exemple 1 : la "vitre" de Dürer

Un des problèmes que l'on doit aborder très vite lorsque l'on fait de la géométrie dans l'espace est celui de la représentation des objets de l'espace sur un plan. Pour faire mieux comprendre la représentation utilisée de façon classique en mathématique, on peut en présenter d'autres. Voici un exemple de perspective fuyante reprenant méthode illustrée dans des gravures célèbres de Dürer.

Il s'agit de représenter point par point sur une "vitre verticale" un quadrillage d'un plan horizontal. Deux figures sont mises en mosaïque ; l'une est dans l'espace et montre la construction point par point du dessin plan, l'autre est une figure plane et montre le résultat sur la "vitre".

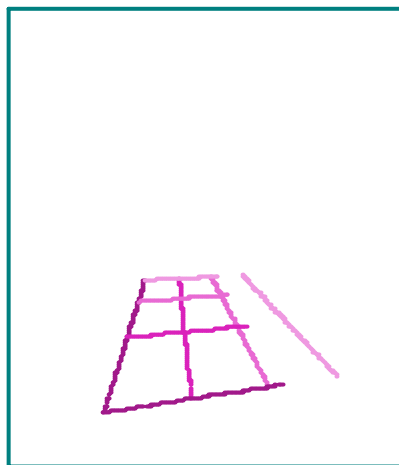
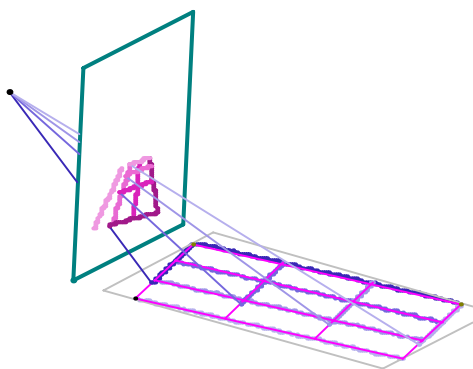
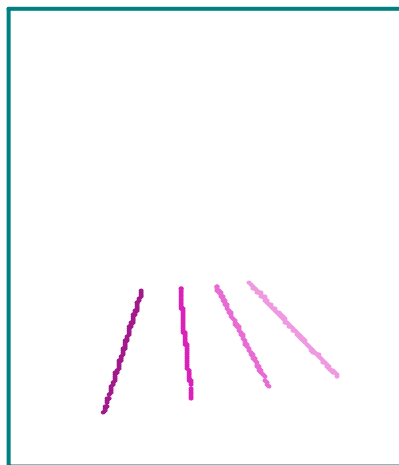
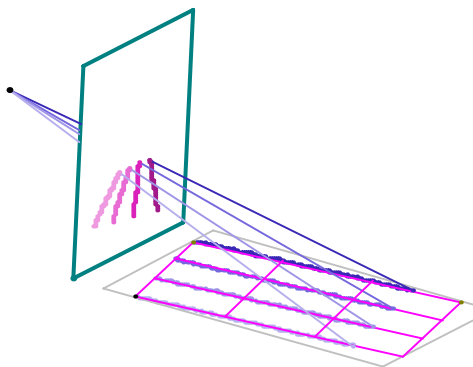
Dans la figure de l'espace, l'œil de l'observateur est représenté par le point O, pour chaque point M du quadrillage, sa représentation M' sur la "vitre" est le point d'intersection du "rayon lumineux" [OM] avec la "vitre".

La figure plane **importe** les coordonnées du M' dans un repère du plan de la vitre.

Pour mettre en évidence la notion de point de fuite, les images des parallèles du quadrillage sont construites en même temps. La figure plane représente ce que voit

l'observateur sur la vitre, ce n'est pas ce qui est visible sur le côté de la vitre dans la figure de l'espace dans les dessins ci-dessous.

Voici deux étapes de la construction.



Exemple 2 : représentation "en vraie grandeur" d'une section plane d'un polyèdre convexe

Cette représentation peut être obtenue directement dans une figure de l'espace en mettant de face le plan de la section (la section étant construite grâce à un item de menu). Mais si on change les positions des points, le plan de la section ne reste pas forcément de face.

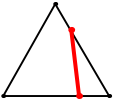
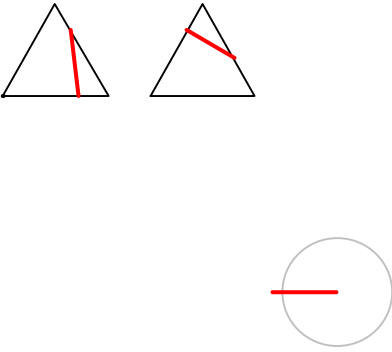
En général, dès que le polygone obtenu n'est pas un triangle, il est difficile ou pénible de déterminer "à la main" les divers éléments qui permettent de construire la section en vraie grandeur.

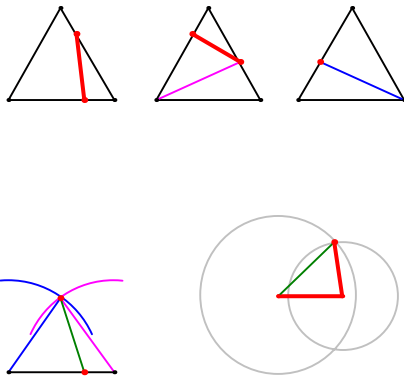
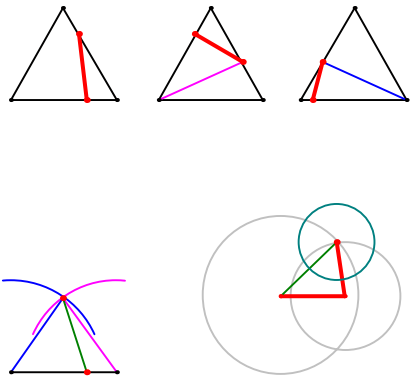
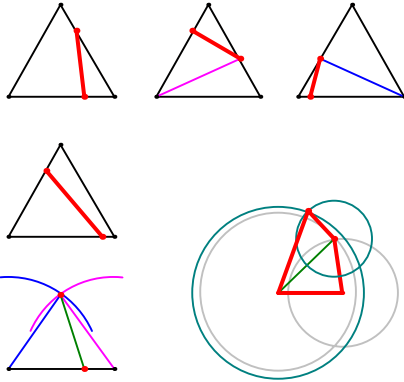
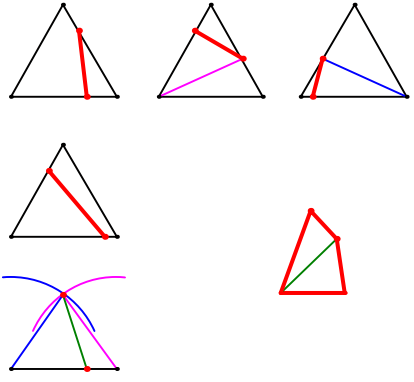
Voici dans un cas particulier différentes étapes de cette construction dans une figure du plan (la même démarche pourrait être faite sur le papier) qui communique avec une figure de l'espace.

Dans la figure Geospace, ABCD est un tétraèdre régulier, les points P, Q et R sont des points libres respectivement sur les arêtes [AB], [BC] et [CD].

On définit le point S comme point d'intersection du plan (PQR) avec la droite (AD).

La figure plane **importe seulement la position de chacun des points P, Q, R et S sur chaque arête** et reprend un dessin dans chaque face du tétraèdre pour construire pas à pas la section en reportant des longueurs.

Première étape : dans le triangle équilatéral ABC, on reporte les positions des points P et Q, ce qui permet de tracer [PQ].	Deuxième étape : dans le triangle équilatéral BCD, on reporte les positions des points Q et R, ce qui permet d'obtenir la longueur QR.
	

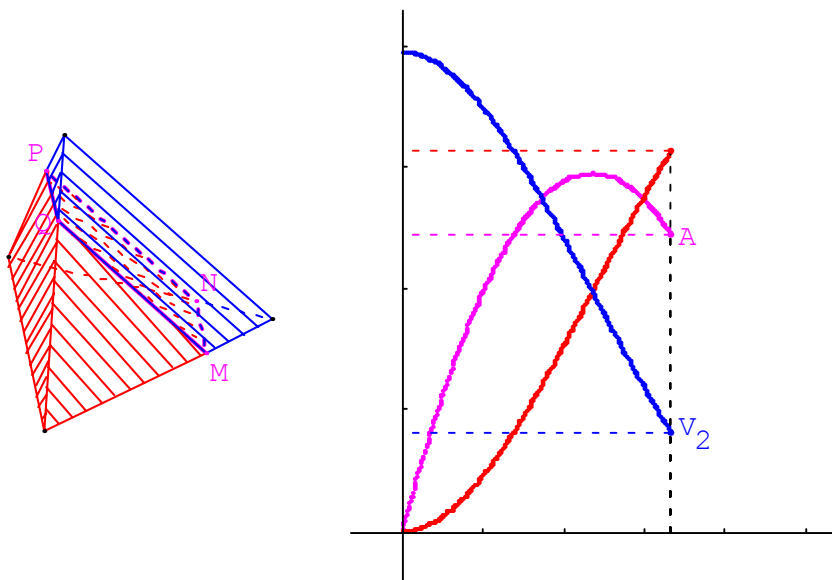
<p>Troisième étape : dans le triangle équilatéral ACD, on reporte la position de R, on obtient ainsi les longueurs AR et BR pour tracer le triangle ABR qui nous permet d'obtenir la longueur PR donc de terminer la construction du point R.</p>	<p>Quatrième étape : dans le triangle ACD, on reporte la position de S, ce qui permet d'obtenir la longueur RS.</p>
	
<p>Cinquième étape : dans le triangle ABD, on reporte les positions de P et S, ce qui permet d'obtenir la longueur PS et de terminer la construction de S.</p>	<p>Construction terminée. Naturellement si on change la position d'un des points P, Q ou R dans la figure de l'espace, la figure plane s'actualise.</p>
	

Exemple 3 : étude de l'aire maximale de la section d'un tétraèdre par un plan parallèle à deux arêtes opposées

La communication entre une figure de l'espace et une figure plane est très utile pour observer des fonctions définies géométriquement sur une figure de l'espace.

Dans l'exemple ci-dessous, ABCD est un tétraèdre quelconque et M un point quelconque de l'arête [BC]. On trace les points P, Q et N tels que MNPQ soit la section du tétraèdre avec le plan passant par M et parallèle aux arêtes (AB) et (CD). On note x la longueur BM, a l'aire de la section, v_1 et v_2 les volumes des deux convexes délimités par le plan de la section.

La figure plane importe les valeurs de x , a , v_1 et v_2 . En définissant des points dans un repère, et en se plaçant en mode Trace, on peut obtenir point par point les courbes des fonctions. On peut ainsi observer le maximum de l'aire et constater que lorsque l'aire est maximale, le tétraèdre est découpé en deux convexes de même volume.



II - Présentation de Geoplan

Toute cette partie est reprise de la présentation de GeoplanW. Les nouvelles fonctionnalités de Geoplan sont décrites plus loin dans la brochure (prototypes, exemples).

Geoplan permet de définir et de manipuler des objets géométriques du plan et des objets numériques : points, droites, cercles, nombres, transformations, repères, courbes, vecteurs, fonctions numériques, suites numériques, etc.

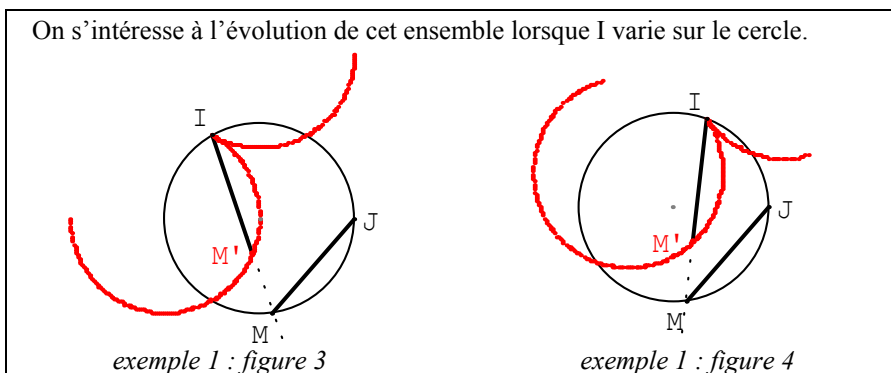
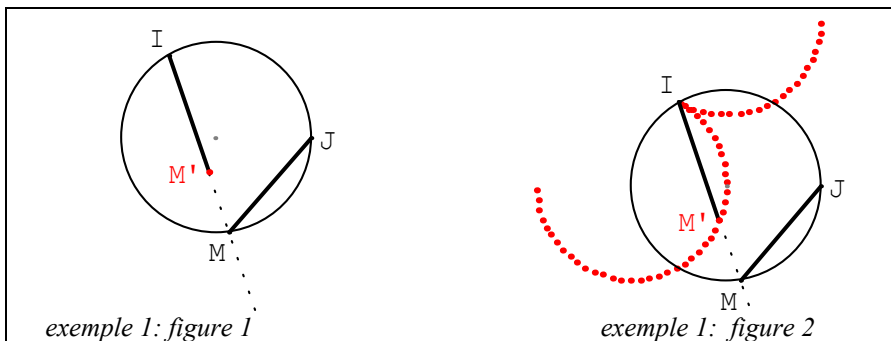
Les créations et manipulations peuvent être automatisées en créant des commandes. Geoplan est ainsi un logiciel "langage-auteur" d'imaginels.

Voici un très bref aperçu de ses possibilités à travers quelques exemples ; les premiers s'intéressent à un domaine particulier et le dernier en utilise plusieurs. Le choix des situations a été guidé par la nécessité de créer dans chaque cas un petit nombre d'objets et d'obtenir cependant une image convaincante. Toutes les illustrations ont été obtenues par copier/coller depuis GeoplanW (version 1) vers le logiciel de traitement de texte.

Geoplan et la "géométrie pure"

Un repère "absolu" prédéfini R_{oxy} permet de créer des objets géométriques fixes ; des points libres peuvent également être créés puis "pilotés" : on peut les faire varier (avec la souris, avec le clavier, ou encore en leur affectant une valeur particulière éventuellement choisie aléatoirement). Ces points libres serviront à construire des objets géométriques variables.

Dans l'exemple 1 ci-dessous les points I et J sont des points fixés sur un cercle, M est un point libre du cercle et M' est le point de la demi-droite [IM) tel que $IM' = JM$ (figure 1). On s'intéresse à l'ensemble des points M' lorsque M décrit le cercle. On peut obtenir ce lieu en laissant les traces du point M' lorsque M varie (figure 2). On peut aussi obtenir ce lieu en tant que courbe (figure 3) et, en prenant I point libre sur le cercle, s'intéresser aux variations du lieu lorsque I varie sur le cercle (figures 3 et 4).

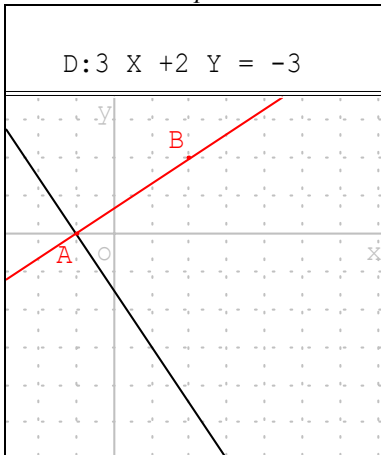


Geoplan et la "géométrie analytique"

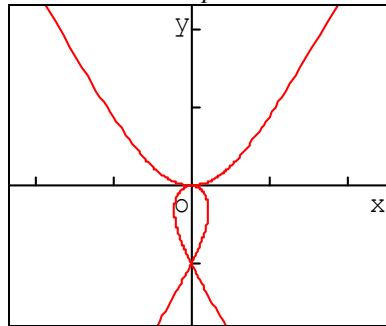
On peut créer des repères, des points et des vecteurs en donnant leurs coordonnées, des droites au moyen d'une équation, des courbes (cartésiennes, paramétrées, polaires) dans le repère prédéfini ou dans un repère créé par l'utilisateur.

Dans l'exemple 2 ci-dessous, A et B sont deux points libres à coordonnées entières et la droite D est la perpendiculaire à (AB) passant par A : chaque fois que l'on modifie la position de l'un de ces points, les affichages des équations des droites (AB) et D s'actualisent. Dans l'exemple 3, on a juste créé une courbe en coordonnées polaires.

exemple 2



exemple 3



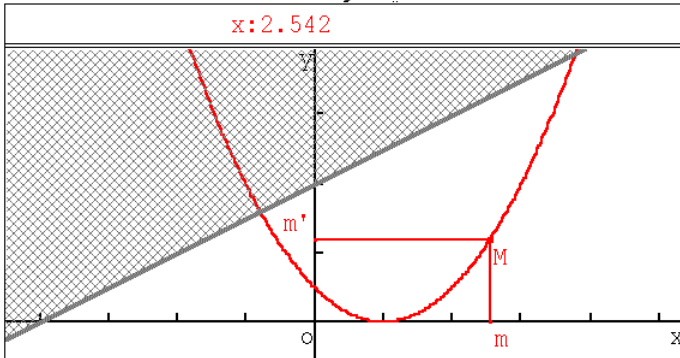
Courbe d'équation $\rho = \frac{\sin \theta}{2\cos\theta-1}$

Geoplan et le "numérique".

On peut créer des objets numériques : constantes, variables numériques entières ou réelles, nombres définis à partir d'objets géométriques (longueur d'un segment, produit scalaire de deux vecteurs...) ou à partir d'une expression algébrique. Des fonctions numériques et des suites numériques peuvent également être créées. Tous ces objets ne donnent rien de visible à l'écran lors de leur création. Pour les "voir", il faut créer de nouveaux objets qui en dépendent : des affichages, des courbes représentatives et donc souvent faire une incursion dans le domaine de la géométrie analytique.

Dans l'exemple 4, on a créé une fonction f , sa courbe C , un point M qui varie sur C en le définissant de coordonnées $(x, f(x))$ avec x variable réelle libre dans $[-10,10]$. Si on ajoute le demi-plan défini par $Y \geq \frac{X}{2} + 2$, et l'affichage du réel x , on crée un imagiciel que l'on peut utiliser pour interpréter la résolution d'une inéquation du second degré.

exemple 4



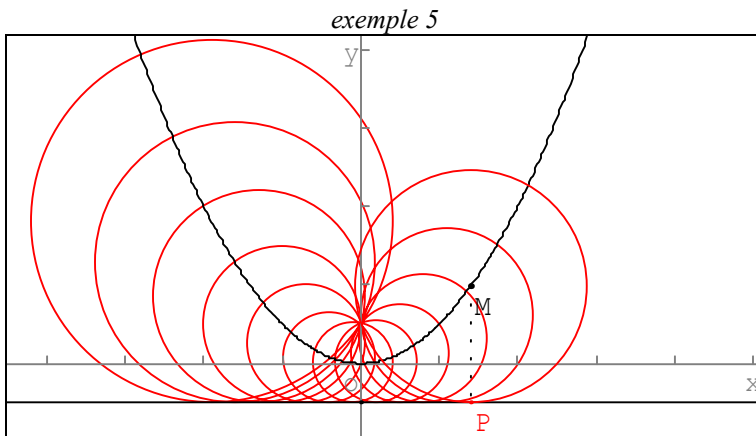
On peut à tout moment, demander le "rappel des objets créés" dans lequel les expressions mathématiques sont dessinées comme le veut l'usage. Voici le rappel de quelques objets de l'exemple 4.

R_{oxy} repère orthonormal
f fonction: $x \mapsto \frac{(x-1)^2}{2}$
C graphe de **f** sur $[-10, 10]$ (500 points, repère **R_{oxy}**)
x réel libre de $[-10, 10]$
M point de coordonnées $(x, f(x))$ dans le repère **R_{oxy}**
P demi-plan d'inéquation $y \geq \frac{x}{2} + 2$ dans le repère **R_{oxy}**
A_{f0} affichage du scalaire **x** (3 décimales)

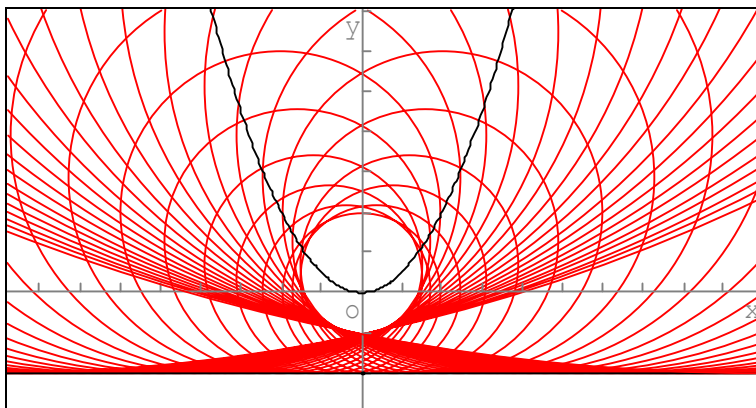
Geoplan logiciel de construction mathématique

La séparation en trois domaines n'est due qu'à un choix d'exposition pour ce texte de présentation. Pour Geoplan, tous les objets sont des objets mathématiques qu'ils soient de nature géométrique ou numérique.

Dans l'exemple 5, on a défini une fonction trinôme f , sa courbe représentative dans le repère R_{oxy} , le point M de coordonnées $(x, f(x))$ où x est une variable réelle libre, une droite D définie par une équation, le projeté orthogonal P de M sur D et enfin le cercle de centre M passant par P . Si on a choisi pour D la directrice de la parabole, en faisant varier x et en laissant les traces du cercle, on observe que les cercles passent par un point fixe qui est le foyer (illustration ci-dessous).



Et avec un tel logiciel, on a vite la curiosité de regarder ce qui se produit lorsque la droite D n'est pas la directrice... Voici l'illustration dans un autre cas.



A l'utilisateur curieux de continuer l'exploration...

III - Présentation de Geospace

Toute cette partie sauf ce qui concerne les maillages est reprise de la présentation de GeospacW.
--

Geospace permet de créer et de représenter des figures de l'espace. Ces figures sont composées d'objets mathématiques fixes ou variables qui peuvent être de différentes natures : points, droites, plans, polygones, polyèdres convexes, sphères, cônes, cylindres ... mais aussi vecteurs, transformations géométriques, variables numériques, fonctions, etc.

À chaque instant, Geospace offre une représentation de la figure sur l'écran ; celle-ci est construite à l'aide des valeurs qu'ont les variables à cet instant. L'utilisateur a la possibilité de changer les valeurs des variables libres de la figure. Le logiciel actualise immédiatement les valeurs de toutes les variables ainsi que la représentation sur l'écran.

Cette représentation sur l'écran dépend, en outre, de différents paramètres de représentation qui sont choisis par le logiciel à la création des objets et qui sont, ultérieurement, modifiables par l'utilisateur ; ces paramètres concernent, entre autres, les différentes "vues de la figure", le choix de la projection (orthogonale ou oblique) effectuée pour obtenir le dessin plan, le caractère opaque ou non de certains objets ainsi que les conventions de dessin associées (avec ou sans pointillés).

Les dessins Geospace peuvent être imprimés, soit directement à partir du logiciel, soit après importation dans des logiciels de traitement de texte où ils permettent de réaliser des illustrations.

Quelques créations et de nombreuses manipulations peuvent, de plus, être automatisées en créant des commandes. Cela permet de faire de Geospace un logiciel "langage-auteur" d'imagiciels.

Constituant une aide importante pour une meilleure appréhension des objets de l'espace, Geospace est un outil précieux pour l'enseignement de la géométrie dans l'espace à tous les niveaux (du collège jusqu'en premier cycle de l'enseignement supérieur).

Le logiciel est accompagné d'une documentation écrite qui a été conçue d'une part pour permettre une découverte assez rapide d'une partie de ses fonctionnalités d'autre part pour favoriser la réflexion autant sur des questions d'enseignement que sur des problèmes d'ordre mathématique.

Par ses possibilités multiples, la qualité et la variété de ses dessins, les effets esthétiques que l'on peut obtenir, en particulier ceux de rotations des objets,

Geospace est un auxiliaire d'usage gratifiant, tout en restant dans un contexte conçu spécifiquement pour l'enseignement des mathématiques.

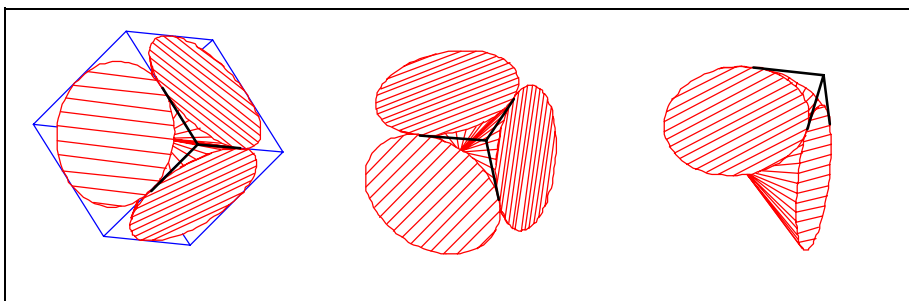
Geospace permet aussi de poser et d'analyser le problème de la représentation plane des objets de l'espace en mathématiques. Cette question, souvent occultée parce que difficile, n'est certainement pas sans influence sur la compréhension et la maîtrise que l'on peut avoir de la géométrie dans l'espace. L'observation de quelques dessins "problématiques" mais inévitables et l'exploration de la figure correspondante avec Geospace, sont de nature à ouvrir des horizons et alimenter la réflexion.

Voici un très bref aperçu des possibilités du logiciel à travers quelques exemples.

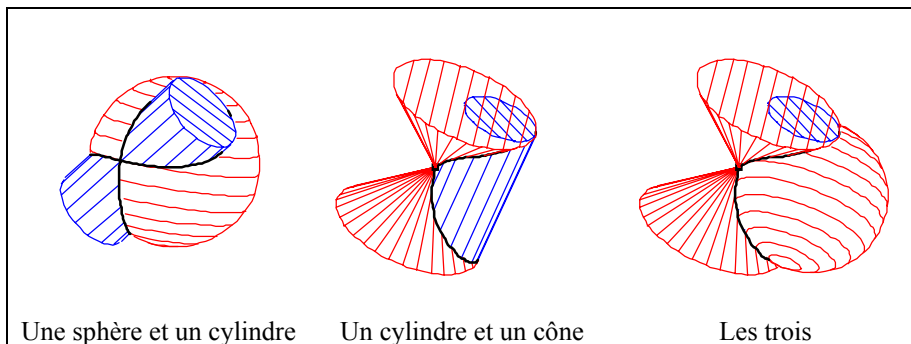
Geospace et la visualisation des objets de l'espace

Un des premiers problèmes qui se pose lorsque l'on fait de la géométrie dans l'espace est celui de la "visualisation" des objets qui sont le plus souvent représentés par un dessin (sur une feuille de papier, plane par nature) assorti d'une légende. Le logiciel Geospace permet d'obtenir rapidement un très grand nombre de dessins différents d'un même objet ce qui facilite l'appréhension de l'objet étudié.

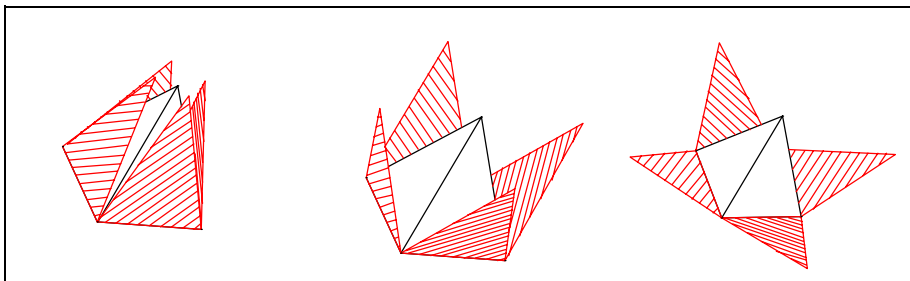
Exemple 1 : il s'agit de calculer le volume restant entre un "coin" du cube et trois cônes ayant leur sommet au centre d'un cube et dont les bases sont trois cercles inscrits dans trois faces deux à deux adjacentes du cube. Dans cet exercice de niveau collège, le volume à calculer, très difficile à décrire rapidement et clairement, est aisément compréhensible à l'aide de Geospace. Cette situation est reprise et détaillée dans l'exemple "Cones" (répertoire Exemple1Espace).



La qualité des dessins fournis par Geospace permet de voir des objets un peu compliqués comme, dans l'exemple 2 illustré ci-dessous, la fenêtre de Viviani qui est une courbe de l'espace intersection d'une sphère, d'un cylindre et d'un cône.



Exemple 3 : il illustre différentes étapes de "l'ouverture" d'un patron de solide, notion exploitable à l'école primaire comme au collège (Geospace permet de créer directement des patrons de polyèdres convexes et d'animer facilement leurs ouvertures).



Geospace et la visualisation des surfaces : maillages

Geospace ne permet la création et la représentation "correcte" que de quelques types de solides "élémentaires" comme les sphères, polyèdres convexes, cônes, cylindres etc.

Il est cependant possible de visualiser plus ou moins clairement toutes sortes d'autres surfaces en créant des **maillages**.

Donnons ici une brève description de ce que Geospace entend par le terme "maillage".

Soient u une variable réelle dans l'intervalle $[a, b]$ et v une variable réelle dans l'intervalle $[c, d]$. Si x , y et z sont fonctions de u et v , le point de coordonnées (x, y, z) décrit une surface dans l'espace lorsque u et v varient.

Quand u est fixé, le point décrit une courbe sur la surface lorsque v varie ; il en est de même quand v est fixé. Quand on prend un ensemble de n valeurs régulièrement espacées de a à b pour u , on obtient donc un réseau de n courbes. De même avec v en prenant p valeurs régulièrement espacées de c à d .

Les np points de la surface correspondants aux valeurs de u et de v ainsi choisies forment les points d'un maillage de la surface. Un tel maillage peut être représenté par ces points mais aussi en joignant ces points par des segments en suivant les courbes du réseau (option par défaut).

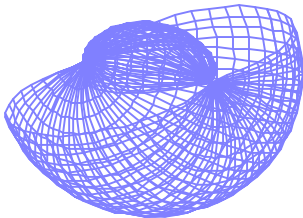
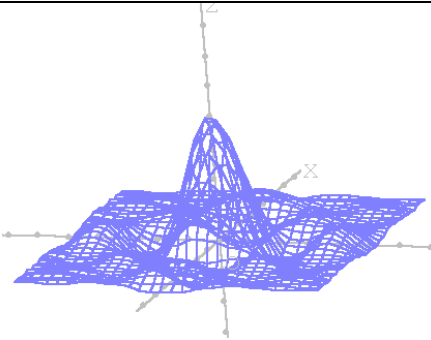
Deux choix sont proposés pour la création d'un maillage : lieu d'un point avec deux pilotes ou graphe d'une fonction à deux variables. Ces deux choix sont illustrés dans les exemples ci-dessous.

Dans le premier cas, les deux pilotes doivent être "à une dimension et bornés", comme une variable libre dans un intervalle, un point libre sur un segment, sur un cercle ou sur un arc de cercle (mais pas sur une sphère ou dans un polygone). Les variables numériques u et v de la description ci-dessus sont celles définissant les positions de chaque pilote (dans le premier exemple ci-dessous, u et v sont des variables libres dans un intervalle).

Dans le deuxième cas (graphe d'une fonction à deux variables), les variables u et v sont simplement l'abscisse et l'ordonnée, le point de la surface étant le point de coordonnées $(x, y, f(x, y))$. On aurait pu faire entrer ce cas dans le premier, mais il est séparé pour des raisons de commodité pour l'utilisateur.

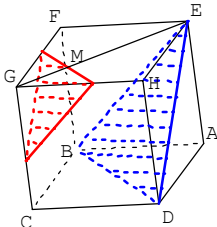
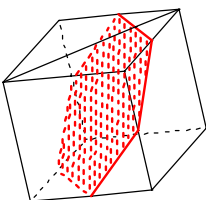
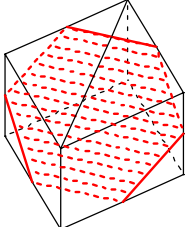
Comme dans toutes les représentations faites par Geospace mais de manière encore beaucoup plus nette ici, ce sont les changements de vue qui permettent de voir la surface grâce au maillage qu'elle porte.

Les exemples représentés ci-dessous sont décrits plus précisément dans le chapitre Exemples et les fichiers correspondants se trouvent dans le répertoire Espace2002.

	
<p>Ensemble des points M (x,y,z) avec</p> $x = (1 - 2\cos u)\cos v \quad u \in [-\pi,\pi]$ $y = (1 - 2\cos u)\sin v \quad v \in [0,\pi]$ $z = 3 \sin u$ <p><u>Nom du fichier</u> : Panier</p>	<p>Surface sur $[-\pi,\pi] \times [-\pi,\pi]$ représentant la fonction $(x,y) \mapsto \frac{\sin(2x)\sin(2y)}{xy}$</p> <p><u>Nom du fichier</u> : PaysageSinusoidal</p>

Geospace et les problèmes de section dans l'espace.

Tout à fait classiques, les problèmes d'intersection dans l'espace sont facilités par l'utilisation d'un logiciel comme Geospace. Dans l'exemple 4 suivant, on étudie la section d'un cube par un plan passant par un point M du segment [GE] et qui reste parallèle au plan défini par les trois points E, B et D. Les illustrations 1 et 2 montrent la section du cube obtenue pour deux points M différents. Dans l'illustration 3, la section de l'illustration 2 est mise de face.

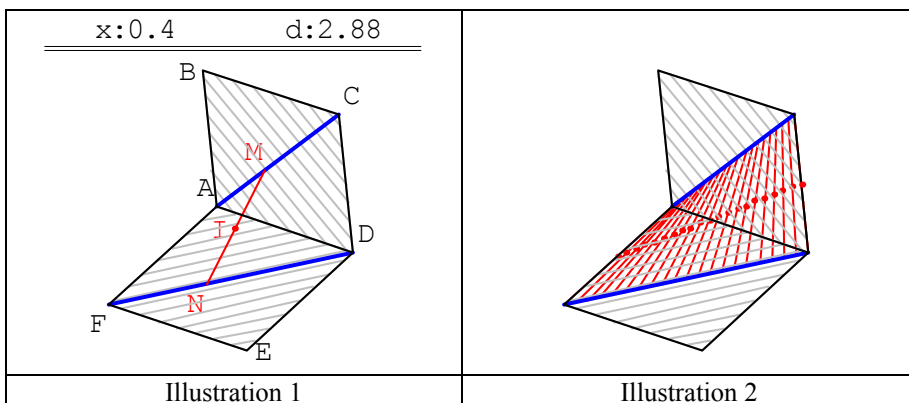
 <p>Illustration 1</p>	 <p>Illustration 2</p>	 <p>Illustration 3</p>
---	---	---

Geospace , la géométrie "pure", le "numérique".

On peut créer des objets numériques : constantes, variables numériques entières ou réelles, nombres définis à partir d'objets géométriques (longueur d'un segment, produit scalaire de deux vecteurs...) ou à partir d'une expression algébrique. Des fonctions numériques peuvent aussi être créées.

Ces objets ne donnent rien de visible à l'écran lors de leur création. Pour les "voir", il faut créer de nouveaux objets qui en dépendent : comme, par exemple, des affichages.

Dans l'exemple 5 suivant, deux carrés de côté 1 ont un côté en commun et sont situés dans des plans perpendiculaires. Pour tout réel x compris entre 0 et 1, on définit les points M et N par $\overrightarrow{AM} = x \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{FN} = x \overrightarrow{FD}$.

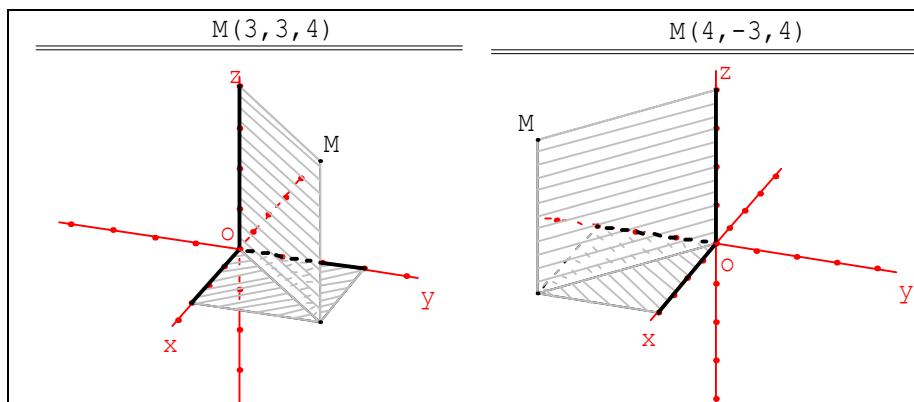


On s'intéresse à la longueur MN notée d lorsque x varie (illustration 1). On peut aussi démontrer que la droite (MN) reste parallèle à un plan fixe et enfin chercher le lieu du milieu I du segment $[MN]$ (illustration 2).

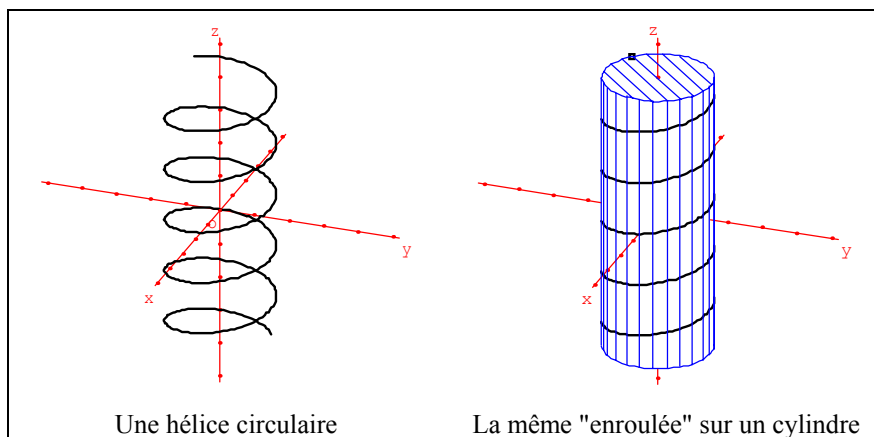
Geospace et la "géométrie analytique"

On peut créer des repères, des points et des vecteurs en donnant leurs coordonnées, des plans au moyen d'une équation, des courbes paramétrées.

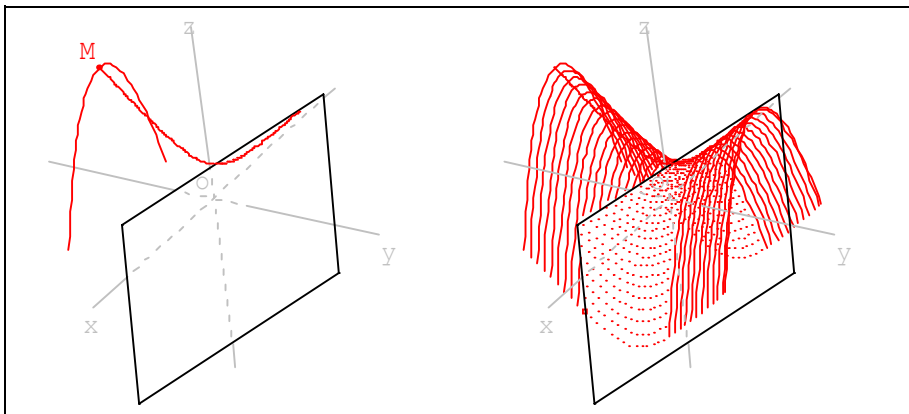
Exemple 6 : illustration de la notion de coordonnées d'un point dans un repère de l'espace.



Exemple 7 : l'hélice circulaire est définie par une représentation paramétrique.

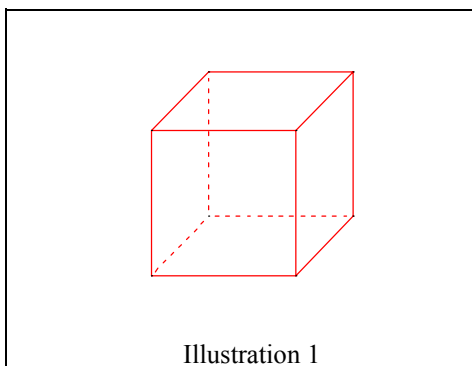


Exemple 8 : on peut voir un parabolôïde hyperbolique coupé par un plan. La surface est engendrée par un arc de parabole variable dont le sommet est situé sur un arc d'hyperbole du plan yoz .

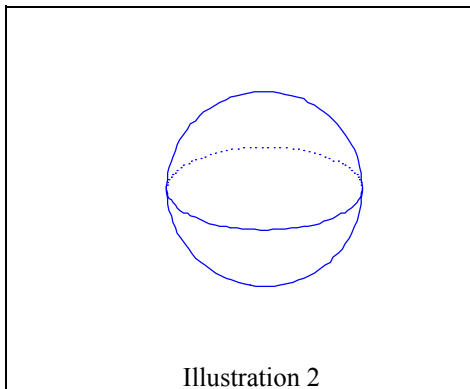


Geospace et les problèmes de représentation des objets de l'espace

Quand on dessine un cube dans le cadre d'une activité mathématique, il est d'usage de le dessiner comme le montre l'illustration 1, avec une face "de face" représentée par un carré.



Quand on dessine une sphère, on dessine en général quelque chose ressemblant à l'illustration 2.

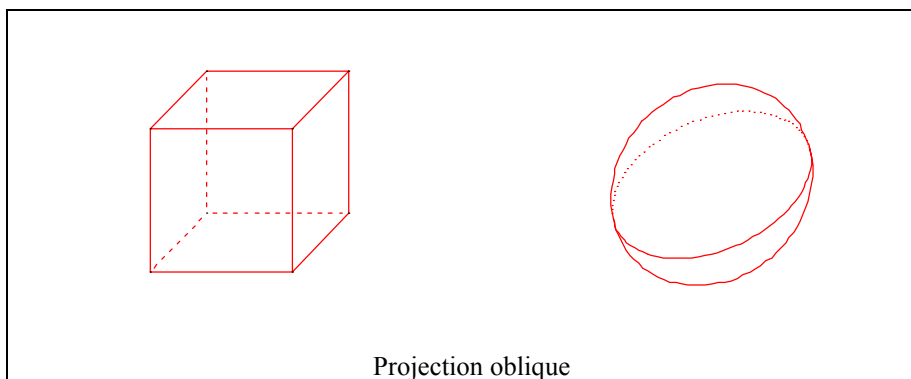


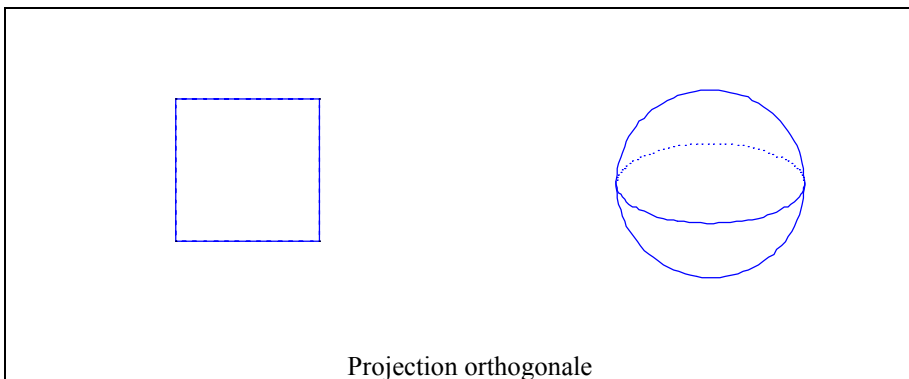
Il faut savoir qu'il n'est pas possible d'obtenir ces deux dessins avec les mêmes conventions de représentation. Il est donc, par exemple, impossible de voir avec Geospace ces deux types de dessin dans la même fenêtre.

Autrement dit, les conventions usuelles varient avec l'objet que l'on veut suggérer !

Le dessin d'un objet est une projection sur un plan parallèlement à une droite : dans l'illustration 1 la projection est oblique alors que, dans l'illustration 2, la projection est orthogonale.

Les dessins suivants montrent ce que l'on peut obtenir simultanément, avec Geospace par exemple, quand on représente une sphère et un cube (avec une face de face) dans une même figure.





En projection orthogonale le cube est entièrement "caché" par sa face "de face". En projection oblique, la sphère prend une forme ovoïde que l'on a quelques difficultés à accepter.

Ces dessins montrent bien qu'à un moment ou à un autre il faut prendre le temps de s'interroger sur les conventions de représentation et leurs principes mathématiques. Ces questions de projection ne sont, d'ailleurs, qu'un exemple des problèmes que pose la représentation plane des objets de l'espace. Le logiciel Geospace offre une aide précieuse pour poser clairement ces problèmes.

Quelques réflexions sur les objets de Geoplan-Geospace

I - La notion de figure dans Geoplan-Geospace

La lecture de ce chapitre n'est pas indispensable pour utiliser Geoplan-Geospace. On y trouvera cependant une aide à la compréhension de la philosophie sur laquelle est basé ce logiciel et qui en a guidé la conception.

Nous reprendrons dans ces réflexions une partie de ce qu'on peut trouver dans les textes accompagnant les logiciels Geoplan (sous DOS), GeoplanW et GeospacW (sous Windows) qui sont des logiciels de construction dans le plan et dans l'espace, ainsi que des considérations accompagnant l'ensemble "Géométrie dans l'espace" de la série "Activités avec imagiciels".

Avertissement

Comme dans toute tentative de "théorisation", il est nécessaire d'utiliser des mots et des locutions en leur donnant un sens précis dans la théorie. Ces mots ont en général une signification plus ou moins vague dans la langue courante, ainsi que dans l'usage en mathématique de cette langue. Ainsi en est-il des mots "figure", "dessin", "objet", "maquette", "élément", "position", "valeur" ainsi que d'autres dont nous nous servons ici.

Il ne faut pas voir dans ce texte une tentative de normalisation du vocabulaire mais une proposition sans doute améliorable de fournir des outils pour décrire, comprendre et peut-être faire comprendre un certain nombre de choses sur le fonctionnement interne et externe d'un logiciel de construction comme Geoplan-Geospace.

Nous resterons dans le cadre des mathématiques et surtout de leur enseignement qui est celui de l'usage prévu par le logiciel et pour lequel il a été conçu. Tout ce qui suit a fait l'objet de nombreux débats passionnés au sein de l'équipe du CREEM, sans toujours arriver facilement à un consensus surtout au niveau du vocabulaire. Sur ce point d'ailleurs, nous avons été un peu piégés par nos travaux

en géométrie plane où la terminologie adaptée à ce cas se révèle moins parlante dans l'espace (qu'est-ce qu'un dessin dans l'espace ?).

L'expérience portant tant sur nous mêmes que sur des collègues enseignants de mathématiques ou d'autres disciplines et sur des élèves prouve qu'il y a une réelle demande pour des explications sur le sujet.

Une grande partie des considérations suivantes concerne aussi bien les figures-Geoplan que les figures-Geospace. Aussi nous les traiterons ensemble. Les différences profondes apparaîtront au niveau des représentations et demandent un discours spécifique pour l'espace.

Éléments ou objets constituant d'une figure

À l'aide des menus ou en agissant directement sur le texte de la figure, l'utilisateur constitue une **figure-Geoplan (resp. -Geospace)** en ajoutant aux "éléments" ou "objets" (nous utiliserons indifféremment ces deux mots) prédéfinis (origine o, axes, plans de coordonnées etc.) des éléments reliés éventuellement à ceux-ci (par exemple un point repéré dans le repère canonique, le vecteur $\vec{i} + \vec{j}$, l'intersection d'un cercle avec un axe de coordonnées etc.) et reliés éventuellement entre eux par le fait que certains sont construits à partir d'autres. Le logiciel garde en mémoire une description de la figure (pour simplifier, nous utiliserons le mot "figure" à la place de "figure-Geoplan resp. -Geospace") et peut la restituer en langage mathématique par action sur le bouton rappel de la barre d'outils ou l'article de menu correspondant.

Objets fixes, objets variables, valeurs des objets

Les objets constitutifs d'une figure peuvent être classés en deux types : ceux qui sont **fixes** ou **constants** et ceux qui sont **variables**.

Exemples d'objets fixes :

dans le plan : la droite d'équation $y = 2x + 1$ dans le repère canonique, le cercle de centre le point de coordonnées (1, -1) passant par l'origine o.

dans l'espace : le point de coordonnées (0,1,-1), la sphère de centre o et de rayon π , la rotation d'axe ox et d'angle 30° .

Exemples d'objets variables :

une variable réelle dans l'intervalle $[-1, 1]$,

un point libre sur une droite.

Un objet variable est plus précisément une **variable**, au sens habituel en mathématiques, qui prend ses valeurs dans un ensemble d'objets fixes comme un ensemble de points, de nombres, de cercles, de rotations, de fonctions etc.

Une variable est à distinguer de sa valeur : cette valeur peut changer pour une même variable et c'est justement l'intérêt d'un logiciel comme Geoplan-Geospace de pouvoir faire ***changer les valeurs d'une même variable***.

La valeur d'un objet peut ne pas exister par moment comme le cercle d'intersection d'un plan et d'une sphère variables qui ne se coupent pas à un tel moment.

Nous avons choisi de qualifier de ***valide*** un objet dont la valeur existe : ainsi un objet peut-il temporairement ne plus être valide ou même ne pas être valide lors de sa création.

Notons d'ailleurs que la manière dont nous nous exprimons a tendance à entraîner la confusion entre variable et valeur car nous parlons à tort de "point variable", de "nombre variable" etc. alors qu'un point variable n'est pas un point mais une variable dont les valeurs sont des points tout comme un nombre variable n'est pas un nombre mais une variable dont les valeurs sont des nombres (variable "numérique")².

Ainsi, la phrase ci-dessus :

"La valeur d'un objet peut ne pas exister par moment comme c'est le cas pour le cercle d'intersection d'un plan et d'une sphère variables qui ne se coupent pas."

devrait être transformée en

"La valeur d'un objet peut ne pas exister par moment comme c'est le cas pour le cercle d'intersection d'un plan et d'une sphère variables dont les **valeurs** ne se coupent pas."

Un objet fixe peut être considéré comme une variable qui ne prend qu'une seule valeur avec laquelle d'ailleurs on le confond en général, ce qui rend légitime de parler des ***valeurs des objets***, qu'ils soient fixes ou variables.

À chaque instant, la valeur de chaque objet, quand cette valeur existe, est stockée dans la mémoire de l'ordinateur, en général sous forme numérique. Par exemple, pour les figures de l'espace, on garde :

- pour un point ou un vecteur, ses coordonnées, donc trois nombres,
- pour une sphère, le centre et le rayon, donc quatre nombres,
- pour un cercle, le centre, un vecteur normal, le rayon et un point, soit 10 nombres.

Pour d'autres types d'objets, on garde la valeur sous une autre forme : ainsi une fonction est stockée sous forme d'une expression, un lieu de points sous forme codée plus complexe.

² Il s'agit là d'un abus de langage connu qui fait que l'adjectif utilisé (ici "variable") ne qualifie pas l'entité à laquelle il s'applique mais au contraire en modifie la nature (de manière apparemment contradictoire comme dans "faux témoin" qui n'est pas un témoin ou "liquide gelé" qui n'est pas un liquide...).

Pour les figures-Geoplan, les objets sont rassemblés en **types-Geoplan**, correspondants aux différents items terminaux du menu *Créer*. Ces différents types peuvent être regroupés en **genres**, selon la nature de la valeur des objets de ces types. Ainsi un objet peut être de **genre point**, de **genre droite**, de **genre transformation** suivant que sa ou ses valeurs sont des points, des droites ou des transformations.

Il en est de même pour les figures-Geospace, mutatis mutandis.

Objets "dessinables"

Les valeurs de certains objets d'une figure-Geoplan sont des parties de \mathbb{R}^2 comme c'est le cas avec les points, les segments, les cercles, les polygones etc. Comme en général on peut représenter sur l'écran ces valeurs, nous qualifierons ces objets de "dessinables". On ne peut pas représenter de cette façon les valeurs d'autres objets comme les transformations, les nombres, les fonctions, les vecteurs. Nous qualifierons ces objets de "non dessinables".

Il en est de même pour les figures-Geospace, dont certains objets sont des parties de l'espace, et qui seront aussi qualifiés de dessinables. Cependant, dans ce cas notons que certains objets ont un statut ambigu par rapport à cette définition : c'est le cas des plans qui sont des parties de \mathbb{R}^3 et que pourtant nous avons renoncé à représenter dans le cas d'une figure-Geospace (alors que nous avons choisi de le faire pour les droites).

D'autre part, à un instant donné, certains objets dessinables peuvent ne pas pouvoir être représentés parce qu'ils n'ont pas de valeur ou qu'ils ont une valeur que le logiciel ne peut représenter avec le cadrage choisi, comme un point dont les coordonnées sont trop grandes. On peut aussi interdire à Geoplan-Geospace de représenter un objet dessinable en utilisant la boîte de styles.

Variables libres, variables liées

Les variables **libres** sont celles dont on peut choisir librement la valeur, en respectant bien sûr les contraintes dues à leur définition. Dans Geoplan-Geospace, les variables libres sont seulement du genre point (point libre dans l'espace ou le plan, sur une droite, sur un segment etc.) ou du genre scalaire (variable numérique réelle, entière, dans un intervalle etc.). La valeur d'une telle variable peut être choisie en utilisant le clavier (pilotage d'une variable libre scalaire ou de point) ou la souris (pour les points seulement) ou encore par affectation.

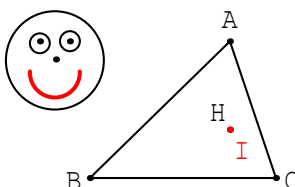
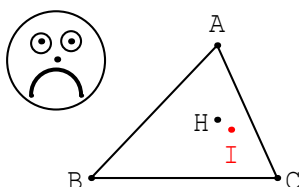
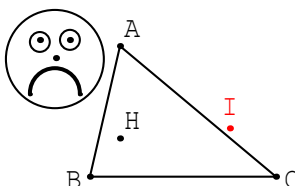
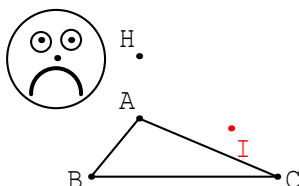
Les objets *liés* sont ceux qui sont construits en utilisant d'autres objets : ainsi, à partir de variables libres (et de constantes) peut-on construire de nouveaux objets, éventuellement variables. Par exemple, le plan médiateur de deux points, éventuellement variables, est lié à ces deux points et donc variable si l'un au moins des deux points l'est.

Chaque fois qu'une variable libre de la figure voit sa valeur modifiée, Geoplan-Geospace actualise la valeur de tous les objets qui sont concernés par ce changement, c'est-à-dire toutes les variables liées directement ou indirectement à cette variable libre.

Figure-Geoplan et dessin

Ce que nous nommons une *figure-Geoplan* est constituée des objets créés et de la façon dont ils sont reliés éventuellement les uns aux autres. Elle est décrite par un texte, *le texte de la figure*, qui contient aussi d'autres renseignements de couleur et de position à l'instant où il est consulté.

Voici quatre dessins obtenus à partir d'une même figure. Il s'agit d'un jeu de cible où l'utilisateur doit placer le point A pour que l'orthocentre H du triangle ABC soit en I (cf. OrthoJeu dans Exemples page 88)



II - Les représentations planes des objets de l'espace dans le cas des figures-Geospace

Dans le cas des figures-Geoplan, la notion de dessin est simple puisque l'écran est assimilable à une fenêtre sur le plan de la figure. Il n'en est pas de même pour les figures-Geospace pour trois raisons :

- les objets à représenter sont (ou plutôt ont leurs valeurs) dans l'espace,
- la représentation se fait sur un plan (assimilable encore au plan de l'écran),
- il est possible de "changer de vue" en tournant.

Ceci justifie que ce problème de représentation demande quelques explications.

Différentes vues d'une même figure

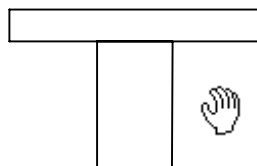
Commençons par une activité d'introduction destinée à ceux qui n'ont jamais manipulé une figure-Geospace.

- Lancez Geoplan-Geospace. Chargez la figure "Elemvues.g3w" (répertoire ObserveEspace).

Faire tourner l'objet au moyen de la souris

- Vous disposez d'une figure-Geospace. On voit à l'écran deux rectangles. Appuyez sur le bouton droit de la souris, le curseur se transforme en main légèrement incurvée. Bougez doucement la souris en maintenant le bouton droit enfoncé. Vous obtenez différentes vues d'un objet de l'espace.

Comment est composé cet objet ?



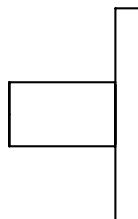
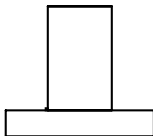
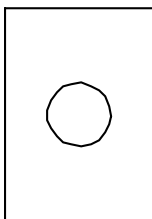
Position initiale

Grâce à cette possibilité de mouvement, vous avez "vu" l'objet sous différents angles. Pour le remettre dans sa position initiale, maintenez appuyée la touche Ctrl et appuyez sur la touche F1 ou dans le menu *Vues* utilisez l'article *Vue initiale*.


Remarque : dans toutes les manœuvres suivantes, pour reprendre en cas d'erreur, utilisez ce retour à la position initiale (raccourci clavier Ctrl F1).


Entraînement


Afin d'acquérir un peu de maîtrise dans le maniement de la souris pour faire tourner l'objet, essayez d'arriver à produire à l'écran les dessins suivants :

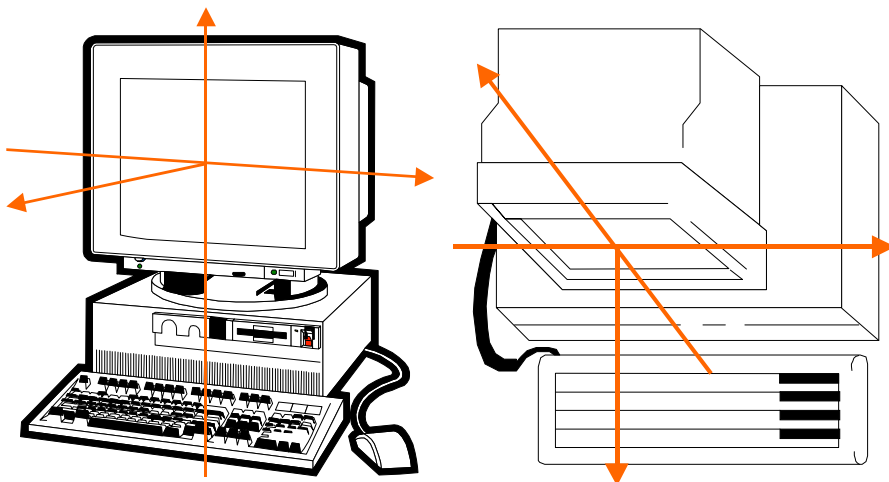


Faire tourner l'objet en utilisant le clavier

Revenez à la position initiale. En partant de cette position initiale, enfoncez la touche MAJ et, en la maintenant enfoncée, appuyez successivement dix huit fois sur la flèche droite  du clavier. L'objet tourne d'un quart de tour autour d'un axe vertical. En effet, chaque appui sur la flèche fait tourner de 5°, ce qui fait 90° en 18 appuis.

Revenez à la position initiale par Ctrl F1. En partant de cette position initiale, enfoncez la touche MAJ et, en la maintenant enfoncée, appuyez successivement dix huit fois sur la flèche vers le bas  du clavier. L'objet tourne d'un quart de tour autour d'un axe horizontal situé dans le plan de l'écran.

Revenez à la position initiale par Ctrl F1. En partant de cette position initiale, enfoncez la touche MAJ et, en la maintenant enfoncée, appuyez successivement dix huit fois sur la touche PgUP  du clavier. L'objet tourne d'un quart de tour autour d'un axe horizontal perpendiculaire à l'écran.



Sur les dessins ci-dessus, on a représenté les axes correspondants à ces trois types de rotations.

Remarque importante

Les trois types de rotations indiqués ci-dessus peuvent se combiner : si on ne revient pas à la position initiale, quand on change d'axe de rotation c'est l'objet dans sa position actuelle qui va tourner autour de l'axe choisi.

Résumé

Axe	Vertical	Horizontal dans l'écran	Horizontal perpendiculaire à l'écran
Combinaison de touches	MAJ-Flèche Droite MAJ-Flèche Gauche	MAJ-Flèche Haut MAJ-Flèche Bas	MAJ-PgUp MAJ-PgDown

Reprenez les dessins proposés pour l'entraînement à la souris et essayez de les réaliser en faisant tourner l'objet au clavier.

Pour aller plus loin

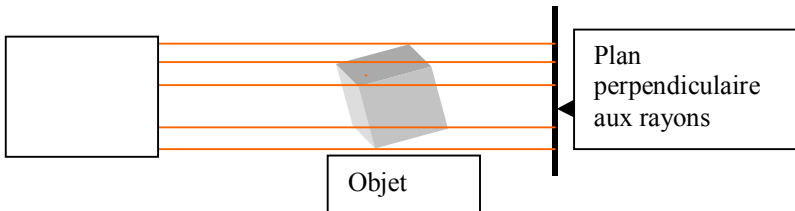
On peut se contenter dans un premier temps d'acquérir suffisamment d'habileté et d'entraînement pour arriver à positionner l'objet sur lequel on travaille comme on le souhaite, même au prix de quelques tâtonnements.

Il est cependant intéressant de réfléchir à un certain nombre de questions concernant ce qu'on voit à l'écran.

Principes de base

Ombre au soleil

Oublions un instant l'ordinateur et pensons à l'objet comme éclairé par une source de lumière très éloignée (par exemple le soleil) de sorte que, à peu de choses près, les rayons lumineux soient parallèles entre eux. Sur n'importe quel plan perpendiculaire aux rayons lumineux, l'ombre de l'objet forme un dessin.



Quand on fait tourner l'objet dans l'espace autour d'un axe, ce dessin plan (l'ombre) se modifie.

À quelques réserves près (voir plus loin), on peut considérer que ce qu'on voit sur l'écran est assimilable à ce qu'on verrait si on y représentait cette ombre. Ceci est vrai parce que le logiciel, pour réaliser le dessin à l'écran, effectue les calculs correspondant exactement à cette situation d'ombre au soleil.

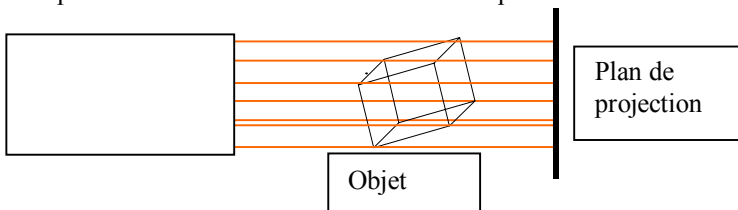
Les limites de cette interprétation

Il est clair que cette interprétation ne doit pas être prise au pied de la lettre, mais seulement dans son principe.

En effet le dessin obtenu ne ressemble en général pas à l'ombre d'un objet plein, pas plus d'ailleurs qu'à celle d'un objet en "fil de fer" car certaines parties (sommets, arêtes, etc.) qu'on ne distinguerait pas dans le cas de l'ombre sont visibles sur l'écran.

Projection orthogonale

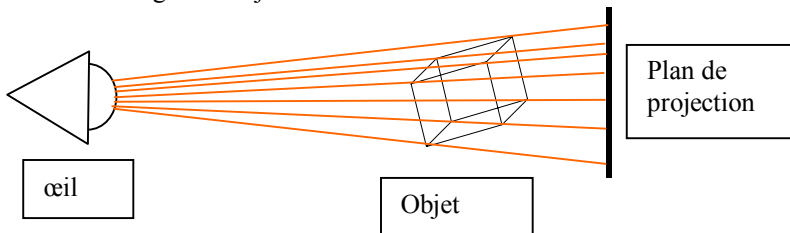
En fait, le procédé utilisé dans le logiciel pour faire les calculs donnant le dessin à l'écran est une projection orthogonale : par chaque point de l'objet de l'espace on fait passer une droite perpendiculaire au plan sur lequel on projette et on représente sur ce plan l'intersection de cette droite avec ce plan.



Remarque sur la vision

Dans le cas d'une figure de l'espace, nous savons maintenant que ce que Geoplan-Geospace nous montre à l'écran est une projection orthogonale. Cependant, nous avons l'impression de voir l'objet lui-même. D'où cela vient-il ?

Si nous regardons l'objet (supposé matérialisé, de taille limitée et placé devant le plan de projection) avec assez de recul en nous plaçant de telle sorte que nous le voyions à peu près dans la direction perpendiculaire au plan de projection, les rayons lumineux issus des différents points de l'objets sont "presque perpendiculaires" au plan de projection. Ce sont ces rayons entrant dans notre œil qui forment l'image de l'objet sur notre rétine.

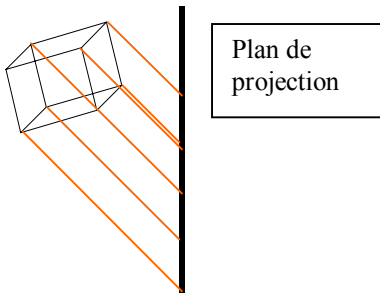


On voit que si on remplace cet objet par sa projection orthogonale sur le plan, les rayons lumineux issus des points de cette projection et entrant dans l'œil formeront une image peu différente de la précédente et nous donneront donc l'illusion de voir l'objet.

Projection oblique

Dans Geoplan-Geospace, pour une figure de l'espace, il est possible d'utiliser une projection oblique au lieu d'une projection orthogonale. Pour en faire l'expérience, recharger la figure de départ et utiliser l'article *Projection oblique* du menu *Vues* ou le bouton ci-contre.





Le logiciel calcule la position des intersections avec le plan de projection des droites parallèles à la direction de projection (correspondant à celle des rayons du soleil) passant par les points de l'objet.

On peut dire qu'alors tout se passe comme si on regardait l'ombre de l'objet sur un plan qui n'est plus perpendiculaire aux rayons du soleil (comme l'ombre sur le sol en fin d'après-midi).

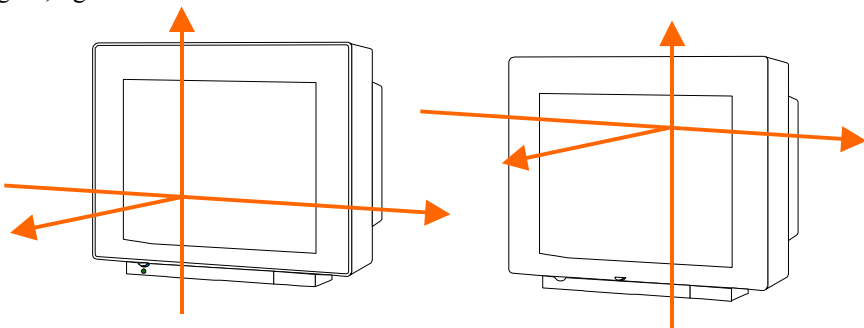
Il est d'ailleurs possible de modifier la direction de projection (voir l'aide en ligne).

Position de l'objet, des axes de rotation

Il n'est pas nécessaire d'imaginer que le système des trois axes de rotation fixes (que nous avons évoqués à propos de l'utilisation du clavier pour faire tourner l'objet) est placé comme nous l'avons décrit plus haut. Il peut être cependant plus agréable pour certains utilisateurs de penser au centre de l'écran comme à un point fixe (par rapport aux mouvements de l'objet déclenchés par la souris bouton droit enfoncé ou les rotations au clavier). Ce point fixe se nomme "o" (lettre o minuscule).

Changement de cadrage

Il est en fait faux de dire que le point o est fixe car il est possible de le déplacer avec la souris (en maintenant le bouton droit appuyé avec la touche MAJ du clavier enfoncée) ou avec les combinaisons de touches Ctrl + MAJ + Flèches ou PgUP, PgDwn.



Rotations en utilisant la souris

Nous pouvons expliciter maintenant l'action de la souris bouton-droit-enfoncé.

Deux cas sont possibles :

- déplacement avec option "Plan de face maintenu de face" non cochée, qui se fait avec le curseur en forme de main sans flèche



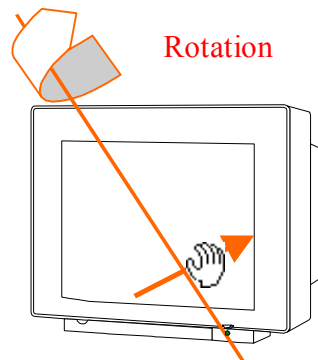
- déplacement avec option "Plan de face maintenu de face" cochée, qui se fait avec le curseur en forme de main avec une flèche



Option "Plan de face maintenu de face" non cochée

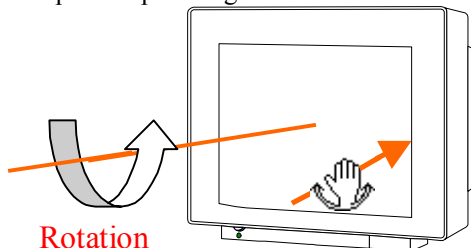
Lors d'un tel déplacement de la souris, le logiciel lit le plus fréquemment possible la position du curseur, calcule et fait tourner, puis recommence (lecture, calcul, rotation) et ainsi de suite tant que le bouton droit est enfoncé.

Entre deux positions successives ainsi lues, le logiciel fait tourner l'objet autour d'un axe situé dans l'écran, passant par l'origine o, et perpendiculaire au déplacement défini par ces deux positions successives.



Option "Plan de face maintenu de face" cochée

Dans ce cas, les déplacements du curseur donnent des rotations autour de l'axe perpendiculaire à l'écran passant par l'origine o.



Le plan passant par o qui était de face est alors maintenu de face dans la rotation. Voir l'aide et la description des menus pour plus de précision.

Coordonnées

Parmi les objets prédéfinis de toute figure-Geospace on trouve le repère R_{xyz} (et certains objets liés comme l'origine o , les plans de coordonnées etc.).

Partant d'une nouvelle figure (menu *Fichier*) en appuyant sur le bouton ci-contre, ou en utilisant l'article *Repère Rxyz affiché* du menu *Afficher*, ou par la combinaison de touches MAJ + R, on fait apparaître l'origine et les axes de coordonnées de R_{xyz} .



Figure-Geospace et représentation de la figure, "maquette virtuelle"

La figure-Geospace est constituée des objets créés avec les liens éventuels entre eux. Elle est décrite par un texte que l'on peut consulter en appelant les rappels (bouton ou item de menu).

Exemple :

A point libre dans l'espace

Segment [oA]

M milieu du segment [oA]

À un instant donné, les objets valides de la figure ont chacun une valeur qui, comme nous l'avons dit, est stockée dans les mémoires de l'ordinateur et peut aussi être décrite par du texte : pour les variables libres, ce texte se voit lorsqu'on ouvre l'éditeur de texte de la figure.

Exemple :

A point libre dans l'espace

Objet libre A, paramètres: -0.76, 2.6, 4.35585

L'ensemble des valeurs des objets constitue ce qu'on peut appeler **la valeur de la figure** à cet instant. Pour une part (correspondant aux objets dessinables), voire dans sa totalité, la valeur de la figure est une partie de \mathbb{R}^3 . Pour parler commodément et de manière imagée de cette partie de l'espace, nous proposons de la baptiser **maquette virtuelle**³, le mot maquette étant destiné à souligner qu'il ne s'agit pas de la représentation plane et le mot virtuelle rappelant que cet "objet géométrique" n'existe que dans sa description dans la mémoire de l'ordinateur (en termes de coordonnées principalement).

³ Cette locution est d'ailleurs utilisée dans le domaine de la conception assistée par ordinateur avec, semble-t-il, à peu près le même sens qu'ici.

Dans le cas des figures de l'espace, Geoplan-Geospace fournit des représentations planes⁴ ; ce qu'il affiche à l'écran n'est pas la valeur de la figure (qui est à trois dimensions) mais sa projection, orthogonale ou oblique suivant le réglage du logiciel, sur le plan de l'écran. La différence est donc importante avec le cas d'une figure plane, dans lequel on peut confondre en général sans danger ce qu'on voit à l'écran avec une approximation matérielle de la valeur de la partie dessinable de la figure.

Paramètres de représentation

On peut dire que quand on "fait tourner" par les MAJ Flèches du clavier ou par l'action de la souris avec le bouton droit enfoncé, ce n'est pas la figure qui tourne : celle-ci est inchangée par cette action et d'ailleurs le texte des rappels ne varie pas. Ce qui tourne, c'est l'espace \mathbb{R}^3 "rigidement" attaché au repère R_{xyz} (repère faisant partie de la figure) et il tourne par rapport au repère absolu lié à l'écran (qui ne fait pas partie de la figure). Comme la maquette virtuelle est "constante" dans le repère R_{xyz} (puisque'elle est obtenue en affectant toutes les variables de la figure), on la "voit tourner" dans l'espace absolu dans lequel est l'ordinateur.

Problèmes terminologiques

Un problème qui n'est pas simple est celui de la terminologie à utiliser pour décrire les différentes notions intervenant dans cet environnement informatique qu'est le logiciel Geoplan-Geospace. Nous aurons beau faire des tentatives de rigueur dans une définition des mots comme "figure", "représentation", "dessin" etc., l'usage habituel de ces mots dans un sens peu précis se maintiendra naturellement longtemps dans des phrases comme

"on fait tourner la figure", "on a un cube sur l'écran", "le dessin varie", "la figure change" etc.

Nous pensons que, comme cela se rencontre dans des situations analogues, l'évolution naturelle de l'attitude des utilisateurs du logiciel est de commencer par

⁴ Peut être un jour pourrions nous disposer d'un "système" qui fournit des représentations à trois dimensions sous forme de "maquette" concrète ou plus vraisemblablement sous forme d'hologrammes (ce qui est moins concret).

un stade intuitif où les représentations, les objets, leurs valeurs se mélangent puis, et ce texte cherche à aider en cela, d'arriver à un stade assez rigoureux pour éventuellement retomber plus ou moins dans des abus ou une confusion apparente de langage dus à la paresse et aussi à la recherche d'une commodité de communication.

Les prototypes

Ce chapitre introduit la notion ; les exemples fournis sous forme de fichiers sont décrits plus loin. Cette notion est assez délicate : les premiers essais de fabrication de prototypes risquent d'amener à des résultats curieux ; ne pas hésiter à travailler sur les exemples fournis et à consulter l'aide en ligne.

La notion de prototype

Dans une figure-Geoplan ou dans une figure-Geospace, un **prototype** est une sorte de fonction au sens informatique du terme qui, à partir d'objets de départ fournit un objet résultant, **l'objet construit suivant ce prototype**. Quand on fabrique un prototype, c'est cette fonction qu'on bâtit, fonction qui permettra ensuite de créer des objets suivant ce prototype. On peut ensuite installer le prototype dans d'autres figures. Il est d'ailleurs automatiquement installé dans la figure qui a servi à le construire.

Un prototype est fait pour être **utilisé dans n'importe quelle figure**. Il doit donc être **autonome**. De plus, il est clair que l'objet résultant construit par un prototype doit être déterminé par les objets de départ.

Fabrication à partir d'un exemple dans une figure

La fabrication d'un prototype se fait en général à partir d'un exemple dans une figure **F** : on part d'un objet **A** dont la fabrication servira de modèle, c'est à dire que cet objet **A** servira d'exemple d'objet résultant. Cet objet **A** a été construit, dans la figure **F**, directement ou indirectement, à partir d'autres qui sont ses "antécédents" dans cette figure.

On choisit un ou plusieurs des antécédents de cet objet **A** pour décrire les objets de départ permettant de construire l'objet résultant par le prototype sur le modèle de **A**. Il faut évidemment que les antécédents choisis déterminent **A** en ce sens que leurs valeurs déterminent toujours la valeur de **A**.

De plus, le principe d'autonomie fait que chaque antécédent retenu doit être "libéré" de sa construction dans la figure **F** ; autrement dit, le prototype doit oublier la manière dont cet antécédent a été bâti dans **F** pour ne retenir que son genre (point, cercle, nombre, transformation etc.) et en faire une variable (de ce genre) d'entrée du prototype.

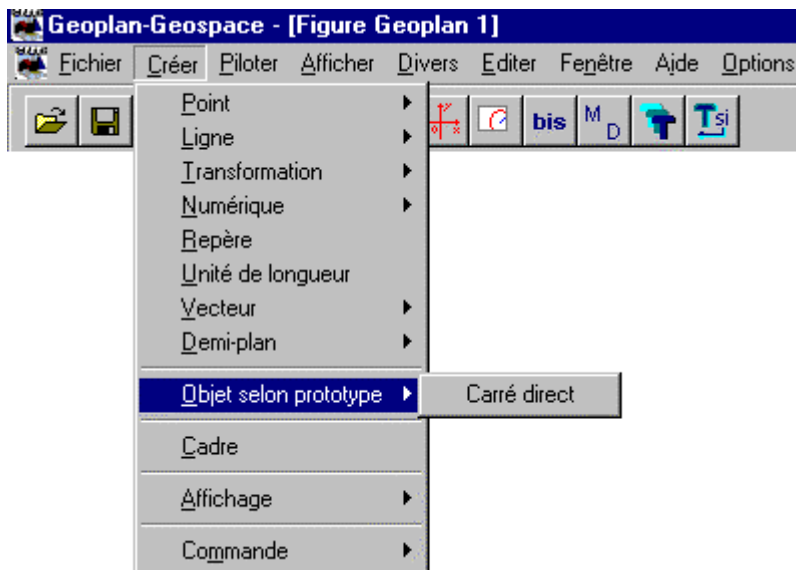
Exemple simple : Carré direct

C'est volontairement que cet exemple n'est pas fourni sous forme de fichier : il doit être reconstruit par le lecteur lui-même à l'aide de ce texte et du logiciel.

Le carré direct défini par deux sommets consécutifs

Si on connaît deux sommets d'un carré et si on sait que ces deux sommets sont consécutifs quand on tourne dans le sens direct (sens inverse des aiguilles d'une montre), alors le carré est uniquement déterminé. Nous dirons que ce carré est le "carré direct" construit sur ce couple de sommets. La création en un coup du carré direct à partir de deux sommets consécutifs n'est pas prévue par le menu *Créer*. La notion de prototype va nous permettre de combler ce manque.

Commençons par décrire une construction possible : le troisième sommet (dans le sens direct) est l'image du premier par la rotation de centre le second et d'angle $-\frac{\pi}{2}$; le quatrième est l'image du second par la rotation de centre le premier et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Nous allons fabriquer un prototype que nous nommerons par exemple *Carré direct*. L'item *Carré direct* apparaîtra dans le sous-menu *Objet selon prototype* du menu *Créer*.



Quand nous activerons cet item, la boîte de dialogue ci-contre s'ouvrira, qui nous permettra de donner à Geoplan les noms de deux points de la figure et le nom du carré direct construit sur ces deux points.

Fabrication du prototype

Comment est-on arrivé à modifier ainsi Geoplan ? En installant dans la figure un prototype convenable dont nous allons décrire la fabrication.

On commence par réaliser effectivement dans une figure la construction du carré direct à partir des deux sommets consécutifs. Si A et B sont deux points de la figure, alors le texte suivant construit le polygone K qui est le carré direct ayant A et B comme sommets consécutifs :

C image de A par la rotation de centre B et d'angle $-\pi/2$ (radian)

D image de B par la rotation de centre A et d'angle $\pi/2$ (radian)

K polygone ABCD

Nous allons alors dire à Geoplan qu'il doit considérer cette construction comme l'exemple générateur d'un prototype.

Pour cela, dans le menu *Divers*, choisissons l'item *Créer un prototype*. Il s'ouvre alors la boîte de dialogue ci-contre.

Le titre du prototype est le texte qui apparaîtra dans le sous-menu *Objet selon prototype* du menu *Créer*.

Décidons de prendre comme titre *Carré direct*.

Les antécédents sont bien évidemment les points A et B et l'objet résultant est le polygone K. ***Les noms des antécédents doivent être séparés par des virgules.***

La phrase modèle est celle qui apparaîtra dans les rappels d'une figure quand on y a créé un carré direct. ***Elle doit commencer par le nom de l'objet résultant et contenir les noms des antécédents, tous ces noms étant séparés par des mots ou des virgules. Ne pas utiliser de mots créant des ambiguïtés d'analyse par confusion avec les noms des antécédents***⁵.

Nous pouvons par exemple choisir ici la phrase modèle suivante :

K carré direct, sommets A suivi de B

La boîte remplie devient donc :

L'appui sur le bouton OK installe le prototype dans la figure. Ceci se manifeste de deux manières : l'apparition de l'item *Carré direct* dans le sous-menu *Objet selon prototype* du menu *Créer* et l'installation, au début du texte de la figure, d'un morceau de texte décrivant le prototype. Ici ce morceau de texte est :

- Début de [Carré direct]
- A point donné
- B point donné
- C image de A par la rotation de centre B et d'angle $-\pi/2$ (radian)
- D image de B par la rotation de centre A et d'angle $\pi/2$ (radian)
- K polygone ABCD
- Description de l'interface
- K carré direct, sommets A suivi de B

⁵ Ainsi si un objet s'appelle "taux", ne pas utiliser ce mot autrement que pour le désigner. Par exemple la phrase "*I intérêt composé rapporté par S au taux taux pendant n années*" ne sera pas comprise.

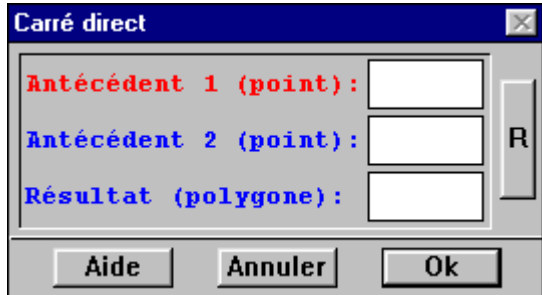
Il y a une exception à la règle qui veut que les noms des antécédents soient séparés, c'est le cas des noms de points : si A, B et C sont les points antécédents du triangle T, une phrase modèle comme "*T triangle des milieux des côtés du triangle ABC*" sera acceptée.

Antécédent 1 (point):
Antécédent 2 (point):
Résultat (polygone):
Aide particulière non écrite.
Fin de [Carré direct]

Nous retrouvons dans ces lignes la construction de K à partir de A et de B ainsi que la phrase modèle que nous avons choisie.

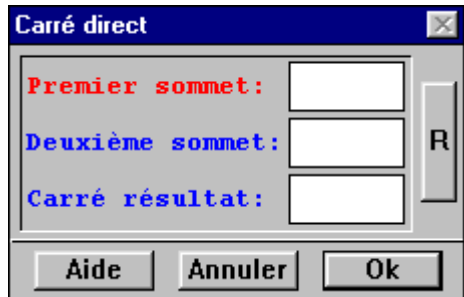
Travail sur le texte de la figure pour améliorer l'interface

Si nous laissons ces lignes comme elles sont, quand un utilisateur voudra créer un carré direct sur deux points, mettons U et V, alors, en utilisant l'item *Carré direct* dans le sous-menu *Objet selon prototype* du menu *Créer*, il aura droit à la boîte de dialogue ci contre.



On peut vérifier que les intitulés qui apparaissent dans cette boîte sont ceux qui sont alors dans la description du prototype dans le texte de la figure.

Nous pouvons donc les modifier sous l'éditeur de texte pour les rendre plus explicites. Par exemple, remplacer *Antécédent 1 (point):* par *Premier sommet :* etc. Faisons-le et demandons l'exécution du texte de la figure. La boîte de dialogue de création d'un carré direct prendra l'aspect ci-contre.

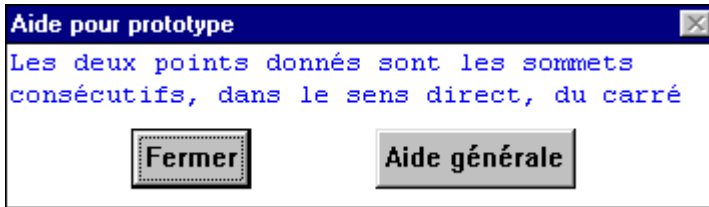


Aide particulière

Si nous désirons fournir une aide sur ce prototype, il suffit, dans le texte décrivant le prototype, de la mettre à la place de la ligne

Aide particulière non écrite.

Ainsi pour obtenir l'aide :



il suffit de remplacer dans le texte le prototype cette ligne par :

*Les deux points donnés sont les sommets
consécutifs, dans le sens direct, du carré*

puis de faire exécuter le texte de la figure.

Notons que les passages à la ligne dans la fenêtre d'aide sont ceux du texte ci-dessus : il n'y a pas de cadrage automatique du texte de l'aide particulière lors de son affichage.

La description textuelle définitive du prototype

Le texte définitif du prototype est devenu :

Début de [Carré direct]
A point donné
B point donné
C image de A par la rotation de centre B et d'angle $-\pi/2$ (radian)
D image de B par la rotation de centre A et d'angle $\pi/2$ (radian)
K polygone ABCD
Description de l'interface
K carré direct, sommets A suivi de B
Premier sommet :
Deuxième sommet :
Carré résultat :
Les deux points donnés sont les sommets
consécutifs, dans le sens direct, du carré
Fin de [Carré direct]

Nous pouvons l'insérer dans le texte de n'importe quelle figure, par exemple en copiant-collant.

Ceci termine la description de l'exemple *Carré direct*.

Prototype donnant une fonction

Un prototype peut créer une fonction numérique (de une, deux ou trois variables numériques).

Fonction fournie par son expression

Le cas le plus simple est celui où la fonction est construite explicitement dans le prototype à l'aide de son expression sous la forme (pour une fonction d'une variable)

f fonction: $x \mapsto \dots$, où les points représentent une expression en x .

ou encore (pour une fonction de deux variables) :

f fonction: $(x,y) \mapsto \dots$, où les points représentent une expression en x et y .

Exemple: fournit la fonction g , T -périodique, dont la restriction sur $[0,T]$ est égale à celle de f .

```
Début de [Périodisée]
f fonction donnée
T réel donné
g fonction: x|->f(x-Tint(x/T))
Description de l'interface
g périodisée de f avec période T
Fonction à périodiser:
Période (nombre réel):
Résultat (fonction):
Fin de [Périodisée]
```

Commentaire : pour faciliter la lecture, dans l'écriture $f(x-Tint(x/T))$, "int" désigne la fonction partie entière ; il faut donc décomposer $Tint(x/T)$ en "T multiplié par partie entière du quotient de x par T ".

Même exemple, mais avec des fonctions de deux variables :

```
Début de [Double périodisée]
F fonction à 2 variables donnée
U réel donné
V réel donné
G fonction: (x,y)|->F(x-Uint(x/U),y-Vint(y/V))
Description de l'interface
G double périodisée de F avec périodes U et V
Fonction à périodiser (fonction à 2 variables):
Période 1 (nombre réel):
```

Période 2 (nombre réel):
Résultat (fonction à 2 variables):
Aide particulière non écrite.
Fin de [Double périodisée]

Remarque : L'utilisation d'un prototype pour créer une fonction définie par une expression n'est pas indispensable puisqu'on peut créer directement cette fonction mais elle est très intéressante pour créer des fonctions très compliquées, comme les séries de Fourier par exemple, à utiliser plusieurs fois. D'autre part l'utilisation d'un prototype permet de réduire le nombre des objets de la figure et d'améliorer grandement la lisibilité des rappels.

Fonction fournie par une construction

Un cas très intéressant est celui où la fonction n'est pas explicitée par une simple expression algébrique : on la construit en indiquant comment on obtient la valeur de la fonction pour chaque valeur de la variable (ou des variables) par des procédés mathématiques comme une construction géométrique par exemple.

Pour cela, il faut utiliser une syntaxe un peu particulière : la ou les variables muettes sont nommées et ces variables servent d'objets de base à la construction d'une variable liée qui sera en définitive la valeur de la fonction.

Exemple d'une telle fonction numérique décrite à partir d'une construction géométrique:

Début de [Secante]
x variable muette
D droite d'équation $Y=1$ (repère Roxy)
C cercle de centre o et de rayon 1 (unité Uoxy)
M point sur le cercle C, angle /ox: x (radian)
S point d'intersection des droites (oM) et D
y abscisse de S dans le repère (oM)
Description de l'interface
f fonction secante
nom de la fonction:
La fonction secante a pour valeur l'inverse de celle de la fonction sinus.
Si f est une telle fonction, alors $\backslash f(x)=1/\sin(x)\backslash$
Elle est ici fabriquée par un procédé géométrique.
Fin de [Secante]

Contrairement aux autres prototypes, il n'est pas obligatoire que la phrase modèle (*f fonction secante*) commence par le nom du dernier objet créé (celui décrit juste avant la ligne "Description de l'interface" et appelé ici "y" nom qui n'intervient pas dans l'utilisation du prototype). En effet, ce n'est pas ce dernier objet qui sera le prototype mais la fonction qui est ainsi définie : **pour chaque**

valeur de la variable muette, la valeur de la fonction est celle du dernier objet.

La phrase modèle doit commencer par un nom (quelconque) qui sera remplacé dans les rappels par le nom de l'objet créé selon ce prototype. Les phrases *f fonction secante* et *Tartempion fonction secante* sont donc équivalentes.

Les noms des variables muettes peuvent être n'importe quels noms autorisés pour les variables numériques.

Deuxième remarque: comme il n'y a pas d'antécédents (la variable muette n'en est pas un), tous les objets créés selon ce prototype sont égaux (à la fonction secante).

On ne peut pas créer ce texte si on utilise l'article *créer un prototype*. Une façon de procéder (outre l'écriture directe du texte qui est souvent la plus commode avec un peu d'habitude) est de créer une variable x et une variable y liée à x par le procédé ci-dessus. On obtiendrait:

```
Début de [Secante]
x réel donné
D droite d'équation Y=1 (repère Roxy)
C cercle de centre o et de rayon 1 (unité Uoxy)
M point sur le cercle C, angle /ox: x (radian)
S point d'intersection des droites (oM) et D
y abscisse de S dans le repère (oM)
Description de l'interface
y = sec(x)
Antécédent 1 (nombre réel):
Résultat (nombre réel):
Aide particulière non écrite.
Fin de [Secante]
```

Il suffit ensuite de remplacer à la main la ligne "*x réel donné*" par "*x variable muette*", de supprimer la ligne "*Antécédent 1 (nombre réel):*", de remplacer, pour être plus clair, "*y = sec(x)*" par "*f fonction secante*" (en effet la fonction ne dépend pas de x , il est donc naturel de l'éliminer de la phrase de rappel) et "*Résultat (nombre réel):*" par "*nom de la fonction:*" (et d'adapter l'aide).

Remarque: ce dernier exemple fabrique un type de variable liée à une autre par une relation fonctionnelle mais pas un type dont les objets sont des fonctions. On pourra créer à l'aide ce type des objets décrits par une expression du genre $u = \sec(a)$, comme on peut créer (par l'article *Calcul algébrique*) $u = \sin(a)$. Une expression n'est pas une fonction mais peut servir à décrire une fonction. C'est la raison pour laquelle on doit modifier le prototype (ce qui est prévu d'être fait à la main).

On retrouve ici les principes formels, au demeurant abstraits, qui font que depuis déjà assez longtemps on distingue entre la fonction f et son expression en x notée $f(x)$. On ne dit plus "soit la fonction $y=\sin(x)$ " mais on dit "soit la fonction f définie par l'expression $\sin(x)$ où x est la variable".

Autre remarque : il aurait été possible de ne garder que le procédé ci-dessus pour créer des fonctions par prototype. Ainsi le prototype du paragraphe précédent, "périodisant" une fonction, peut-il se mettre sous la forme :

```
Début de [Périodisée]
f fonction donnée
T réel donné
x variable muette
y=f(x-Tint(x/T))
Description de l'interface
g periodisée de f avec période T
Fonction à périodiser:
Période (nombre réel):
Résultat (fonction):
Fin de [Périodisée]
```

Exemple dans l'espace

Nous avons donné ci-dessus des exemples de prototypes dans le cas de la figure-Geoplan. Tout ce qui a été dit reste valable pour la figure-Geospace. Donnons un exemple simple.

Dans les menus de la figure-Geospace, on trouve bien le rayon d'un cercle, mais pas celui d'une sphère. Le prototype suivant va corriger cette absence :

```
Début de [Rayon de sphère]
S sphère donnée
U point libre sur la sphère S
V point libre sur la sphère S
P plan médiateur du segment [UV]
C section de la sphère S par le plan P
R rayon de C (unité de longueur Uxyz)
Description de l'interface
R rayon de S
Antécédent 1 (sphère):
Résultat (nombre réel):
Aide particulière non écrite.
Fin de [Rayon de sphère]
```

Remarque sur les objets libres dans les prototypes

L'exemple décrit plus haut de prototype donnant le centre d'une sphère donnée n'est pas très satisfaisant car il fait appel au plan médiateur de deux points libres U et V sur la sphère et qu'en toute rigueur, il ne traite pas le cas où ces points sont confondus.

Pour éviter ce problème, il suffit de préciser les positions des points libres utilisés en les choisissant distinctes.

Par exemple :

U point libre sur la sphère S
Objet libre U, paramètres: 0, 0
V point libre sur la sphère S
Objet libre V, paramètres: 90, 0

Ainsi, que ce soit dans l'espace ou dans le plan, dans tous les cas où on souhaite empêcher le choix aléatoire (donc inconnu) de la valeur d'un objet libre utilisé dans un prototype, il est possible de préciser cette valeur.

Commentaires

Sur le choix des antécédents

Il se peut qu'il y ait plusieurs manières de choisir les antécédents de l'objet qui servira de modèle.

Donnons un exemple volontairement très simple :

dans une figure on a construit les trois objets : $a = 4$; b réel libre ; $c = a + b^2$.

On construit deux prototypes :

prototype 1 : antécédent choisi b , résultat choisi c ; ce prototype sera décrit par $a = 4$; b réel donné ; objet résultant $c = a + b^2$

prototype 2 : antécédents choisis a et b , résultat choisi c ; ce prototype sera décrit par

a réel donné ; b réel donné ; objet résultant $c = a + b^2$

Dans le prototype 2, a ayant été choisi comme antécédent, Geoplan "oublie" comment il a été construit, ne retenant que le fait qu'il s'agit d'un nombre.

Limitations pour les antécédents et le résultat

Les genres des objets de départ (antécédents du prototype) sur lesquels peut agir un prototype sont tous ceux qui peuvent servir d'antécédent dans la construction d'un objet.

Pour les figures-Geoplan, ce sont les points, droites, demi-droites, segments, cercles, arcs, variables réelles, vecteurs, repères, unités de longueur, transformations, fonctions à une, deux ou trois variables, suites, ainsi que les objets créés selon prototype.

Pour les figures-Geospace, il faut ajouter à cette liste les plans, les polyèdres, les sphères, les cônes, les cylindres et les troncs de cône ainsi que les polygones convexes.

Les courbes, les rectangles, les polygones (dans le plan), les demi-plans sont donc exclus, tout comme les cadres, les affichages et les commandes.

Le résultat ne peut pas être un objet libre, ni un affichage, ni une commande, ni une droite définie par deux points, ni une demi-droite définie par deux points, ni un segment défini par deux points (utiliser des droites nommées, demi-droites nommées ou des segments nommés), ni, dans l'espace, un plan défini par trois points (utiliser des plans nommés).

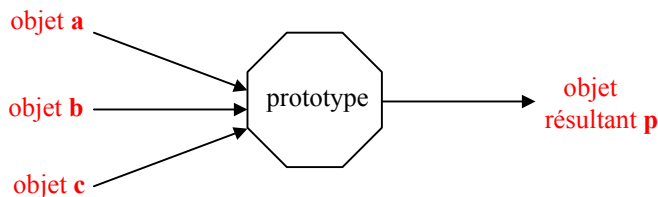
Installation dans une figure

Le texte de la figure qui a servi à fabriquer un prototype contient le texte de définition de ce prototype. Il est situé, suivant le cas, après le titre "Figure Géoplan" ou le titre "Figure Géospace" et entre les lignes *Début de [...]* et *Fin de [...]* où les points de suspension représentent le nom du prototype.

Quand un prototype est présent dans une figure, on peut l'utiliser dans une autre figure. Il suffit de copier le paragraphe décrivant le prototype dans le texte de la première figure puis de le coller dans la seconde, après le titre et avant le reste du texte. On peut inclure plusieurs définitions de prototypes dans une même figure.

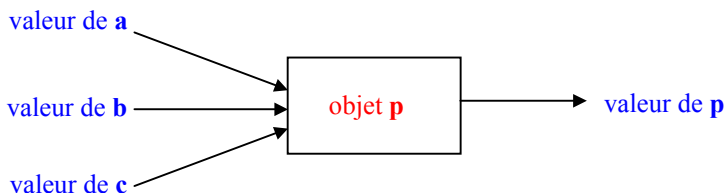
Remarque sur la nature des prototypes et sur le vocabulaire

Comme indiqué au début de ce chapitre, un prototype construit des objets à partir d'autres.



Sa nature est différente de celle des objets. Elle est la même que celle des fonctions de création d'objets accessibles par les items terminaux du menu *Créer*, fonctions qui sont en quelque sorte des "prototypes prédéfinis".

Une fois l'objet créé, il agit lui-même, ainsi que tous les objets dans Geoplan-Geospace, comme une sorte de fonction, mais cette fois au niveau des valeurs : à partir des valeurs de ses antécédents, il fournit une valeur qui est un nombre, un point, une droite etc. (ou rien si sa valeur n'existe pas).



Il est clair, comme souvent en mathématiques ou en informatique, qu'essayer d'utiliser un vocabulaire rigoureusement conforme à la nature de ce dont on parle rend le discours très lourd et du coup parfois incompréhensible. Ainsi, dans la description textuelle fournie par Geoplan-Geospace lors de la fabrication d'un prototype, les objets d'entrée sont-ils dénommés par des locutions du genre "A point donné", "F transformation donnée" etc. La rigueur aurait demandé qu'on mette à la place des locutions du genre "A variable dans l'ensemble des points" ou "F variable dans l'ensemble des transformations".

De même on peut attirer ici l'attention sur le fait que parler des "antécédents d'un prototype" n'est pas correct car un prototype n'est pas un objet : c'est l'objet résultant qui a des antécédents. Finalement, confondre le prototype et l'objet résultant est du même niveau que confondre une fonction f et son expression $f(x)$.

Premières figures, premières observations avec Geoplan-Geospace


I - Votre première figure avec Geoplan

Cette activité était déjà présentée dans GeoplanW. On a seulement actualisé ce qui devait l'être : article de menu, boutons et raccourcis clavier.

Lancez Geoplan-Geospace puis dans le menu choisissez *Fichier* puis *Nouvelle figure du plan*.

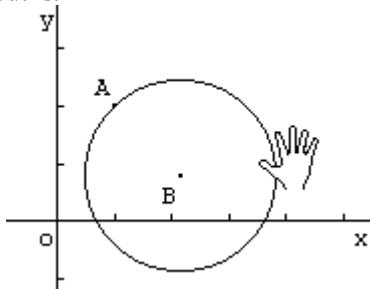
Création de la figure

Pour obtenir les curseurs et les boutons de la barre d'outils, les dessins de ce paragraphe ont été réalisés à partir de copies d'écran.

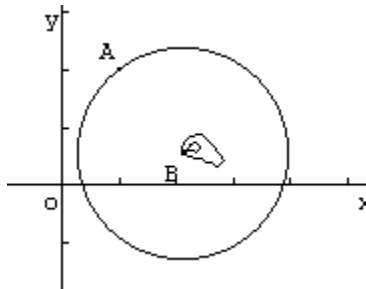
- Vous disposez d'une figure vide en apparence, avec sa barre de menus et sa barre d'outils. Cliquez sur le bouton reproduit ci-contre pour faire apparaître le repère prédéfini R_{oxy} .
- Créez un point repéré dans le plan (menu *Créer, Point, Point repéré, dans le plan*), en entrant l'abscisse **1** puis l'ordonnée **2** puis le nom du point **A**. Ne vous préoccupez pas, pour le moment, des boutons situés en bas de la boîte de dialogue (ils facilitent l'écriture des expressions ; consultez l'aide si vous voulez en savoir plus).
- Créez un point libre **B** (menu *Créer, Point, Point libre, dans le plan*).
- Créez le cercle de centre **B** passant par **A** (menu *Créer, Ligne, Cercle, Défini par centre et un point*). Nommez le **C**.
- Créez un point libre **M** sur **C**. Si le point M n'apparaît pas sur l'écran, voir le paragraphe "Changement de cadrage, déplacement d'un point libre" ci-dessous.
- Créez le milieu **I** du segment **[AM]**.
- Créez, si vous le souhaitez, le segment **[AM]**.

Changement de cadrage, déplacement d'un point libre

Enfoncez le bouton droit de la souris. Le curseur se transforme en "main". Déplacez la souris : le cadrage change. Vous pouvez également changer le cadrage à l'aide des boutons ">" ou "<" de la barre d'outils.



Placez le curseur sur le point libre **B** avec la souris, enfoncez le bouton gauche de la souris (le curseur change d'aspect), maintenez le bouton enfoncé et déplacez **B** pour modifier le cercle **C**.



Vérification et changement de style

Utilisez le bouton (reproduit ci-contre) de la barre d'outils pour voir les rappels des objets prédéfinis et des objets construits. Fermez la fenêtre de rappel (case de fermeture dans la barre de titre ou touche d'échappement).



Maintenez la touche **Ctrl** enfoncée et cliquez sur un point du cercle **C** avec le **bouton gauche de la souris**. Il s'ouvre une fenêtre rappelant la définition du cercle. Vous pouvez faire de même pour les autres objets dessinés.

**Ctrl
click**

Utilisez l'article *Style crayon* du menu *Divers* ou le bouton correspondant de la barre d'outils (voir ci-contre) pour ouvrir la boîte de style et faites des essais de coloriage (si nécessaire, appelez l'aide en appuyant sur le bouton marqué "?" dans la boîte de style).



Traces d'un point

Pour obtenir une représentation de l'ensemble des points I lorsque M décrit C on peut demander la trace de I.

- Il faut d'abord définir les objets dont on veut garder la trace (menu *Afficher, Sélection trace*) ; sélectionnez la ligne définissant le point I, appuyez sur le bouton marqué "Ok".

- Appuyez sur le bouton Trace de la barre d'outils (reproduit ci-contre) ou passez en "mode trace" (menu *Afficher, mode trace*). Observez le changement du bouton sur la barre d'outils, "il est enfoncé".



La plupart des boutons deviennent plus clairs et inactifs, des menus ou articles de menu deviennent grisés. Pour éviter des ambiguïtés, en "mode trace" ou en "mode trace à la demande" beaucoup d'actions sont interdites.

- Déplacez M à la souris.

Il faut sortir du "mode trace" (même bouton de la barre d'outil ou même article que pour entrer en mode trace) pour toute autre action sur la figure.

Création d'un ensemble de points

On peut aussi créer la courbe lieu du point I (menu *Créer, Ligne, Courbe, Lieu d'un point*) pilote **M**, découpage **200**.

Déplacez M, vérifiez que I se déplace sur sa courbe.

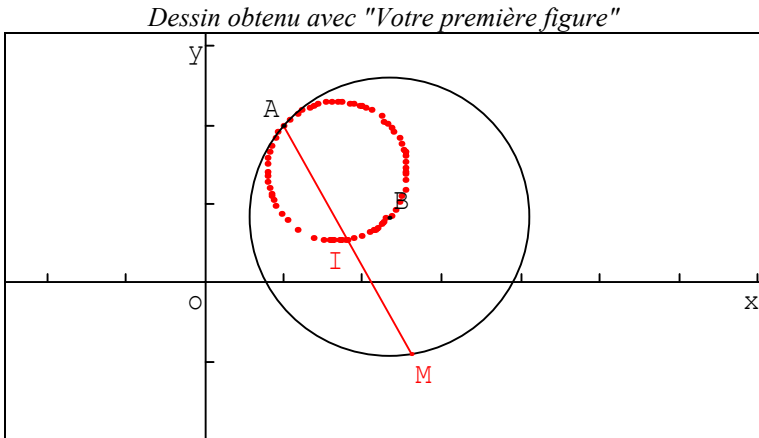
Déplacez B, le lieu de I se modifie...

Création d'un affichage

On peut faire afficher la longueur BI (même si c'est de peu d'intérêt ici...). Il faut pour cela :

- créer le réel **a** égal à la longueur BI (menu *Créer, Numérique, Calcul géométrique, longueur d'un segment*),
- créer **l'affichage de a** (menu *Créer, Affichage, scalaire déjà défini*). Cet affichage peut être déplacé, on peut changer sa couleur. On peut à l'aide de la souris modifier la hauteur de zone des affichages en cliquant sur le double trait de séparation.

Déplacez M pour voir l'affichage s'actualiser.



Rappels de quelques objets de "Votre première figure"

R_{oxy}	repère orthonormal
A	point de coordonnées (1,2) dans le repère R_{oxy}
B	point libre
C	cercle de centre B passant par A
M	point libre sur le cercle C
I	milieu du segment [AM]
	Segment [AM]

II - Quelques situations de départ avec Geospace

Toutes ces activités sont reprises de la brochure accompagnant la version GeospacW et ont juste fait l'objet de l'actualisation nécessaire.

Tous les fichiers utilisés dans ce paragraphe se trouvent dans le répertoire ObserveEspace.

Observer les propriétés des figures

L'objectif de cette activité est l'utilisation de différentes options de représentation offertes par Geospace pour découvrir les propriétés d'une figure et les utiliser pour faire des calculs ou des démonstrations.

Il est nécessaire d'avoir déjà fait des manipulations pour changer de vues : on pourra commencer par la situation proposée dans "Différentes vues d'une même figure" page 33.

L'activité se décompose en plusieurs parties⁶ : dans la première, on observe les représentations d'une figure, dans la deuxième, après avoir admis ou démontré les propriétés intéressantes, on effectue des calculs en utilisant les théorèmes classiques de la géométrie plane. Dans la troisième, on laisse les élèves organiser leurs observations et leurs calculs dans d'autres situations (il n'est évidemment pas nécessaire que tous les élèves étudient les quatre figures proposées) et dans la dernière, on essaie de dresser un catalogue de manipulations utiles pour observer des propriétés usuelles sur les points et les droites.

Naturellement toutes les observations faites dans la première partie ne peuvent donner lieu qu'à des conjectures puisque aucune information n'est fournie sur la construction de la figure. Tous les objets sont à rappels limités (seul leur genre⁷ est fourni dans les rappels). Il faudra prendre toutes les précautions utiles quant au statut logique des différentes affirmations des élèves et on pourra, selon les connaissances qu'ils ont, leur demander de justifier certaines propriétés dans la suite de l'activité lorsqu'ils découvriront la définition des différents objets.

⁶Si on distribue aux élèves une fiche de travail, il sera évidemment préférable d'attendre la fin des observations de la première figure (première partie) pour donner la suite.

⁷Le genre d'un objet créé dans Geospace peut être : point, droite, fonction, etc.. Dans Geospace comme dans Geoplan, on peut créer des objets à rappels limités en travaillant directement sur le texte de la figure dans l'éditeur de texte.

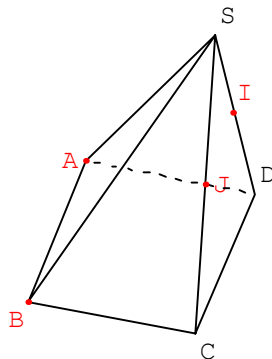
Dans chaque situation, les notions mathématiques nécessaires aux calculs sont les théorèmes de la géométrie plane (théorème de Thalès et théorème de Pythagore). Pour démontrer les propriétés de la figure, on a besoin des propriétés élémentaires de géométrie de l'espace concernant le parallélisme et l'orthogonalité.

I. Utiliser les différentes vues pour observer

Lancer le logiciel, ouvrir la figure *Observe1.g3w* (menu *Fichier*, article *Ouvrir une figure de l'espace*). **SABCD** est une pyramide de sommet **S**, **I** et **J** sont deux points.

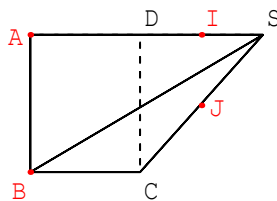
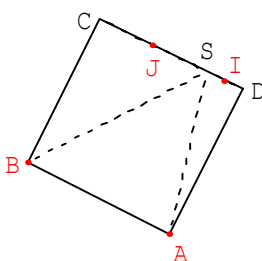
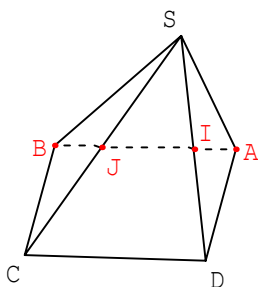
Le but de cette activité est de reconnaître la figure formée par les quatre points **A**, **B**, **I** et **J** pour faire quelques calculs de longueurs et d'aire.

Naturellement, toutes les "bonnes" observations faites devraient être démontrées à l'aide d'informations sur la figure (ces informations seront fournies dans la deuxième partie).



1. Changer de vues à l'aide du clavier ou de la souris

On peut commencer par changer de vue soit à l'aide du bouton droit de la souris, soit à l'aide des touches Maj-flèches du clavier. On peut à tout moment retrouver la vue initiale en appuyant sur CTRL F1 (maintenir appuyée la touche CTRL et appuyer sur F1). Essayer d'obtenir les vues suivantes. Pour chacune des vues présentées (y compris la vue initiale), les points qui sont représentés alignés sur le dessin sont-ils alignés dans l'espace ?



Quels sont les points alignés sur la figure de l'espace ? Peut-on obtenir des dessins où les points **A**, **B**, **C** et **D** sont représentés alignés ? Même question avec **A**, **B**, **C**, **S**. Expliquer les réponses.

2. Mettre un plan particulier de face

Lorsqu'un plan est mis de face, tous les objets qui sont dans ce plan sont représentés en "vraie grandeur" sur l'écran.

Dans le menu *Vues*, choisir l'article *Autre plan de face*, donner **ABC** comme nom de plan et 10 (ou plus) comme nombre d'étapes. Le logiciel calcule les changements de vues à effectuer pour mettre progressivement le plan (**ABC**) de face. Le dessin obtenu est difficile à interpréter : plusieurs points sont représentés confondus. Sont-ils confondus dans l'espace ?

3. Afficher un plan isolé de face

Pour mieux comprendre comment sont placés les différents éléments de la figure, Geospace permet de représenter à l'écran uniquement les objets créés contenus dans un plan choisi par l'utilisateur. Ce plan isolé peut de plus être mis de face. Tous les objets de ce plan sont alors représentés sur l'écran en vraie grandeur.

Revenir à la vue initiale par CTRL F1. Dans le menu *Afficher*, choisir l'article *Plan isolé* ou appuyer sur le bouton de la barre d'outils



représenté ci-contre.
Donner **ABC** comme nom du plan et demander qu'il soit placé de face. Que peut-on dire de la base de la pyramide ?

Appuyer sur la touche ESC (ou Echap) pour revenir au dessin de la figure entière. On retrouve le dessin obtenu précédemment avec l'article *Autre plan de face*.

Par le même procédé, placer de face le plan isolé (**ABI**). Que peut-on conjecturer pour les points **A**, **B**, **J** et **I** ? Créer les segments [**AI**], [**IJ**] et [**JB**] : dans le menu *Créer*, choisir l'article *Ligne* puis *Segments* ; taper dans l'ordre les lettres **A I I J J B** sans espace entre elles. Quelle précision peut-on apporter à la nature de la figure formée par les points **A**, **B**, **J** et **I** ?

Appuyer sur la touche ESC pour revenir à un dessin de la figure entière. Utiliser la même méthode avec chacun des plans (**ABS**), (**BCS**), (**CDS**) et (**ADS**). Écrire toutes les propriétés observées.

4. Faire afficher des longueurs de segments

Pour préciser la position de **I**, par exemple, on peut faire afficher les longueurs des segments [**SI**] et [**SD**]. Pour cela, dans le menu *Créer*, choisir l'article *Affichage*, puis *Longueur d'un segment*, entrer **SI** comme nom du segment et 3 comme nombre de décimales. Faire de même pour la longueur de [**SD**]. Que peut-on observer ?

II. Faire quelques démonstrations et des calculs

Par construction, la pyramide **SABCD** a pour base le carré **ABCD** de côté 2 et pour hauteur **[SD]** de longueur 3. Les points **I** et **J** sont les milieux respectifs de **[SD]** et **[SC]**. On peut alors démontrer que **ABJI** est un trapèze rectangle de bases **[AB]** et **[IJ]** et de hauteur **[AI]**. On cherche à calculer l'aire du quadrilatère **ABJI**.

Toutes ces définitions sont écrites dans le commentaire de la figure que l'on peut voir à l'écran par le menu *Afficher*, article *Commentaire* ou bien en appuyant sur la touche F3 du clavier.

1. Calcul de l'aire du trapèze

Utiliser les données ci-dessus et les observations faites dans l'étape précédente pour calculer les longueurs **IJ** et **AI** en utilisant les théorèmes de géométrie plane dans des plans bien choisis. Préciser chaque fois le plan dans lequel on se place ainsi que le théorème utilisé. Vérifier éventuellement les calculs en demandant la création des affichages des longueurs. Calculer l'aire du trapèze.

2. Vérification du calcul de l'aire

Après le calcul de l'aire du trapèze, on peut utiliser Geospace pour vérifier le résultat : le logiciel calcule l'aire d'un polygone convexe à condition qu'un tel objet ait été créé. Ce qui n'est pas le cas encore dans cette figure. Seuls les côtés du polygone ont été créés.

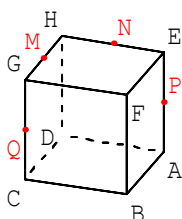
Créer d'abord le polygone convexe (menu *Créer, Ligne, Polygone convexe, défini par ses sommets*). Le nommer **T**.

Créer l'aire du polygone **T** (menu *Créer, Numérique, Calcul géométrique, Aire d'un convexe*). Nommer l'aire **a**. L'objet créé **a** n'est pas un objet dessinaable donc rien n'apparaît à l'écran. Il faut créer un affichage pour voir la valeur de **a** (Menu *Créer*, articles *Affichage*, puis *Variable numérique déjà définie*).

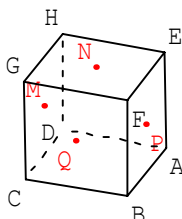
III. Organiser les observations

Diverses figures sont disponibles pour faire un travail du même type. Pour chacune d'elles, il faut organiser les observations pour répondre aux questions posées. Comme dans *Observe1.g3w*, on a volontairement limité les rappels des objets construits (faire afficher les rappels pour le constater). Une fois les observations faites, on pourra trouver une définition des objets de la figure dans le commentaire de la figure. Ces définitions permettent de démontrer les propriétés utiles pour les calculs dans chaque figure.

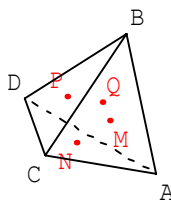
Quatre situations sont proposées. Dans chacune d'elles, on s'intéresse à la figure formée par quatre points **M**, **N**, **P** et **Q** en partant dans les deux premières d'un cube **ABCDEFGH** et dans les deux dernières d'un tétraèdre **ABCD**.



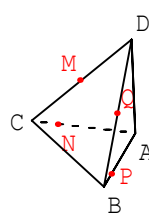
Observe2



Observe3



Observe4



Observe5

Pour chaque situation, répondre à la question : est-ce que la figure formée par **M**, **N**, **P** et **Q** est une figure plane ?

Si oui, en utilisant les définitions des objets fournies dans le commentaire, calculer l'aire du quadrilatère **MNPQ**. Vérifier avec le logiciel.

Si ce n'est pas une figure plane, ces points sont les sommets d'un tétraèdre. Que peut-on dire des faces ? Calculer l'aire de chaque face puis l'aire du tétraèdre. Vérifier le calcul avec le logiciel.

Dans Observe4, on aura intérêt à créer des milieux d'arêtes du tétraèdre **ABCD**.

IV. Catalogue de manipulations pour des observations

Dans cette partie, on regarde comment exploiter les possibilités de changement de vues et de création de Geospace pour observer quelques propriétés usuelles des objets de l'espace. Naturellement les observations permettent seulement de faire des conjectures et là encore le statut logique des différentes affirmations doit être précisé avec les élèves.

Les manipulations possibles pour l'étude des positions relatives de points sont détaillées, des études similaires pour quelques autres questions sont ensuite laissées au soin des élèves.

1. Deux points sont-ils confondus ?

Charger la figure Observe6.g3w. Elle contient quatre points libres **A**, **B**, **P** et **Q**. Chacun de ces points peut être déplacé à l'aide de la souris.

Cliquer sur le point **A** et le déplacer pour qu'il occupe la même position que **B** à l'écran. De même saisir le point **P** et l'amener à la même position que **Q** à l'écran. Comment savoir si les points **A** et **B** d'une part, **P** et **Q** d'autre part occupent la même position dans l'espace ?

Voici plusieurs manipulations à essayer pour observer si deux points **M** et **N** qui sont représentés confondus le sont dans l'espace :

- changer de vue. Si les points **M** et **N** ne sont pas confondus dans l'espace, on doit trouver une vue où ils ne seront pas confondus à l'écran. Expliquer dans quel cas deux points distincts de l'espace ont des représentations confondues à l'écran.
- essayer de créer la droite (**MN**). Si les points sont confondus le logiciel signalera que cette droite ne peut exister pour les positions actuelles des points **M** et **N**.
- faire afficher la longueur **MN**.

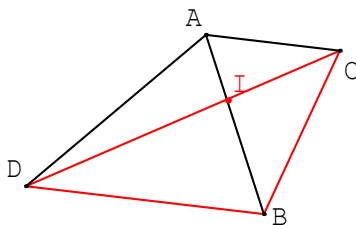
Essayer l'une de ces méthodes avec les couples de points **A** et **B** d'une part, **P** et **Q** d'autre part.

Faire afficher les rappels pour voir les définitions des quatre points. Essayer d'expliquer les différences de comportement entre les deux couples de points (consulter l'aide pour savoir comment la souris déplace les points libres).

Les points peuvent aussi être déplacés au clavier. Pour cela, dans le menu *Piloter*, choisir l'article *Piloter au clavier* et sélectionner le point à déplacer. Le point **P** se déplace à l'aide des quatre flèches. Le point **A** se déplace en plus à l'aide des touches PgUp et PgDown. Recommencer éventuellement les mêmes manipulations après avoir éloigné les points.

2. Des points (au moins trois) sont-ils alignés ?

Charger la figure Observe7.g3w. Le point **I** est représenté sur l'écran aligné avec les points **A** et **B** d'une part et avec les points **D** et **C** d'autre part. Ces alignements existent-ils dans l'espace ?



Pour observer si trois points **M**, **N** et **P** sont alignés dans l'espace, on peut :

- changer de vue.
- Si des points ne sont pas alignés dans l'espace, on doit trouver une vue où leurs représentations ne le seront pas non plus. Expliquer dans quel cas des points non alignés dans l'espace ont des représentations alignées sur l'écran.
- Si des points sont alignés dans l'espace, on peut trouver une vue où leurs représentations sont confondues. Expliquer pourquoi.
- essayer de créer le plan (**MNP**). Si les points sont alignés, le logiciel le signale par (à compléter)
 - essayer de faire afficher le plan isolé (**MNP**). Si les points sont alignés....
 - essayer de créer le point d'intersection des droites (**MN**) et (**MP**). Si les points sont alignés, le logiciel le signale par (à compléter).

- créer puis faire afficher la distance du point **P** à la droite (**MN**).

3. Des points (au moins quatre) sont-ils coplanaires ?

Tous les points sont bien sûr représentés dans un même plan qui est celui de l'écran. Pourtant ils ne sont pas tous dans un même plan dans l'espace.

Pour observer si les points **M**, **N**, **P** et **Q** sont coplanaires (trois d'entre eux n'étant pas alignés), on peut :

- changer de vue : s'ils sont coplanaires, on peut trouver une vue telle que les points sont représentés alignés, sinon ce n'est pas possible.
- mettre de face le plan isolé (**MNP**). Si les points sont coplanaires, on voit le point **Q**.
- essayer de créer la droite d'intersection des plans (**MNP**) et (**MNQ**). Si les points sont coplanaires, ces deux plans sont confondus et le logiciel le signale par..... (à compléter).
- créer puis faire afficher la distance de **Q** au plan (**MNP**).

Exemple d'utilisation :

Dans la figure Observe7.g3w, faire afficher les rappels pour voir les définitions des objets déjà créés.

Créer le plan **p** parallèle à (**BCD**) passant par **I** (menu *Créer, plan, parallèle à un plan*). Créer les points d'intersection des droites (**AC**) et (**AD**) avec **p** et les nommer respectivement **J** et **K** (menu *Créer, Point, Intersection droite plan*). Créer le centre de gravité **G** du triangle **IJK** (menu *Créer, Point, Centre(ivers), centre de gravité*) et le point **H** projeté orthogonal de **C** sur la droite (**BG**) (menu *Créer, Point, image par, projection orthogonale sur une droite*).

Ouvrir la boîte de styles pour colorier de couleurs différentes les points **G** et **H**. Sélectionner **G** et **H** dans la boîte de sélection pour les traces (menu *Afficher, Sélection trace*, cliquer sur la ligne définissant **G** puis sur celle définissant **H**) .

Mettre le logiciel en mode trace (menu *Afficher, Mode trace*). Déplacer **I** sur le segment [**AB**]. Observer les traces de **G** et les traces de **H**. Que peut-on en dire ?

4. Positions relatives de deux droites

Étudier les manipulations que l'on peut faire pour observer si deux droites sont parallèles, orthogonales, sécantes, non coplanaires.

5. Position d'un point par rapport à un plan, par rapport à un polyèdre convexe

Cette dernière situation permet de travailler à nouveau sur l'interprétation des différentes vues (il n'est pas très difficile de voir les objets qui sont à l'extérieur du cube en changeant de vue : si un objet est à l'extérieur du cube, il existe au moins une vue telle que...).

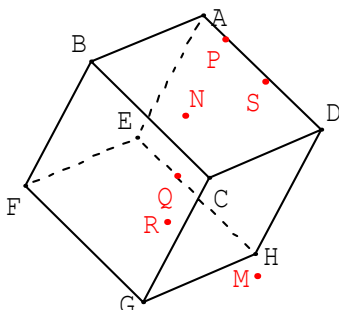
Par ailleurs, on peut ici exploiter l'opacité de certains objets (par exemple si on opacifie le cube,), ce qui n'avait pas encore été abordé.

Enfin pour préciser les positions des objets qui sont à l'extérieur du cube, divers procédés utilisant des créations sont possibles.

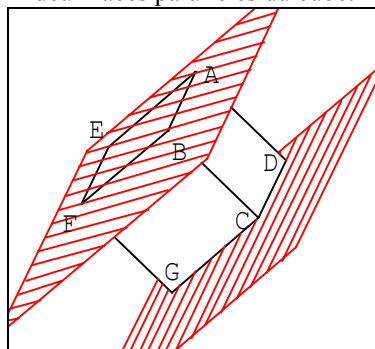
Charger la figure Observe8.g3w. **ABCDEFGH** est un cube. Trouver et décrire un procédé pour observer si les points **M**, **N**, **P**, **Q**, **R** et **S** sont à l'intérieur ou à l'extérieur du cube⁸.

Pour chacun des points qui sont à l'extérieur du cube, trouver et décrire un procédé pour observer s'il est entre deux plans parallèles limitant le cube ou non (comme sur le dessin 2). En cas de réponse oui, on essaiera de préciser toutes les paires de plans parallèles qui conviennent.

Une vue de la figure Observe8.g3w



Représentation de deux plans contenant deux faces parallèles du cube.



Section d'un polyèdre par un plan et ensemble de points



Cette activité propose la création de la section d'un tétraèdre quelconque par un plan variable parallèle à deux arêtes opposées du tétraèdre et l'observation d'un ensemble de points.

⁸Les points **M**, **N**, **P**, **Q**, **R** et **S** ont été créés comme points libres dans l'espace puis bloqués (menu *Divers, Filtrer, Interdire piloter*) pour qu'on ne puisse plus les déplacer.

La construction de la figure est décrite pas à pas ; en cela, on peut dire qu'elle ne nécessite aucune connaissance spéciale concernant les théorèmes de géométrie de l'espace. Par contre, la démonstration de la nature de la section utilise les propriétés de parallélisme dans l'espace (enseignées à l'heure actuelle en seconde). Celle de l'ensemble des points se fait à l'aide des coordonnées dans un repère (niveau "bonne première scientifique").

1. Création du tétraèdre quelconque ABCD

Le tétraèdre est obtenu à partir de quatre points libres dans l'espace (ces points peuvent occuper n'importe quelle position).

- Créer le point **A** libre dans l'espace (menu *Créer, Point, Point libre, dans l'espace*). Les points libres dans l'espace **B**, **C** et **D** peuvent être créés de la même façon ou en utilisant le bouton  de la barre d'outils ou encore le raccourci clavier Ctrl B (maintenir la touche Ctrl appuyée et taper B).
- Créer le polyèdre convexe **Tr** de sommets **A**, **B**, **C** et **D** (menu *Créer, Solide, Polyèdre convexe, défini par ses sommets*).
- Ouvrir la boîte de styles pour mettre le polyèdre **Tr** en style opacifiable (menu *Divers, Style crayon*, cliquer sur le bouton  dans la boîte puis sur le polyèdre **Tr** sur le dessin, fermer la boîte de styles). Si elle n'y est pas déjà, mettre la figure en mode "opaque avec parties cachées en pointillé" (menu *Afficher, article Figure en fil de fer* non coché et article *Parties cachées en pointillé* coché) ou agir sur les boutons correspondants de la barre d'outils.

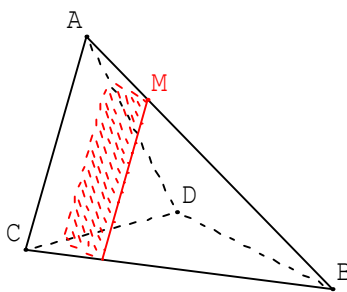
On peut modifier les positions des points libres en les saisissant à la souris (cliquer sur le point avec le bouton gauche, bouger la souris en maintenant appuyé ce bouton gauche).

2. Création du plan et de la section du tétraèdre par ce plan.

- Créer **M** point libre sur le segment **[AB]** (menu *Créer, Point, Point libre, sur un segment*).
- Créer le plan **p** passant par **M** et parallèle aux droites **(AC)** et **(BD)** (menu *Créer, Plan, parallèle à 2 droites*).

- Créer la section **S** du tétraèdre **Tr** par le plan **p** (menu *Créer, Ligne, Polygone convexe, Section d'un polyèdre par un plan*). Ouvrir la boîte de styles pour la mettre en style hachuré et la changer éventuellement de couleur.

- On peut alors observer que, si on change les positions des points **A**, **B**, **C**, **D** ou **M** la section reste un parallélogramme.



- Remarquer que les sommets du polygone **S** défini comme section ne sont pas créés et qu'aucun article du menu ne permet de les créer directement à partir du polygone.

3. Création des sommets et du centre du parallélogramme S

- Créer le point **N** d'intersection du plan **p** avec **(AD)** (menu *Créer, Point, Intersection droite-plan*).
- Créer de même les points **P** et **Q** respectivement sur **(CD)** et **(CB)**.
- Créer le point **O** milieu de **[MP]** (menu *Créer, Point, Milieu*).

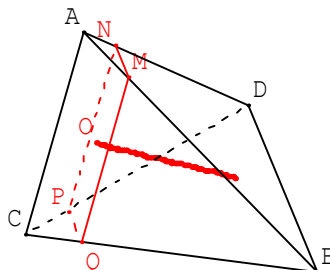
4. Visualisation de l'ensemble des points O lorsque M décrit le segment [AB].

- Il faut d'abord définir les objets dont on veut garder la trace (menu *Afficher, Sélection trace*). Dans la boîte qui s'ouvre, sélectionner la ligne définissant le point **O**, appuyer sur le bouton marqué "**Ok**".

- Mettre la figure en "mode trace" soit à l'aide du bouton **T** de la barre d'outils soit à l'aide du menu (menu *Afficher, mode trace*).

- Observer les changements de la barre d'outils. La plupart des boutons deviennent inactifs. Par contre on peut toujours changer de vue.

- Déplacer **M** à l'aide de la souris. Les traces du point **O** semblent être des points alignés sur le dessin. Pour vérifier que ces points sont bien alignés dans l'espace, on peut changer de vue sans sortir du "mode trace" et par exemple essayer d'obtenir une vue où la droite qui porte les traces est représentée par un point.



Patrons d'un polyèdre convexe

Création et observation de différents patrons d'une pyramide régulière à base carrée. Pour que la construction de la figure soit accessible aux élèves de lycée, on n'a pas utilisé de rotation dans l'espace, ce qui aurait permis de construire le carré de base plus rapidement.

Par contre, on se sert de deux objets prédéfinis : toute nouvelle figure de Geospace contient au départ des objets dits prédéfinis dont on peut voir la définition en faisant afficher les rappels (menu *Afficher, Rappels*, ou touche F2 ou bouton rap de la barre d'outils).

1. Création d'une pyramide régulière SABCD

La base est un carré dans le plan **oxy**, le sommet **S** est sur l'axe **oz**. Le plan **oxy** est muni d'un repère d'origine **o** et d'axes **ox** et **oy**. On peut créer des points repérés dans ce plan.

La droite **oz** est perpendiculaire au plan **oxy** et passe par le point **o**.

- Créer le point **A** de coordonnées (1,1) dans le repère du plan **oxy** (menu *Créer, Point, Point repéré, dans un plan* puis donner **oxy** comme nom de plan, 1 pour abscisse et 1 pour ordonnée).

- Créer le point **B** comme image de **A** par la symétrie orthogonale d'axe **ox** (menu *Créer, Point, Point image par, symétrie axiale*).

- Créer **C** et **D** comme images de **A** et **B** par la symétrie centrale de centre **o** (menu *Créer, Point, Point image par, symétrie centrale*).

- Créer **S** point libre sur **oz** (menu *Créer, Point, Point libre, sur une droite*).

- Créer le polyèdre de nom **P_{yra}** défini par les sommets **ABCD S** **dans cet ordre** (menu *Créer, Solide, Polyèdre convexe, défini par ses sommets*). Utiliser éventuellement la boîte de styles pour hachurer cette pyramide ou lui donner le style opacifiable (menu *Divers, Style crayon*, cliquer sur le bouton O ou un bouton de hachure dans la boîte puis sur le polyèdre **P_{yra}** sur le dessin, fermer la boîte de styles).

- Mettre la figure en mode opaque, parties cachées non dessinées, ou vérifier que la figure est dans ce mode. (On doit voir les boutons ci-contre non enfoncés sur la barre d'outils ; dans le menu *Afficher*, les options *Figure en fil de fer* et *Parties cachées en pointillé* ne doivent pas être cochées.)



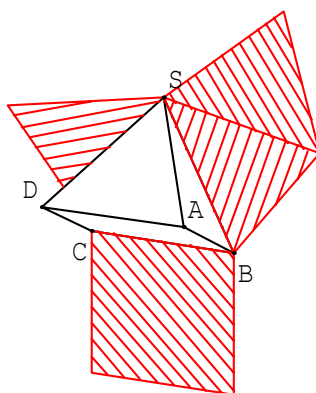
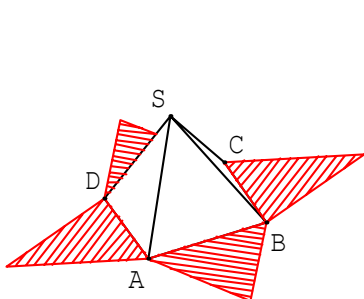
2. Création d'un premier patron

Geospace permet de créer un patron plan usuel d'un polyèdre convexe mais aussi de simuler le passage du polyèdre au patron plan grâce à un coefficient d'ouverture. Si le coefficient d'ouverture est nul, le "patron" est collé sur le polyèdre, s'il vaut 1, le "patron" est plan. On peut donc simuler l'ouverture en prenant comme coefficient d'ouverture une variable réelle variant entre 0 et 1.

- Créer une variable réelle **a** dans l'intervalle [0,1] (menu *Créer, Numérique, Variable réelle libre dans un intervalle*).
- Créer le patron **P_{tr}** de **P_{yra}** (menu *Créer, Solide, Patron d'un polyèdre*). Sélectionner la variable **a** pour la piloter avec les flèches du clavier (menu *Piloter, Piloter au clavier*, cliquer sur la ligne définissant **a**) puis faire varier **a** pour obtenir le patron plan. Le patron s'est "développé autour" de la base **ABCD**.

3. Création d'autres patrons

- Modifier le polyèdre **P_{yra}** (menu *Divers, Modifier/Dupliquer* ou bouton M/D de la barre de boutons) en donnant les sommets **SABCD** dans cet ordre. Observer le patron obtenu. Faire de nouveaux essais en changeant l'ordre des sommets. Comment la pyramide a-t-elle été définie dans les figures représentées ci-dessous ?



Avec des coordonnées

Toute figure Geospace est munie d'un repère orthonormal R_{xyz} d'origine o . Le déplacement des points libres dans l'espace étant difficile à maîtriser, la plupart des figures usuelles se créent plus facilement avec des points définis par leurs coordonnées dans ce repère. On pourra le constater en regardant la définition des objets dans les figures de base qui accompagnent le logiciel.

La situation qui suit nécessite des connaissances élémentaires sur les trois coordonnées d'un point et sur le calcul des longueurs dans un repère orthonormal.

1. Création de la première figure

- Faire afficher le repère R_{xyz} (menu *Afficher, Repère Rxyz affiché*, ou touche F6 du clavier ou bouton reproduit ci-contre).



- Créer les points **A**, **B** et **C** de coordonnées respectives **A** (2 ; 4 ; 2), **B** (4 ; 0 ; 1) et **C** (0 ; 2.5 ; 4) (menu *Créer, Point, Point repéré, dans l'espace*). Créer le triangle **ABC** (menu *Créer, Ligne, polygone convexe, défini par ses sommets*).

Le nommer par exemple **T** et le hachurer en ouvrant la boîte de styles (menu *Divers, Style crayon* ou cliquer sur le bouton ci-contre).



Calculer les longueurs **AB**, **BC** et **AC**. Quelle est la nature du triangle **ABC** ?

Vérifier en plaçant de face le plan isolé **ABC**.

- Créer ensuite le point **A'**, projeté orthogonal de **A** sur le plan **oxy** (menu *Créer, Point, Point image par, projection orthogonale sur un plan*). Quelles sont les coordonnées de **A'** (justifier la réponse) ?

Créer le triangle **A'BC**. Placer de face le plan isolé **A'BC**. Le triangle **A'BC** est-il de même nature que le triangle **ABC** ? Démontrer la réponse.

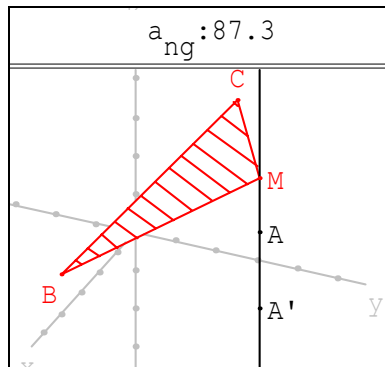
2. Points M de la droite (AA') tel que le triangle BCM soit rectangle en M

- Supprimer les triangles **ABC** et **A'BC** (menu *Divers, Supprimer*, cliquer sur les deux lignes définissant ces polygones et appuyer sur le bouton Ok).

- Créer un point libre **M** sur la droite (**A'A**) (menu *Créer, Point, Point libre, sur une droite*) et le triangle **BCM**.

Recherche d'une conjecture

On veut utiliser le logiciel pour chercher les points **M** de la droite (**A'A**) tels que **BCM** soit rectangle en **M**.



Piloter **M** au clavier plutôt qu'à la souris pour mieux maîtriser le déplacement. Observer le triangle **BCM**. Comment voir s'il est rectangle en **M** ?

- On peut s'intéresser à une mesure en degrés de l'angle \widehat{BMC} . Créer cette mesure (menu *Créer, Numérique, Calcul géométrique, Angle géométrique*). Dans la boîte de dialogue, choisir une mesure en degrés, nommer l'angle **ang** puis créer l'affichage de **ang** (menu *Créer, Affichage, Variable numérique déjà définie*).

- On peut observer le triangle **BCM** en vraie grandeur en le mettant de face (menu *Vues, Vue avec un autre plan de face*). Observer alors que si on déplace **M**, le plan (**BCM**) change de position dans l'espace et donc qu'il n'est plus de face. Créer une commande mettant de face le plan (**BCM**) (menu *Créer, Commande, Changement de vue, par choix d'un plan de face*, donner **BCM** comme nom de plan et **espace** comme nom de touche). Il suffit alors d'appuyer sur la barre d'**espace** pour remettre de face le plan (**BCM**).

On peut aussi imaginer d'autres procédés pour observer (création d'autres objets par exemple). Décrire la méthode utilisée pour les observations. Combien y a-t-il de solutions ?

Démonstration

On appelle **a** la cote de **M**. Quelles sont les coordonnées de **M** ? Calculer **BM**² et **CM**² en fonction de **a**. Déterminer **a** pour que **BCM** soit rectangle en **M**.

3. Explication géométrique du nombre de solutions et généralisation

- Quel est l'ensemble **E** des points **N** de l'espace tels que **BCN** soit rectangle en **N** ? Créer cet ensemble (parcourir le menu *Créer* pour trouver l'article adéquat).

- Comment peut-on caractériser les points **M** de la droite (**A'A**) tels que **BCM** soit rectangle en **M** ? Construire les solutions sur la figure sans utiliser les points repérés.

- Expliquer pourquoi on obtient ce nombre de solutions.

4. Faire une étude similaire pour les points **M** tels que **ABM** soit isocèle en **M**

Organiser la recherche, la démonstration et l'explication géométrique.

Fichiers-exemples

I - Accompagnant GeoplanW version 1

Ces exemples ont été simplement actualisés avec les nouvelles fonctionnalités.

Destinés à montrer une petite partie de ce que l'on peut faire avec le logiciel, ils ne prétendent pas tout illustrer, loin de là. Ils sont là pour donner des idées, en particulier d'imagiciels. Certains illustrent de plus quelques aspects techniques.

Ils sont classés en deux niveaux suivant la difficulté de compréhension du texte de la figure. Pour faciliter la consultation, une brève description de chacun d'eux est faite ci-dessous, mais bien sûr ils doivent être "ouverts" par Geoplan.

Pour chacun des fichiers ouverts, il est fortement conseillé de lire d'abord le commentaire (touche F3 ou article *Commentaire* du menu *Afficher*) en particulier la rubrique "Actions prévues" dans ce commentaire. Après avoir essayé les diverses actions en question, il sera parfois utile de regarder à nouveau le commentaire, les rappels et/ou le texte de la figure pour analyser la figure.

A l'intérieur de chaque niveau les exemples sont présentés par ordre alphabétique. On trouvera en fin de chapitre un classement des exemples selon les fonctionnalités qu'ils illustrent.

Fichiers de niveau 1

CercTang

Trois cercles tangents deux à deux (niveau collège). Cet exemple illustre l'utilisation d'expressions algébriques dans la définition d'un objet.

Situation

Faire construire par les élèves la figure correspondant au problème classique suivant : déterminer en fonction des longueurs des côtés d'un triangle, les rayons de trois cercles centrés sur les trois sommets pour qu'ils soient tangents deux à deux.

Commentaires sur la réalisation

Cette figure est très simple à créer une fois que le système d'équations a été résolu. Cette simplicité est due au fait que Geoplan permet de définir les caractéristiques numériques des objets (ici les rayons des cercles) à l'aide d'expressions algébriques pouvant contenir des longueurs.

Par exemple, le rayon du cercle de centre A est $\frac{AB + AC - BC}{2}$.

DroitRep

Équation d'une droite dans un repère variable.

Situation

D'habitude, on observe l'équation d'une droite variable dans un repère fixe. Ici la droite est fixe et le repère variable.

Commentaires sur la réalisation

Cet exemple montre l'utilisation d'un affichage et la possibilité de créer un repère variable.

D est la droite d'équation $Y = X$ dans le repère R_{oxy} . Elle est fixe.

On crée un repère orthonormal R variable : son origine est un point O libre dans le plan. Pour pouvoir faire "tourner" le repère, on crée un point I libre sur le cercle de centre O et de rayon 1, puis le point J image de I par la rotation de centre O et d'angle $\pi/2$ (radian) enfin R repère d'origine O, de premier vecteur \overrightarrow{OI} et de deuxième vecteur \overrightarrow{OJ} (pas de graduations : 1 sur le premier axe et 1 sur le deuxième axe).

On peut donc modifier R en agissant sur O (modification par translation) et sur I (modification par rotation) à la souris.

Il ne reste plus qu'à créer l'affichage de l'équation de la droite D dans le repère R et à observer cette équation selon les positions de R.

Modifications possibles

On peut aussi proposer un jeu de cible : choisir R pour que D ait une équation donnée dans ce repère.

Envelop

Exemple d'ensemble de droites enveloppant une parabole.

La situation

On considère un point M variable sur une droite d quelconque et un point A non situé sur D (A et d étant considérés comme fixés). On appelle m la médiatrice de [AM]. L'imagiciel permet de mettre en évidence l'enveloppe de la famille des médiatrices m obtenues lorsque M varie sur d.

Commentaire sur la réalisation

Cet exemple donne une illustration des commandes de trace (d'une droite) et de dessin en bloc d'éléments d'une figure (droite, courbe définie comme lieu d'un point), de la possibilité de bloquer certains points libres (pour éviter qu'un élève déplace ces points à un moment non pertinent), du pilotage d'un point libre au clavier (en plus de la souris) pour effectuer un déplacement plus régulier et plus fin.

Pour avoir l'illusion que les notations du texte sont respectées, le logiciel ne permettant pas de mettre des étiquettes aux objets, les affichages des noms d et m ont été créés de la façon suivante :

à partir de deux points libres a et b dont seules les marques apparaissent, on a créé la droite d = (ab), puis un point d1 libre sur d et on a écrit dans le texte de la figure la phrase "A la place de d1, afficher: d",

de même, on a créé un point m1 libre sur la médiatrice m de [AM], puis utilisé la phrase "A la place de m1, afficher: m".

Les points A, a, b, m1 et d1 sont "interdits de pilotage". On peut les "autoriser de pilotage" (article *Autoriser piloter* dans le menu *Divers*, sous menu *Filtrer*), pour pouvoir les déplacer avec la souris ou avec les touches fléchées du clavier et obtenir ainsi une nouvelle disposition du dessin de la figure.

On a créé de plus la perpendiculaire p à d passant par M, le point O intersection de p et de m de façon à pouvoir définir la courbe L lieu des points O lorsque M varie entre a et b, cette limitation du déplacement de M est une contrainte nécessaire pour que M soit "pilote" du lieu (M est donc défini comme point libre sur le segment [ab] et déclaré pilotable au clavier, O et p sont cachés).

FnCadres

Deux représentations d'une même fonction f définie par $f(x) = (x-1)^2 - 3$.

Situation

Dans le cadre de gauche, une représentation dynamique "à plat" de f :

X a pour abscisse x sur un axe et Y pour abscisse f(x) sur un axe parallèle.

Dans le cadre de droite, une représentation dynamique "ordinaire" de f :

X' a pour abscisse x sur un axe, Y' pour abscisse f(x) sur un axe perpendiculaire de même origine. M est le point de coordonnées (x,f(x)).

Commentaires sur la réalisation

Cet exemple montre l'utilisation des cadres et de la limitation des dessins aux cadres pour isoler chaque représentation.,.

Pour savoir quels sont les objets dont les dessins ont été limités aux deux cadres, il suffit d'appeler l'article *Décadrer* (et d'annuler ensuite).

Pour pouvoir colorier les axes qui se correspondent dans les deux représentations en utilisant deux couleurs différentes, on a créé, dans le repère de la représentation

cartésienne, les droites d'équation $Y = 0$ et $X = 0$ (dans Geoplan, les axes d'un repère sont forcément de la même couleur).

Modifications possibles

On peut évidemment changer de fonction f (prendre $f(x) = 3\sin(x)$ par exemple) en redéfinissant f ou en agissant sur le texte de la figure.

FnInter

Représentation graphique d'une fonction définie par intervalle.

Situation

Il s'agit de la fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

Commentaires sur la réalisation

Cette fonction a été définie à l'aide de la fonction μ , par l'expression $f(x) = \sin(x) \mu(x < 0) + x \mu(x \geq 0)$. On peut vérifier que :

lorsque $x < 0$, $\mu(x \geq 0) = 0$ et $\mu(x < 0) = 1$ donc $f(x) = \sin x$

lorsque $x \geq 0$, $\mu(x \geq 0) = 1$ et $\mu(x < 0) = 0$ donc $f(x) = x$.

Modifications possibles

Utiliser ce fichier pour représenter d'autres fonctions définies par intervalles en modifiant la définition de f (article *Modifier/Dupliquer* dans le menu *Divers*).

LieuxArcs

Ce fichier très simple comporte un ensemble de points non classique et sa présence parmi les exemples est essentiellement due au fait qu'il a servi à illustrer le texte de présentation de Geoplan.

Situation

Le point M est libre sur un cercle C fixe de centre O . J est un point fixe du cercle C et I un point repéré sur C par l'angle a (en degré). A chaque point M de C on associe le point M' de la demi-droite $[IM)$ tel que $IM' = JM$. L'ensemble L des points M' lorsque M décrit C est formé de deux arcs de cercles.

Commentaires sur la réalisation

L'ensemble composé des deux arcs de cercle est obtenu comme lieu de points. On a choisi a variable pour voir évoluer ce lieu lorsqu'on change la position de I et on a créé un affichage pour suivre les valeurs de a .

Losange

Construction à faire réaliser par les élèves (niveau collège) sur un fond de figure et au vu du dessin à réaliser.

Situation

Reconstruire un losange en partie effacé dont il ne reste qu'une partie : deux segments et un point.

Commentaires sur la réalisation

Ce fichier utilise deux cadres, c_1 contenant le fond de figure et c_2 , image de c_1 par une homothétie, contenant le losange déjà réalisé.

Une commande de mémorisation de position permet de retrouver le dessin initial de la figure.

Les menus de la figure ont été bridés (en utilisant l'article *Modifier les menus* du menu *Divers*) en vue d'une utilisation par des élèves de collège. Pour les rétablir, il suffit de charger le texte de la figure sous le bloc note de Windows par exemple et de modifier les options interdites.

Les cadres, les objets nécessaires à l'obtention du losange sont interdits d'accès afin de cacher leur existence.

Les points définissant le fond de figure sont protégés afin d'éviter une redéfinition malencontreuse.

D'autres, comme les sommets du losange, sont "protégés et à rappel limité" (on ne peut pas les modifier, leur construction est cachée puisque les rappels ne fournissent que leur genre mais ils sont éventuellement utilisables par un élève pour définir d'autres objets). La possibilité de définir un objet "protégé et à rappel limité" n'est pas offerte dans les menus, il faut l'écrire directement dans le texte de la figure en utilisant l'article *Editer texte figure* du menu *Editer*.

Milieux

Exemple de visualisation d'un ensemble de points, niveau lycée.

Situation

On cherche l'ensemble décrit par le milieu d'un segment dont chaque extrémité décrit un segment donné. Il s'agit d'un domaine du plan et non d'une courbe.

Commentaires sur la réalisation

L'utilisation d'une commande de répétition d'une commande d'affectation aléatoire des extrémités du segment variable permet de faire apparaître petit à petit et de manière discontinue l'ensemble.

On a groupé une commande d'entrée en mode trace à cette commande.

Modifications possibles

On peut, par exemple, représenter de manière analogue l'ensemble des centre de gravité d'un triangle (ou carré) dont les sommets décrivent les côtés d'un triangle (ou carré).

MontrAig

Montre à aiguille. Ce fichier montre une utilisation de la variable de temps de Geoplan.

Commentaires sur la réalisation

La variable prédéfinie t_{ime} est destinée à recevoir l'heure (exprimée en secondes) donnée par l'horloge de l'ordinateur. Elle n'est affectée que lorsque l'article *Temps actif* du menu *Piloter* est coché.

Comprendre comment a été construite cette montre est un exercice de mathématique. Pour inciter une recherche, on pourrait cacher (article *Interdire accès* du menu *Filtrer* du menu *Divers* en supprimant des menus les articles *Autoriser accès*, *Editer texte figure* et *Modifier les menus*) la construction des extrémités des aiguilles et des marques du cadran.

Pour pouvoir modifier la taille de la montre, les longueurs des trois aiguilles sont calculées en fonction de celle de l'aiguille des secondes r_s qui est une variable libre dans un intervalle.

Pour l'aiguille des secondes [oS], 60 secondes correspondent à un tour, donc t_{ime} secondes correspondent à $t_{ime}/60$ tours. Il faut donc que l'angle que fait [oS] avec la position d'origine soit de $t_{ime}/60$ tours c'est à dire de $2\pi t_{ime}/60$ radians (il est inutile de retirer à t_{ime} ce qui correspond aux tours complets). Comme l'origine est en haut, ce qui correspond à un décalage de $\pi/2$ par rapport à la position habituelle et que le sens des aiguilles d'une montre est l'inverse du sens trigonométrique, le point S a pour coordonnées : $(r_s \cdot \sin(2\pi t_{ime}/60), r_s \cdot \cos(2\pi t_{ime}/60))$ dans le repère R_{oxy} .

Pour les aiguilles des minutes et des heures c'est la même chose en redivisant par 60, puis par 12.

Les graduations de la montre peuvent se faire en deux "coups" :

- création du point A_0 repéré dans le plan, de coordonnées $(0, r_s)$
- création des points $A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 A_7 A_8 A_9 A_{10} A_{11} A_{12}$ comme transformés des points $A_0 A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 A_7 A_8 A_9 A_{10} A_{11}$ par la rotation de centre o et d'angle $-\pi/6$ (radian). Remarquer la possibilité de parler de points non encore créés dans les créations de points images.

On règle le *Rythme de lecture du temps* (toutes les 1000 millisecondes par exemple) par le menu *Piloter*.

MontrDig

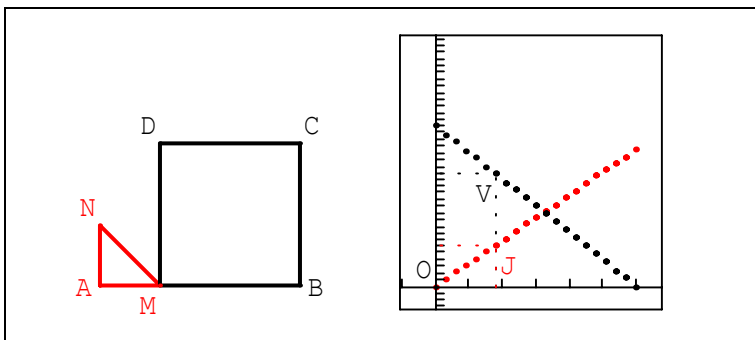
Montre digitale (réalisable à un niveau fin école). Ce fichier est un exemple de figure Geoplan qui n'a aucun dessin puisque ses objets sont tous de nature numérique (cf. texte précédent pour l'utilisation de la variable t_{ime}).

Perimetre

Illustration du passage d'une situation géométrique à une situation d'analyse en utilisant deux cadres et des notions niveau collège.

Situation

$[AB]$ est un segment de longueur 6. M est un point libre sur $[AB]$. On construit du même côté de (AB) un triangle AMN rectangle et isocèle en A de périmètre P_1 et un carré $BMDC$ de périmètre P_2 . On compare P_1 et P_2 . On pose $x = AM$.



Commentaires sur la réalisation

Cet exemple montre l'utilisation des cadres de Geoplan pour changer de cadre au sens didactique (géométrie \leftrightarrow analyse), l'utilisation des affichages et des commandes de dessin et surtout l'utilisation de mesures de grandeurs géométriques pour réaliser une représentation graphique.

A l'ouverture, la figure n'affiche que la situation géométrique. Les affichages des valeurs et la représentation graphique seront obtenus à la demande grâce à des commandes de dessin.

La représentation graphique consiste ici à créer dans un repère bien choisi les points de coordonnées (x, P_1) et (x, P_2) après avoir créé, dans le sous-menu *Calcul géométrique*, x longueur du segment $[AM]$, et, dans le sous-menu *Calcul algébrique*, $P_1 = AM + AN + MN$ et $P_2 = 4 \cdot MB$.

Deux cadres, que nous avons choisi ici non dessinés, servent à limiter les dessins. Pour savoir quels sont les objets dont les dessins ont été limités aux deux cadres, il suffit d'appeler l'article *Décadrer* (et d'annuler ensuite).

Deux commandes de dessins en bloc ont été créées, l'une pour faire apparaître les affichages, l'autre pour voir tout ce qui est dans le deuxième cadre. Pour conserver l'intérêt de l'activité, il faut sauvegarder la figure dans un état où seule la situation géométrique est illustrée.

Modifications possibles

Remplacer les périmètres par les aires en redéfinissant P_1 comme aire du triangle MAN et P_2 comme BM^2 .

ProgLin

Illustration d'une situation classique de programmation linéaire.

Situation

Maximiser $24x + 16y$ avec les contraintes :

$$x \geq 0, y \geq 0, x + 1.5y \leq 150, 4x + 2y \leq 400.$$

Commentaire sur la réalisation

On a créé, entre autres :

- un repère orthogonal r dont les unités sont adaptées aux données (et dont les axes sont gradués numériquement),
- les demi-plans, ensembles des points dont les coordonnées ne sont pas solutions de chacune des inéquations traduisant les contraintes (convention faite pour des raisons de lisibilité),
- des affichages dont celui de l'équation réduite relative à r de la "droite du bénéfice" (son ordonnée à l'origine se modifiant automatiquement lorsqu'on déplace le point dont les coordonnées sont $(x ; y)$).
- une commande de dessin par étape permettant de faire se dessiner un à un les éléments de la figure dans l'ordre historique de leur création.

Projet1 et Projet2

Exemple de fichiers illustrant des constructions géométriques simples à faire réaliser par des élèves pour étudier un lieu géométrique (un fichier pour observer le lieu, un fichier pour la construction relative à la réciproque).

Situation

ABC est un triangle donné. On cherche le lieu du projeté orthogonal N de C sur la droite (AM) lorsque M décrit la droite (BC). Favoriser la compréhension de la notion de réciproque dans un problème de lieu géométrique en faisant construire des figures distinctes pour l'analyse et la réciproque.

Commentaires sur la réalisation

Ouvrir les deux fichiers en même temps et mettre les figures en mosaïque (menu *Fenêtre*).

Les constructions ne présentent aucune difficulté. Indiquons simplement :

- que les points A, B et C, créés comme points libres, ont ensuite été interdits de pilotage (article *Interdire piloter* dans menu *Divers*, sous-menu *Filtrer*) pour tenir compte du fait que ce sont les "éléments fixes" de la figure,

- qu'une commande de dessin par étapes (activée par la touche **Espace**) a été créée pour faire disparaître d'un coup puis apparaître successivement les constructions attendues de l'élève dans chacun des cas (construction directe, construction réciproque).

Modifications possibles

Ne fournir que le "fond de figure" constitué des éléments fixes du problème et faire réaliser la figure directe et la figure réciproque par les élèves. Ajouter une commande de trace qui fait entrer en mode trace et garde la trace du point N quand M varie.

RepCart

Point mobile sur une courbe. Cet exemple montre comment on peut déplacer un point sur la courbe représentative d'une fonction et afficher les valeurs de cette fonction.

Commentaires sur la réalisation

Une fois la fonction créée ainsi que sa courbe représentative, il suffit de créer une variable réelle x , le calcul algébrique y défini par $y = f(x)$, et les affichages de x et de y .

Modifications possibles

Changer de fonction.

RepGraf

Ce fichier est destiné à montrer comme il est facile de jouer sur les paramètres de représentation d'une fonction. Les bornes de l'intervalle $[a,b]$ sur lequel la fonction est représentée et les unités des axes sont modifiables avec la souris.

Commentaires sur la réalisation

Pour pouvoir modifier les unités à la souris, le repère R a été créé en prenant deux points libres I sur ox et J sur oy . R est le repère $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$.

Pour pouvoir modifier $[a,b]$ à la souris, on a créé deux points libres sur la droite ox et défini (sous-menu *Calcul géométrique*) a et b comme abscisses de ces points dans le repère R .

Modifications possibles

La courbe a été choisie pour que la partie de la courbe visible au départ ne soit pas très intéressante ce qui justifie l'intérêt d'une diminution de l'unité de l'axe des abscisses. On peut évidemment la changer.

Tete

Cette figure, que nous ne détaillerons pas ici, est une récréation destinée à montrer comment une simple commande d'affectation peut changer l'aspect des choses...

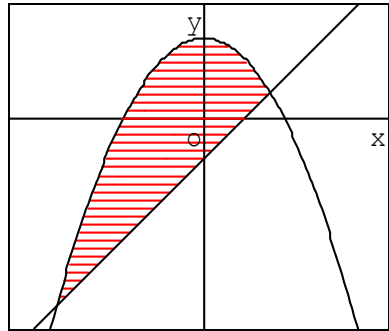
Fichiers de niveau 2

AnimIneq

Illustration graphique d'un système d'inéquations à 2 inconnues

Situation

Ce fichier donne un exemple d'utilisation de la fonction μ pour permettre la représentation graphique d'un système quelconque d'inéquations à 2 inconnues. Il suffit de redéfinir un seul objet pour changer de système.



Commentaires sur la réalisation

Le principe consiste à définir une fonction numérique f de variable x paramétrée par une variable y de sorte que $f(x)$ soit égal à y lorsque l'expression est définie, $f(x)$ soit non défini sinon.

Ici, on a pris f définie par
$$f(x) = \frac{y}{\mu\left(y < 2 - \frac{x^2}{2} \text{ et } y > x - 1\right)}.$$

Ainsi, lorsque la condition est vérifiée, μ renvoie la valeur 1 et on a $f(x) = y$, et lorsqu'elle n'est pas vérifiée, μ renvoie la valeur 0 et $f(x)$ n'est pas défini. Le graphe de f donne alors un ensemble de points (éventuellement vide) sur une ligne horizontale d'ordonnée y , dont il reste à demander la trace pour obtenir, en faisant varier y , le graphe de la condition étudiée.

Modifications possibles

Pour illustrer un autre système, il suffit de redéfinir la fonction. Pour modifier les bornes pour l'abscisse, ou le nombre de points calculés par ligne horizontale, redéfinir la courbe. On peut aussi modifier les bornes pour l'ordonnée et la densité des lignes.

Toutes ces modifications peuvent s'effectuer en une seule fois à l'aide de l'éditeur de texte. On peut créer et utiliser un autre repère, si un repère orthonormé ne convient pas. On peut ajouter les droites ou courbes de son choix, pour, par exemple, préciser des frontières.

Bezier4

Construction d'une courbe de Bézier avec 4 points de base.

Situation

Les courbes de Bézier, conçues par l'ingénieur du CNAM dont elles portent le nom, ont été imaginées pour faciliter l'obtention d'une courbe à la fois régulière, facilement calculable, facilement déformable, et permettant une modification "à vue" par le déplacement des points de base. Elles ont été utilisées notamment pour l'élaboration des lignes des carrosseries automobile.

Commentaires sur la réalisation

La méthode retenue, trop complexe pour être expliquée ici, permet de calculer la courbe le plus vite possible à partir des points de base, pour obtenir une déformation assez rapide lorsqu'on déplace les points de base à la souris ou au clavier (voir le texte de la figure ou les rappels).

Modifications possibles

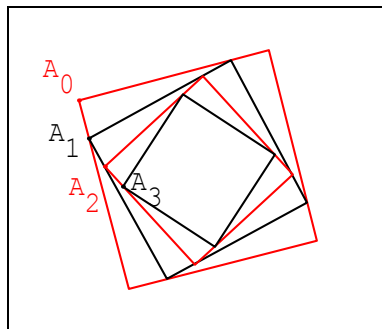
On peut adapter la construction pour 5 ou 6 points de base (au-delà, les expressions des coordonnées risquent d'être très lourdes).

Carres

Suite de carrés emboîtés.

Situation

Étant donné un nombre k compris entre 0 et 1, on considère la suite des carrés obtenus à partir d'un premier carré $A_0B_0C_0D_0$ par l'algorithme suivant: le carré numéro $n+1$ est obtenu à partir du carré numéro n en plaçant dans le repère (A_nB_n) le point A_{n+1} d'abscisse k . et en faisant de même pour tous les autres côtés.



Commentaires sur la réalisation

Cet exemple est destiné à montrer la réalisation d'une commande de création itérative.

Supposons créés les deux premiers carrés $A_0B_0C_0D_0$ nommé c_0 et $A_1B_1C_1D_1$ nommé c_1 .

Une commande de création itérative demandant de reconstruire $A_1B_1C_1D_1$ et c_1 en changeant $A_0B_0C_0D_0$ respectivement en $A_1B_1C_1D_1$ donnera, par l'appui sur la touche choisie, un nouveau carré $A_2B_2C_2D_2$ appelé c_2 (les noms avec 2 en indice sont donnés automatiquement par le logiciel). Un nouvel appui sur la même touche donnera un nouveau carré construit de la même façon et nommé également automatiquement, etc.

Modifications possibles

Remplacer le carré par un triangle équilatéral.

CbeParam

Deux animations à partir d'une courbe paramétrée et d'un point la décrivant.

Situation

Un point M décrit une courbe paramétrée C.

La première animation illustre le fait que le vecteur dérivé dirige la tangente. La deuxième met en évidence une propriété géométrique (invariance par rotation) de la courbe C.

Commentaire sur la réalisation

La courbe paramétrée C est construite en tant que telle, c'est-à-dire par l'article *Courbe paramétrée*.

Le point M variable sur C est créé comme point repéré dans le repère R_{oxy} du plan. Les coordonnées de M dépendent d'un réel r, libre dans l'intervalle $[-\pi ; \pi]$. Ainsi, quand on pilote au clavier la variable r, le point M décrit la courbe C. On peut noter que la courbe C aurait pu être définie d'une autre façon, comme lieu du point M.

Pour la première animation : le point T permet de dessiner un représentant \overrightarrow{MT} du vecteur dérivé. Les points T' , T_1 , T_2 sont destinés à l'enjolivement (création de la "flèche" du vecteur).

Pour la seconde animation : le point M' est l'image de M dans une rotation qui conserve la courbe C. Les constructions qui suivent sont destinées à "marquer" l'angle de mesure constante $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OM'})$.

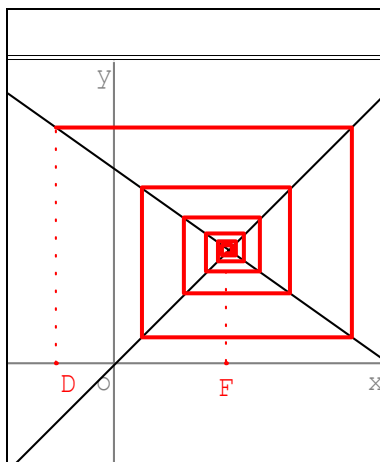
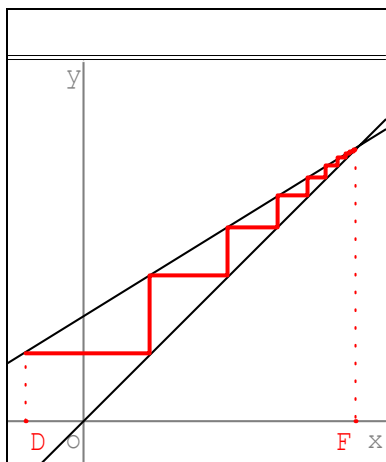
Deux commandes de dessin en bloc permettent de passer d'une animation à l'autre.

Escalier

Exploration de différentes propriétés des suites récurrentes linéaires d'ordre 1 à travers la représentation dite en "escalier". On remarquera dans ce fichier l'utilisation d'une ligne brisée définie comme lieu d'un point piloté par une variable entière.

Situation

Une suite est définie par $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction affine $x \mapsto ax + b$. L'illustration proposée permet l'étude du rôle des différents paramètres sur le comportement de la suite : valeurs de a et de b , valeur du premier terme de la suite.



Commentaires sur la réalisation

Pour faciliter la manipulation des différents paramètres, la droite représentant la fonction affine est créée à l'aide de deux points libres : le point P variable sur l'axe des ordonnées et le point Q variable sur un cercle centré à l'origine.

Le premier terme de la suite est défini comme abscisse d'un point variable D sur l'axe des abscisses.

Les objets suivants de la liste des objets créés (à partir de l'entier p qui fixe le nombre de "marches") servent au tracé de "l'escalier". Cette ligne brisée est construite comme lieu d'un point Z dont le pilote est un entier n_1 qui décrit l'intervalle $[0, 2p-1]$. Les coordonnées de Z sont calculées de façon différente selon que n_1 est pair ou non en utilisant la fonction μ (Z est successivement "le fond puis le bord d'une marche de l'escalier").

Enfin, deux segments sont définis pour visualiser les termes de rangs 0 et p .

Modifications possibles

La fonction affine f peut être remplacée par une autre fonction. L'objet C devra alors être redéfini comme courbe représentative de la fonction f et les points P et Q pourront être supprimés.

Flocon

Illustration du flocon de Von Koch (exercice classique sur les suites).

Situation

On considère un polygone qui est au départ un triangle équilatéral.

A chaque étape, on ajoute sur chaque côté du polygone un triangle équilatéral dont le côté vaut le tiers du côté du polygone. On obtient ainsi un nouveau polygone.

On s'intéresse au périmètre et à l'aire des différents polygones obtenus, et la limite de ceux-ci lorsque le nombre d'étapes tend vers l'infini.

Commentaires sur la réalisation

Le flocon est réalisé en se plaçant en mode trace et en construisant les "pointes triangulaires". Le détail de la réalisation est trop technique pour pouvoir être expliquée ici, par contre l'utilisation est très simple : l'appui sur la touche **I**, permet d'ajouter le premier triangle et d'entrer en mode Trace, puis à chaque appui sur la touche **Espace**, un nouveau triangle est ajouté, jusqu'à la fin de la quatrième étape (après, on ne verrait plus les triangles ajoutés).

Moeb1 et Moeb2

Pilotage d'une droite d'une figure à l'aide d'un point d'une autre figure. Cet exemple montre la communication entre deux figures.

Situation

La droite D est définie à l'aide de son équation $\cos(u)X + \sin(u)Y = v$. Le vecteur de coordonnées $(\cos(u), \sin(u))$ est donc normal à la droite et la valeur absolue de v en est la distance à l'origine. Le point M a pour coordonnées (u, v) . Quand M varie, la droite change de position : si M se déplace sur une verticale, la distance de D à l'origine change, mais pas sa direction. Si M se déplace sur une horizontale, la droite tourne en restant à distance fixe de l'origine.

Si u est astreint à rester dans $[0, \pi[$ et v dans $[-1, +1]$, M est dans un rectangle et la droite D peut prendre toutes les positions rencontrant le cercle trigonométrique.

Commentaires sur la réalisation

La réalisation utilise deux figures très simples Moeb1 et Moeb2. Le point M de Moeb2 est libre dans un cadre pour que ses coordonnées (u, v) soient limitées comme dit plus haut.

Dans la figure Moeb1, les variables numériques u et v sont des variables réelles libres. Si cette figure est en situation d'importer (article *Importer* du menu *Piloter*), alors ces variables prennent les valeurs des coordonnées de M de la figure Moeb2.

Pour faire fonctionner le tout, charger les deux figures, les mettre en mosaïque (menu *Fenêtre*), activer l'article *Importer* de Moeb1 et déplacer le point M de Moeb2.

OrthoJeu (voir dessin page 32)

Jeu de cible, très simple à réaliser, avec l'orthocentre d'un triangle.

Situation

B et C sont deux points fixes. A est un point libre, pilotable au clavier ou à la souris. H est l'orthocentre du triangle ABC. I est un point libre que l'on peut changer par une commande d'affectation aléatoire (touche I).

L'objectif est de placer H en I (ou assez près) en agissant sur A.

Commentaires sur la réalisation

Comme la réalisation d'un tel fichier est très facile, nous avons ajouté une tête qui manifeste l'échec ou la réussite pour montrer comment on peut utiliser la fonction μ , et le fait que si **un objet est HS** ses descendants le sont aussi, pour faire apparaître ou disparaître des objets.

La description de cette partie de la figure (la tête) a été cachée. Pour la rétablir, utiliser l'article *Autoriser accès* du sous-menu *Filtrer* du menu *Divers*. Voici quelques explications.

Pour faire la bouche qui rit, on a créé un point libre b_1 (non dessiné), positionné à la main, et voici l'astuce, b_2 (non dessiné) image de b_1 par la translation de vecteur

$\frac{\vec{I}}{\mu(IH < 0.1)}$, et d_1 demi-cercle d'origine b_1 et d'extrémité b_2 .

Rappelons que la fonction μ est une fonction qui a pour argument n'importe quelle relation prenant la valeur vrai ou faux et pour résultat 0 si la relation n'est pas vérifiée et 1 si la relation est vérifiée.

Ici, lorsque H est proche de I de moins de 0.1, $\mu(IH < 0.1) = 1$ donc b_2 est défini. Si H est loin de I, $\mu(IH < 0.1) = 0$, le vecteur de la translation n'est pas défini, le point b_2 non plus, l'arc non plus. La bouche qui rit n'est donc dessinée que lorsque H est assez proche de la cible. On utilise ici le fait que Geoplan accepte toutes les constructions, mais si un objet est HS (s'il n'existe pas) alors tous ceux qui en dépendent le sont aussi.

Même méthode pour la bouche qui pleure en remplaçant $<$ par \geq , ce qui fait qu'on aura la bouche qui pleure lorsque qu'on n'aura pas celle qui rit.

Refract

Simulation de la réfraction d'un rayon lumineux lors de son passage dans un milieu transparent limité par un demi-cylindre. Ce fichier peut être utilisé en complément de l'étude expérimentale du phénomène.

Commentaire sur la réalisation

(Faire apparaître le repère prédéfini R_{oxy} pour faciliter la compréhension)

Les points a et b servent à construire le demi-cercle c qui limite le milieu M_2 . Les points I et j_0 permettent de placer l'axe de symétrie (Ij_0) de la figure.

Les points a' et b' servent à construire un arc c' sur lequel est créé un point libre S (S est le pilote permettant de modifier le rayon incident). Le rayon incident est représenté par la demi-droite [IS).

Les réels N_1 et N_2 libres dans l'intervalle [0.5; 2.5] sont les indices de réfraction des deux milieux N_1 et N_2 .

En exploitant les possibilités de "calcul géométrique" du logiciel, on calcule une mesure en degrés i_{11} de l'angle orienté d'incidence.

Puis, par un "calcul algébrique", on obtient une mesure en radians i_{22} de l'angle orienté de réfraction (utile pour les constructions ultérieures) puis le même en degrés i_{21} et enfin des mesures des angles géométriques d'incidence i_1 et de réfraction i_2 (utiles pour les affichages).

Le point S' sert à construire le rayon réfracté [IS').

Les constructions qui suivent sont destinées à l'enjolivement : création d'arcs pour "marquer" les angles et création de flèches sur les rayons incidents et réfractés. Elles peuvent être omises en première lecture.

On complète la figure en créant les affichages de N_1 , N_2 , i_1 , i_2 et enfin deux commandes de sélection pour pilotage au clavier des indices de réfraction .

II - Accompagnant GeoplanW version 2

Certains fichiers ont été actualisés avec les nouvelles fonctionnalités.
--

Exemples de figures-Géoplan avec prototypes

PAVAGES

Les prototypes sont bien adaptés à la réalisation de figures dont les dessins sont des motifs répétés comme les pavages. Pour réaliser des pavages, on peut fabriquer un ou des prototypes qui fourniront les pavés qui pourront être assez nombreux

pour illustrer le phénomène. Nous ne détaillerons pas ici la manière de construire des pavages du plan ; on trouvera dans les bibliothèques des ouvrages décrivant dans le détail les dix-sept groupes de pavage.

Pavage20

La situation

Le pavage construit est l'un des plus simples, illustrant le fait que tout quadrilatère non croisé pave le plan : on part donc d'un quadrilatère quelconque, créé à partir de ses sommets qui sont quatre points libres A, B, C et D. Le pavage est réalisé par deux types de quadrilatères, ABCD et son symétrique par rapport au milieu de AD, que l'on accole par des translations.

Commentaire sur la réalisation

Commençons par les pavés du premier type (type ABCD).

On est devant le problème de la fabrication d'un prototype Pavé0 qui donne des quadrilatères qu'on doit pouvoir placer n'importe où et qui sont donc obtenus à partir de ABCD par une translation quelconque. La solution choisie est de prendre l'image de A dans cette translation comme antécédent pour l'objet créé par le prototype. C'est le point qui définira la position du pavé. À partir de ce point, pour construire le pavé, il suffit par exemple de connaître les translations "internes" donnant B, C et D à partir de A. Ces trois translations sont donc prises comme antécédents (on aurait pu prendre les vecteurs au lieu des translations associées).

Pour que cet exemple aide à comprendre la fabrication des prototypes, on a volontairement gardé dans la figure les objets qui ont servi à cette fabrication. Ainsi le prototype Pavé0 donnant le premier type de pavé a été fabriqué à partir du morceau de figure :

A point libre
B point libre
C point libre
D point libre
U translation transformant **A** en **B**
V translation transformant **A** en **C**
W translation transformant **A** en **D**
B' image de **A** par la transformation **U**
C' image de **A** par la transformation **V**
D' image de **A** par la transformation **W**
P polygone **AB'C'D'**

Le prototype Pavé0 a été fabriqué en appelant l'item *Créer un prototype* du menu *Divers* et en remplissant la boîte de dialogue comme le montre sa copie d'écran ci-contre.

Ce remplissage indique que le prototype doit construire un polygone à partir d'un point et de trois translations comme P a été construit à partir du point A et des trois translations U, V et W.

Le texte fourni par Geoplan à la fin (et visible par l'item *Editer texte* figure du menu *Editer* est le suivant :

Début de [Pavé0]
 A point donné
 U transformation donnée
 V transformation donnée
 W transformation donnée
 B' image de A par la transformation U
 C' image de A par la transformation V
 D' image de A par la transformation W
 P polygone AB'C'D'
 Description de l'interface
 P pavé0 en A par U, V, W
 Sommet 1 du pavé:
 Translation (sommets 1 à 2) :
 Translation (sommets 1 à 3) :
 Translation (sommets 1 à 4) :
 Résultat (polygone):
 Aide particulière non écrite.
 Fin de [Pavé0]

C'est l'auteur du prototype, et non Geoplan, qui a écrit par exemple *Translation (sommet 1 à 2)* : là où le logiciel avait simplement mis *Antécédent 1 (transformation)* :

Regardons dans la suite du texte de la figure les lignes :

I milieu du segment **[AD']**
B₁ image de **B'** par la symétrie de centre **I**
C₁ image de **C'** par la symétrie de centre **I**
Q polygone **AD'B₁C₁**

Ce texte construit le polygone Q symétrique de P par rapport au milieu I de $[A'D']$.

Le deuxième prototype Pavé1 est fabriqué de manière analogue en utilisant la construction de Q à partir du point A et des translations U, V et W.

Pour illustrer le pavage, on a placé comme il faut un certain nombre de pavés. Pour cela, ces pavés sont faits avec des points antécédents qui sont sommets du réseau correspondant aux groupes des translations du pavage. Ceci est réalisé avec des points libres à coordonnées entières dans un repère convenablement choisi.

Modifications possibles

Comme les prototypes Pavé0 et Pavé1 ont été installés dans la figure, on peut, afin de simplifier la figure, supprimer les objets ayant servi à les fabriquer. Ainsi on supprimera les points B', C' et D', ce qui supprimera aussi le polygone P les points I, B₁ et C₁ ainsi que le polygone Q.

Pavage21

Exemple de pavage utilisant quatre prototypes pour fabriquer les pavés.

La situation

Il s'agit de montrer un pavage du plan utilisant des symétries et des translations. Un certain nombre de pavés ont été créés. On peut les placer de manière à vérifier qu'on a bien des formes permettant de paver le plan. Deux point libres permettent de modifier les formes des pavés.

Commentaire sur la réalisation

Les quatre prototypes utilisent des repères et des points repérés car si on choisit bien son repère, il est très économique de construire analytiquement les divers points qui se déduisent des points de départ par des symétries et des translations.

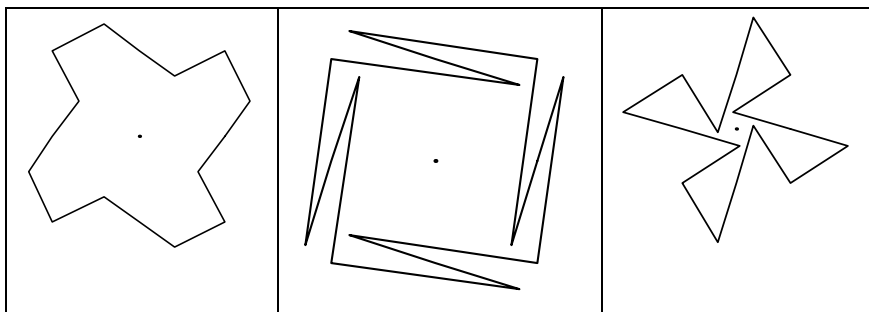
Pavage40

Exemple de fabrication d'un prototype pour un pavé invariant par rotation d'ordre 4.

La situation

Le prototype est fabriqué à partir de la construction d'un polygone P de centre le point fixe O et dépendant du point libre B. Le procédé de fabrication ne sera pas détaillé ni justifié ici (voir les rappels ou le texte de la figure). Comme dans l'exemple Pavage20, on ne retient pour construire le pavé que le centre et la translation faisant passer de O à B.

Bien entendu, le déplacement de B permet de modifier la forme du pavé.



Commentaire sur la réalisation

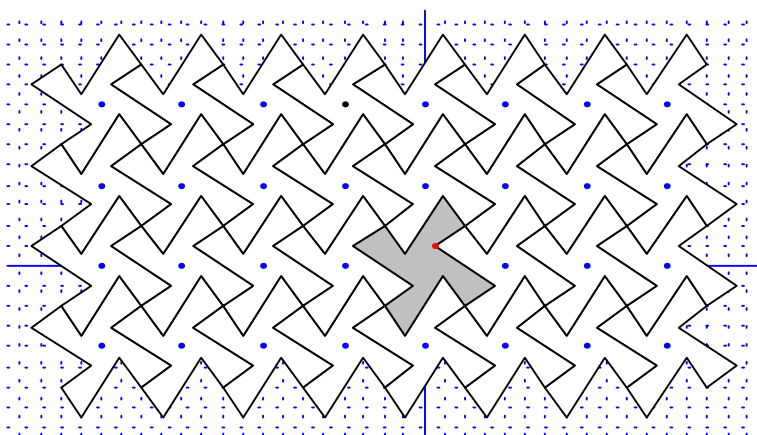
Comme dans l'exemple Pavage20, on a gardé la partie de la figure ayant servi à fabriquer le prototype. En fait c'est le prototype qu'on réutilisera dans d'autres figures.

Pavage41

Exemple de pavage utilisant le prototype de Pavage40.

La situation

Les pavés sont au départ tous empilés et on peut les déplacer en les saisissant par leur centre. Il s'agit de les emboîter de manière à montrer qu'on a effectivement un moyen de paver le plan.



Commentaire sur la réalisation

Les pavés sont en couleur du fond, sauf le modèle qui est gris. Des commandes (touches 0, 1 ou 2) permettent de disposer les pavés dans le plan de manière régulière.

Pavage42

Exemple de pavage utilisant un prototype.

La situation

Le pavage, du même genre que celui de Pavage41, est obtenu cette fois en regroupant quatre polygones isométriques.

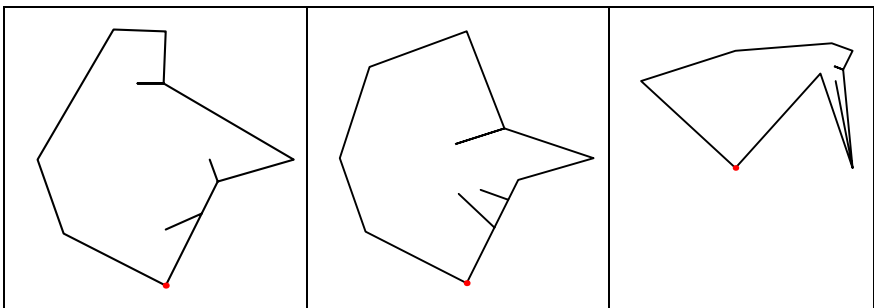
Commentaire sur la réalisation

Comme les quatre polygones sont obtenus à partir du premier par des rotations de $k\frac{\pi}{2}$ avec $k = 1, 2, 3$ ou 4 , on a fabriqué un seul prototype dont k est une variable d'entrée.

Modifications possibles

Il est possible d'ajouter des sommets au polygone dans le prototype. Ces sommets doivent être construits à l'aide des sommets existants.

On peut aussi ajouter des points libres (donc des translations comme antécédents pour le prototype) pour obtenir des pavés plus figuratifs.



COURBES

Spline

Exemple de figure utilisant un prototype les morceaux de fonction spline du troisième degré.

La situation

Il est facile de montrer qu'un polynôme $aX^3 + bX^2 + cX + d$ du troisième degré est déterminé par ses valeurs u et v aux extrémités d'un intervalle $[r, s]$ et les valeurs u' et v' de sa dérivée en ces extrémités. La résolution du système ne présente pas de difficulté et donne

$$a = ((u'+v')(r-s)-2(u-v))/(r-s)^3$$

$$b = (u'-v')/(2(r-s))-3a(r+s)/2$$

$$c = u'-3ar^2-2br$$

$$d = u-ar^3-br^2-cr$$

À partir de ce résultat, on peut facilement construire une courbe passant par des points donnés d'abscisses croissantes et ayant des tangentes données en ces points. Il suffit de raccorder des morceaux de polynômes du type précédent. On obtient ce qu'on appelle une fonction spline. Ce procédé permet de construire facilement une fonction dérivable dont la courbe passe par des points donnés.

Commentaire sur la réalisation

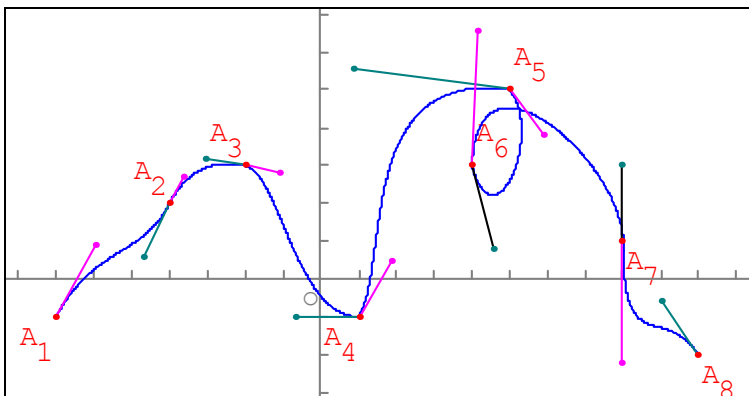
La création de la courbe entre deux points est confiée à un prototype qui à partir de ces extrémités et de points sur les tangentes en ces extrémités fournit la courbe du troisième degré. Ceci est justifié parce que le prototype est utilisé plusieurs fois.

EnsBezier

Courbe lissée passant par des points donnés formée de plusieurs courbes de Bézier ayant quatre points de base. (On peut trouver la définition d'une telle courbe dans le fichier Bezier4 dans le répertoire Exemple2). Ce fichier utilise un prototype.

Situation

Les points A_1, A_2, \dots, A_8 sont des points libres à coordonnées entières. La courbe tracée en bleu est composée de sept courbes de Bézier à quatre points. Pour chacune d'elle deux points libres supplémentaires permettent de définir la forme de la courbe en donnant de plus les tangentes aux extrémités.



Utilisation

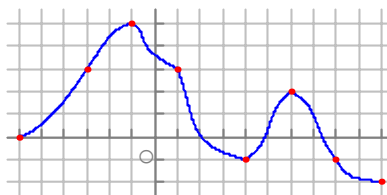
Tous les points et les segments dessinés servent à définir la forme de la courbe, on peut bien sûr les mettre en style "non dessiné". On obtient ainsi des courbes lisibles permettant d'illustrer de façon classique le cours et les exercices sur les courbes représentatives, ou non, de fonctions.

La figure Spline permet d'obtenir des courbes passant par des points donnés de façon plus simple. EnsBezier est intéressant pour montrer des courbes moins régulières avec des points à tangente verticale ou des points avec demi tangentes à droite et à gauche différentes.

Il est bien sûr possible de modifier le fichier en supprimant des morceaux. L'option du menu *Objet selon prototype*, *Bezier4* permet d'en ajouter après avoir défini les quatre points nécessaires.

Exemple d'utilisation : La courbe représente une fonction f définie sur un intervalle. Tous les points "marqués" ont des coordonnées entières, résoudre graphiquement l'inéquation

$$-1 < f(x) < 3$$



Riemann

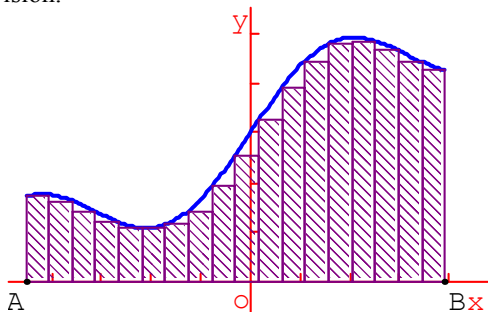
Exemple de figure utilisant un prototype pour illustrer l'encadrement d'une intégrale définie par des sommes de Riemann.

La situation

Il s'agit de construire un découpage régulier du segment $[AB]$ et les rectangles "sous" la courbe dans chacun des petits intervalles. La difficulté provient de ce que

chacun des rectangles a pour hauteur le minimum de la fonction sur le petit intervalle. On souhaite faire une figure qui permette de changer facilement la fonction en changeant son expression sans contrainte.

On évite le calcul du minimum sur chaque petit intervalle en faisant une approximation : chaque petit intervalle est divisé régulièrement en dix et on prend comme approximation du minimum la plus petite des onze valeurs de la fonction aux points de division.



Commentaire sur la réalisation

La création de chaque rectangle hachuré est confiée à un prototype qui calcule le minimum sur le petit intervalle en utilisant une suite numérique simple.

Une utilisation "astucieuse" mais classique de la fonction μ permet de ne montrer que les rectangles situés dans l'intervalle $[AB]$ en rendant invalides les autres.

Bien entendu, la figure permet d'afficher les rectangles "au dessus" de la courbe. Ceci se fait en utilisant un prototype pour les maximums analogue à celui fabriqué pour les minimums.

La fonction f est une variable d'entrée des prototypes (fonctionnalité de cette nouvelle version). Il est donc possible de changer la fonction nommée f par l'article *Modifier/Dupliquer* du menu *Divers* (la fonction choisie doit être positive sur l'intervalle).

Modifications possibles

Il est possible de raffiner l'approximation des minimums et maximums en augmentant le nombre de divisions de chaque petit intervalle. Il faut pour cela agir directement sur le texte des deux prototypes.

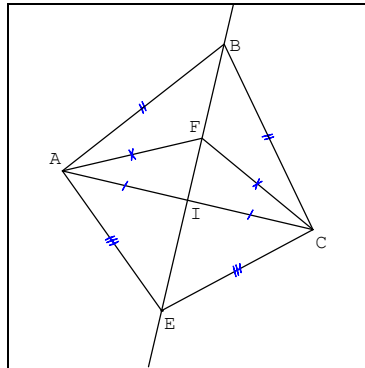
MARQUES pour les angles, les segments, etc.

MarqSeg

Bibliothèque de prototypes permettant de dessiner commodément des marques d'égalités de longueurs sur des segments (simple, double, triple, croisée).

Commentaires sur la réalisation :

Ces prototypes sont des polygones. Les objets à donner à la création sont les points extrémités du segment et la taille de la marque en fonction de l'unité de longueur Uoxy.



MarqAng

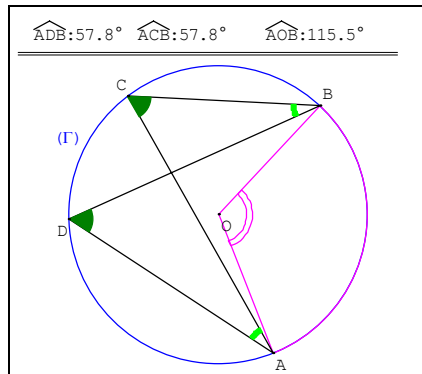
Ce fichier présente deux prototypes pour les marques d'angle.

Il comprend aussi un exemple d'utilisation de la phrase du texte de la figure :

A la place de ..., afficher : ...

Cette phrase a été utilisée ici pour faire afficher le nom (Γ) à côté du cercle.

Il contient enfin des affichages de texte (voir le chapitre consacré à ce sujet).



Commentaires sur la réalisation :

La marque simple sur arc comme la marque double sont tracées dans le sens trigonométrique.

La marque simple est un arc, qui peut être rempli : on obtient alors un secteur circulaire.

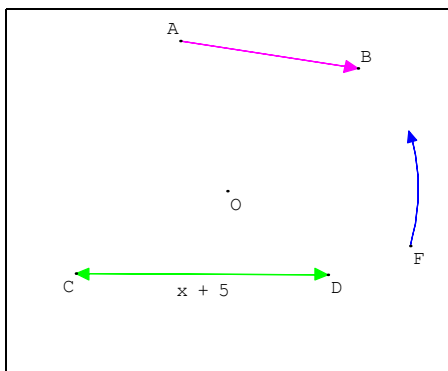
La marque double est un polygone. Si on le remplit, on voit une marque épaisse.

La lettre gamma majuscule est obtenue en faisant précéder la lettre G du caractère tilde dans une expression.

Le chapeau sur l'angle est obtenu en utilisant la pseudo- fonction « hat ».

Les valeurs numériques sont obtenues à l'aide de la fonction val (voir le chapitre sur les affichages de texte).

Fleches



Ce fichier présente 3 prototypes de dessin de flèches :

- une flèche simple pour les représentants de vecteur,
- une flèche double pour des indications de mesure,
- un arc fléché pour des indications de sens de rotation.

Il s'y ajoute un exemple d'indication numérique obtenu à l'aide de la phrase *A la place de ..., afficher : ...*

Commentaires sur la réalisation :

L'arc fléché est en réalité un polygone. Ne pas prendre un angle trop grand pour que cela ne se voie pas.

Exemples de figures avec des points collés

CollDisq

Il s'agit de l'exemple très simple (point astreint à rester à l'intérieur d'un disque) donné page 240 à propos de la phrase sur les points collés.

CollElli

Réalisation, par la technique du point collé, d'un point "libre" dans une ellipse.

Commentaires sur la réalisation :

Le point P est construit à partir du point libre M de manière analogue au cas de la figure CollDisq : si M est à l'intérieur de l'ellipse, alors $P = M$ sinon P est l'intersection de la demi-droite $[oM)$ avec l'ellipse.

Modifications possibles

On peut sur le même principe construire un point libre à l'intérieur du carré $|x| + |y| = 1$, ou encore à l'intérieur d'autres courbes fermées.

CollPoly

Réalisation, par la technique du point collé, d'un point "libre" sur un polygone régulier.

Commentaires sur la réalisation :

Si M est un point libre dans le plan et P un polygone régulier de centre o, alors on construit Q, intersection de la demi droite [oM) avec P. Ceci se fait en utilisant une rotation. Il suffit de coller M à Q.

CollTri

Réalisation, par la technique du point collé, d'un point "libre" sur un triangle.

Commentaires sur la réalisation :

Si M est un point libre dans le plan et T un triangle de centre de gravité O, alors on construit P, intersection de la demi droite [OM) avec T. Pour construire ce point on utilise du calcul vectoriel dans des repères bien choisis ainsi que la fonction μ (voir l'aide en ligne pour celle-ci). Il suffit de coller M à Q.

III - Accompagnant GeospacW

Destinés à montrer une petite partie de ce que l'on peut faire avec Geospace, ils ne prétendent pas tout illustrer, loin de là. Ils sont là pour servir de figures de base, illustrer quelques fonctionnalités du logiciel et surtout donner des idées, en particulier d'imagiciels.

Ils sont regroupés dans cinq répertoires⁹, les trois premiers contiennent les figures usuelles et les deux derniers correspondent à un classement selon le niveau de difficulté de compréhension du texte de la figure.

Pour faciliter la recherche dans les exemples des deux derniers répertoires, deux classifications correspondant bien sûr à des critères différents sont données en fin de chapitre.

- **BasesEspace** contient les figures à compléter selon les besoins de la situation à illustrer et qu'il serait fastidieux (voire difficile pour certains) de reconstruire chaque fois à partir d'une figure vide (cube, tétraèdre régulier).

- **ClassicsEspace** regroupe des figures classiques que nous souhaitons voir ou montrer mais dont la construction est parfois pénible (rhombododécaèdre).

- **CoursEspace** contient quelques illustrations habituelles du cours de géométrie de l'espace (théorème du toit).

⁹ Le répertoire ObserveEspace contient les fichiers utiles pour les situations de "départ".

- **Exemple1Espace, Exemple2Espace** contiennent des figures diverses, certaines ne font qu'aider à comprendre des fonctionnalités du logiciel, d'autres peuvent faire l'objet d'une activité conséquente.

Pour faciliter la consultation, une brève description de chacun d'eux est faite ci-dessous. Mais bien sûr, cela ne suffit pas. Les fichiers doivent être "ouverts" par Geoplan-Geospace.

Pour chacun des fichiers ouverts, il est fortement conseillé de lire d'abord le commentaire (touche F3 ou article *Commentaire* du menu *Afficher*) en particulier la rubrique "Actions prévues" dans ce commentaire. Après avoir essayé les diverses actions en question, il sera parfois utile de regarder à nouveau le commentaire, les rappels et/ou le texte de la figure pour analyser la figure.

A l'intérieur de chaque répertoire les exemples sont présentés par ordre alphabétique.

Fichiers du répertoire BasesEspace

Les figures données dans ces fichiers peuvent être utilisées par et pour des élèves de tous niveaux. Les méthodes utilisées pour les construire (repérage dans l'espace, transformations ...) n'ont aucune importance si on veut les utiliser telles quelles, et nous aurions pu choisir de les donner sans leurs textes de construction.

Toutefois, il nous a semblé plus intéressant de les donner complètes pour offrir à tous ceux qui en auront la curiosité, la possibilité d'aller voir de plus près comment elles ont été faites et leur permettre s'ils le désirent de les modifier et de les adapter à leurs besoins.

Cependant, pour simplifier et en fonction des élèves auxquels on s'adresse, on peut :

- supprimer la possibilité d'ouvrir le texte de la figure en modifiant le menu de la figure (menu *Divers, Modifier les menus*) sélectionner la ligne **6-4 Editer texte figure** et cliquer sur OK.

- filtrer les rappels : on garde l'accès aux points, mais les coordonnées ne s'affichent pas. Pour cela, éditer le texte de la figure et ajouter à la fin de la phrase "Objets protégés à rappel limité : ?, ?" les noms des objets dont on veut simplifier le rappel (voir pour exemple le fichier Cube2.g3w dans le répertoire BasesEspace).

Cone Cône de sommet S, de base le cercle de centre A et de rayon a. A et S sont des points libres, a est un réel libre dans l'intervalle [0 ; 10].

Cube2 ABCDEFGH est un cube de côté 2a, centré en o.

Cylindre Cylindre de bases deux cercles de centre A et B points libres et de rayon a, réel libre dans l'intervalle $[0 ; 10]$

Parallèle ABCDEFGH est un parallélépipède d'isobarycentre o.

Pave ABCDEFGH est un pavé de centre o. $AB = 2b$, $AD = 2a$ et $AE = 2h$.

Prisme Prisme d'isobarycentre o à base triangulaire.

PrismeDr Prisme droit d'isobarycentre o à base triangulaire.

PrismHex Prisme droit à base hexagonale.

PyraDr SABCD est une pyramide droite à base carrée de côté $2a$, de hauteur $SA = 3h$.

Pyramid Pyramide.

PyrReg Pyramide régulière à base carrée, de centre o et dont toutes les arêtes ont pour longueur $2a$.

PyrRegu Pyramide régulière de hauteur $2h$, dont la base est un polygone régulier de n côtés (n variant de 4 à 20), construit à partir d'un point A libre sur le cercle de centre $O(0, 0, -h)$ et de rayon r , situé dans le plan d'équation $z = -h$.

Tetra ABCD est tétraèdre d'isobarycentre o. BCD est dans le plan d'équation $z = -c$. A a pour coordonnées $(0, 0, 3c)$ et se projette orthogonalement au centre de gravité du triangle BCD.

TetraEqu ABCD est un tétraèdre équifacial (côtés opposés isométriques) d'isobarycentre o.

TetraOrt ABCD est un tétraèdre orthocentrique : tétraèdre dont les hauteurs sont concourantes et dont les arêtes opposées sont orthogonales. B, C et D sont dans le plan d'équation $z = -h$. L'orthocentre du triangle ABC est le point de coordonnées $(0, 0, -h)$. A a pour coordonnées $(0, 0, 2h)$ et la droite (BC) est parallèle à (oy). D est dans le plan xoz.

TetraRec ABCD est un tétraèdre trirectangle, d'isobarycentre o. $AD = a$; $DB = b$ et $DC = c$.

TetReg ABCD est un tétraèdre régulier de centre o, de côté $2a\sqrt{2}$. ABCD est construit à partir de quatre sommets d'un cube.

TronCone Tronc de cône. Les centres des bases sont des points libres, leurs rayons des réels libres dans l'intervalle $[0 ; 10]$.

Fichiers du répertoire ClassicsEspace

Les polyèdres réguliers convexes

Un **polyèdre** est un solide entièrement limité par des polygones plans (ses faces). Il est **convexe** s'il est entièrement contenu dans un demi-espace ayant pour frontière le plan de l'une de ses faces.

Lorsque toutes ses faces sont des polygones réguliers isométriques et qu'elles sont attachées de la même façon autour de chaque sommet, le polyèdre est dit **régulier**.

Platon et Euclide en connaissaient cinq, on a démontré depuis qu'il n'en existait pas d'autres.

Cube Le cube ou hexaèdre régulier : 6 faces (carrés), 8 sommets et 12 arêtes.

Dodécaed Le dodécaèdre régulier : 12 faces (pentagones réguliers), 20 sommets et 30 arêtes.

Icosaedr L'icosaèdre régulier : 20 faces (triangles équilatéraux), 12 sommets et 30 arêtes.

Octaedre L'octaèdre régulier : 8 faces (triangles équilatéraux), 6 sommets et 12 arêtes.

TetReg Le tétraèdre équilatéral : 4 faces (triangles équilatéraux), 4 sommets et 6 arêtes.

Figures contenant un polyèdre régulier et son dual

Les centres des 6 faces du cube sont les sommets de l'octaèdre, on dit que le cube et l'octaèdre sont duaux.

Le tétraèdre est son propre dual, le dodécaèdre et l'icosaèdre sont duaux.

Duocuboc Le cube et l'octaèdre.

Duododic Le dodécaèdre et l'icosaèdre.

Duotet Le tétraèdre et le tétraèdre.

D'autres polyèdres

BalFoot Le ballon de football est constitué de polygones réguliers, à chaque sommet s'assemblent deux hexagones et un pentagone. Il est obtenu en coupant un icosaèdre au tiers de chaque arête en partant des sommets.

CubOcta Le cuboctaèdre a 14 faces (6 carrés et 8 triangles équilatéraux), 12 sommets, 24 arêtes. Il est obtenu en prenant les sommets d'un pavé de base un carré de côté $a\sqrt{2}$ et de hauteur $2a$, et les symétriques de son centre par rapport aux centres des 4 faces rectangulaires.

Kelvin, Rhombicu Le polyèdre de lord Kelvin ou rhombicuboctaèdre a 14 faces (6 carrés et 8 hexagones réguliers), 24 sommets, 36 arêtes. Il est obtenu en prenant les milieux des segments joignant les centres des faces avec les milieux des arêtes. Dans le fichier *Kelvin*, le polyèdre est construit en partant du cube, dans le fichier *Rhombicu*, les sommets sont définis par leurs coordonnées.

Ptdodet Le petit dodécaèdre étoilé est obtenu en construisant une pyramide régulière sur chacune des faces d'un dodécaèdre régulier. Il a 60 faces qui sont toutes des triangles équilatéraux. Toutes ses faces sont des polygones convexes, mais ce n'est pas un polyèdre convexe.

Rhombodo Le rhombododécaèdre a 12 faces (losanges identiques, assemblés par trois ou quatre à chacun des sommets), 14 sommets, 24 arêtes. Il est obtenu en

prenant les sommets d'un cube et les symétriques de son centre par rapport aux centres des faces.

Fichiers du répertoire CoursEspace

Plan Représentation fréquente d'un plan et d'une droite sécante à ce plan, les points I et J sont libres et bougent "à la souris".

PlanPara Représentation de deux plans parallèles.

PlanSeca Représentation de deux plans sécants.

Thales (voir une description plus détaillée dans Exemple1) Illustration du théorème de Thalès : deux droites coupent trois plans parallèles. L'abscisse de C dans le repère (A, \overrightarrow{AB}) est la même que l'abscisse de C' dans le repère $(A', \overrightarrow{A'B'})$.

ToiTheo (voir une description plus détaillée dans Exemple1) Illustration du "théorème du toit".

TriRect Représentation d'un trièdre trirectangle.

VoluPyr1 (voir une description plus détaillée dans Exemple2) Illustration de la recherche de valeurs approchées du volume d'une pyramide par des prismes.

Fichiers du répertoire Exemple1Espace

Cones

Utilisation de commandes de dessin en bloc et de dessin par étapes pour le guidage du travail des élèves.

Situation

Il s'agit de calculer le volume restant entre un "coin" du cube et trois cônes ayant leur sommet au centre d'un cube et dont les bases sont trois cercles inscrits dans trois faces deux à deux adjacentes du cube (situation illustrée dans l'introduction).

Réalisation

A partir d'un cube de base, on a construit les trois cônes et les segments destinés à faire apparaître le "coin" du cube. On a ensuite construit d'autres objets destinés à guider la recherche d'une méthode de calcul. Ces constructions sont accessibles par commandes :

touche 1 : pour le cube à partir duquel est construit la figure,

touche 2 : pour un cube d'arête moitié du précédent,

touche 3 : pour introduire successivement les cônes symétriques des cônes de départ par rapport au centre du cube.

Utilisation

La figure initiale permet de poser le problème. On peut éventuellement faire apparaître le cube pour mieux comprendre la construction effectuée et le volume demandé. On peut ensuite faire rechercher aux élèves un moyen de calculer ce volume. Deux méthodes sont proposées utilisant des objets rajoutés au dessin par commandes :

première méthode : le volume cherché est égal au huitième de la différence entre le volume du grand cube et six fois le volume de l'un des cônes,

deuxième méthode : le volume cherché est égal à celui du petit cube auquel on retire trois fois un quart de volume de cône.

Une fois adoptée une méthode, il reste à organiser les calculs.

Courbe1

Exemple de courbe gauche

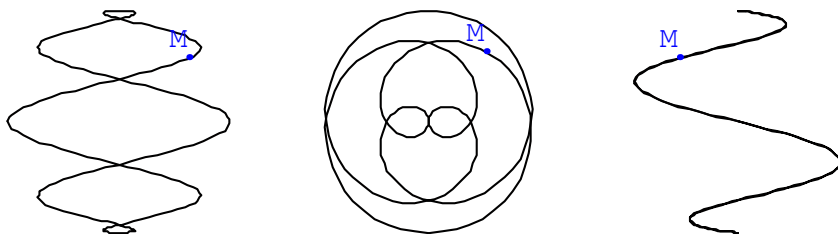
Situation Il s'agit de visualiser la courbe définie paramétriquement par

$$X = \cos(t) \sin(nt)$$

$$Y = \cos(t) \cos(nt)$$

$$Z = \sin(t)$$

où n est un entier indépendant de t et dont on voit ci-dessous trois vues (pour $n = 4$).



Il est facile de montrer que cette courbe est tracée sur la sphère de centre O et de rayon 1 qu'on pourra créer pour illustrer la démonstration.

Commentaire sur la réalisation

L'entier n est limité à 16 car au delà, les boucles de la courbe sont trop nombreuses et la rendent peu visible.

La courbe aurait pu être définie directement à partir des expressions pour X , Y et Z par l'article de menu *Courbe paramétrée* mais on a préféré définir trois fonctions u , v et w , ce qui permet de créer un point courant M de la courbe à l'aide d'une variable libre s dans $[-\pi, \pi]$ et de l'article de menu *Point repéré dans l'espace*.

La courbe étant une courbe fermée, le pilotage de s a été choisi bouclé.

Plus n est grand, plus la courbe s'allonge. On a donc fait dépendre le nombre de points de sa représentation de l'entier n en en prenant $50n$. Ceci permet d'accélérer les affichages quand n est petit.

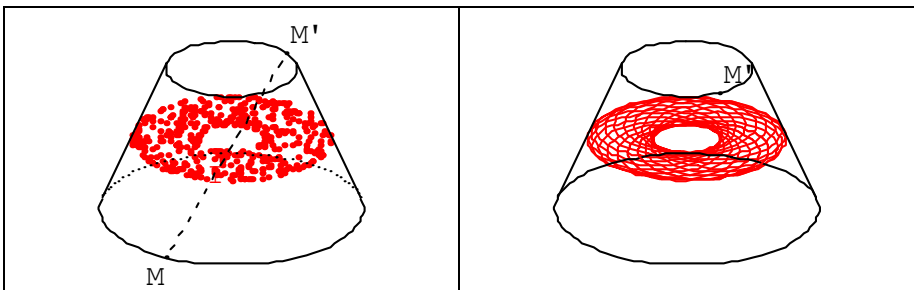
La sphère n'a pas été créée : l'utilisateur aura intérêt à la créer en la hachurant d'une couleur claire pour que la courbe se voit bien.

Couronne

Ensemble de points. On trouvera dans ce fichier une commande d'affectation aléatoire, une commande de répétition de commande, des commandes de sélection pour le pilotage au clavier, pour la trace.

Situation

M et M' décrivent chacun une base d'un tronc de cône. On cherche l'ensemble des milieux I de $[MM']$ (cf. l'exemple Milieux).



Utilisation

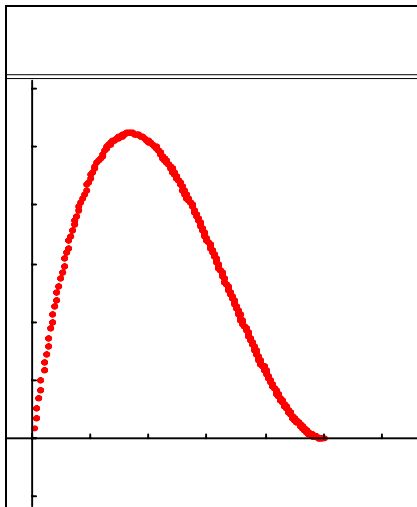
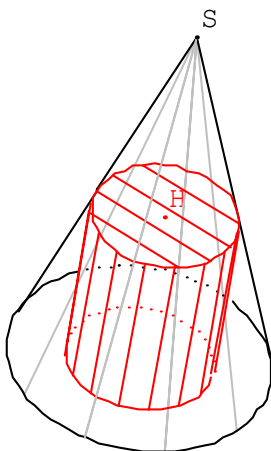
Une commande permet de voir se construire l'ensemble des traces des points I . En utilisant les changements de vues, on peut observer que l'ensemble obtenu est une figure plane. Il s'agit d'une couronne que l'on peut aussi obtenir comme ensemble des cercles images du cercle de base dans l'homothétie de centre M' et de rapport $1/2$ lorsque M' décrit son cercle.

CylCone1 et CylCone2

Illustration du passage d'une situation géométrique à une situation d'analyse en utilisant deux figures qui communiquent entre elles.

Situation

On cherche le cylindre de volume maximal inscrit dans un cône. Dans la figure CylCone1, un point H est variable sur le segment $[oS]$. Les variables x et V représentent respectivement la longueur oH et le volume du cylindre.



Utilisation

Ouvrir les deux figures (fermer éventuellement toutes les autres) et les placer en mosaïque (menu *Fenêtres*). Les valeurs de x et de V (affichées dans CylCone2) ne sont pas forcément les mêmes dans les deux figures. Pour actualiser ces valeurs, il faut rendre active la figure CylCone1. Pour observer la courbe de la fonction telle que V soit l'image de x par cette fonction, il faut mettre la figure CylCone2 en mode "Trace".

Le calcul de V en fonction de x utilise seulement le théorème de Thalès. C'est une fonction polynôme du troisième degré qui peut donc s'étudier en première.

Commentaire sur la réalisation

Dans CylCone1, le point H est un point libre sur le segment $[oS]$ et le cylindre est créé en utilisant le point d'intersection du plan passant par H et parallèle au plan de la base du cône avec une génératrice du cône.

Dans CylCone2, on définit deux réels libres x et V puis le point M de coordonnées (x,V) dans le plan muni de son repère R_{oxy} . La figure est importatrice (article de menu *Importer* coché dans le menu *Piloter*).

Modification éventuelle

On peut utiliser ces mêmes fichiers pour chercher le cylindre inscrit ayant la plus grande aire. Pour cela dans CylCone1, on redéfinit V comme aire du convexe C_{yl} . Dans CylCone2, il faudra soit diminuer la taille de la figure soit choisir un autre repère.

On peut aussi s'intéresser aux cylindres inscrits dans une pyramide comme le suggère la figure de la couverture de cette brochure.

DeuxTet

Commande de dessin en bloc avec affichages et quelques astuces pour "voir".

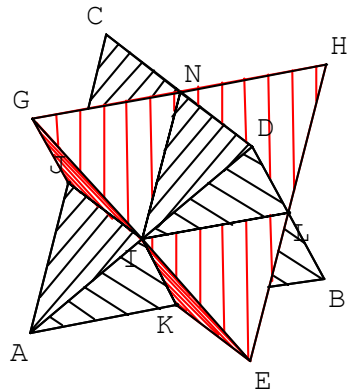
Situation

ABCD et EFGH sont deux tétraèdres réguliers dont les arêtes (telles que [AB] et [EF]) sont orthogonales deux à deux et se coupent en leur milieu. On s'intéresse au solide étoilé ainsi formé.

Utilisation possible

La touche F4 permet de faire apparaître ou disparaître les lettres.

Après avoir observé le solide sous différentes vues, on peut calculer son volume en fonction de la longueur a des arêtes.



Commentaire sur la réalisation

Des commandes ont été prévues comme aide pour ces calculs :

touche 1 : dessin du cube,

touche 2 : affichages des volumes des tétraèdres NDIL et NDIG. Une façon de calculer le volume demandé est en effet de réaliser que le tétraèdre "en creux" NDIG a le même volume (même base, même hauteur) que "la pointe" NDIL qui est un tétraèdre régulier dont le volume est facile à calculer.

On notera que pour faire afficher son volume, il faut créer le polyèdre. C'est pourquoi le tétraèdre NDIG a été créé et mis en style non dessiné.

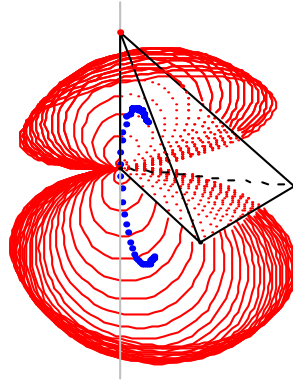
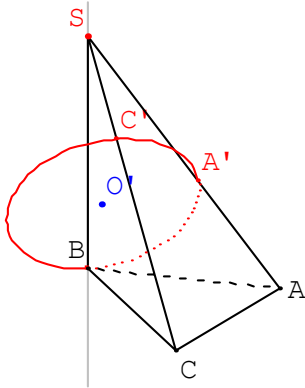
EnsCerc

Recherche d'ensemble de cercles à propos d'un problème classique d'ensemble de points.

Situation

ABC est un triangle rectangle en A et d la droite perpendiculaire en B au plan (ABC). Pour chaque point S de la droite d, on considère les points d'intersection A' et C' des droites (SA) et (SC) avec le plan perpendiculaire à (SC) passant par B.

On s'intéresse à l'ensemble des centres des cercles circonscrits au triangle A'BC' puis à l'ensemble de ces cercles.



Utilisation

Se mettre en mode Trace et piloter S au clavier pour observer l'ensemble des centres.

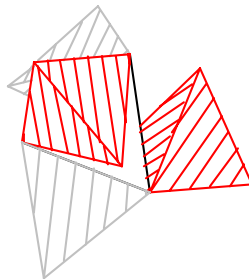
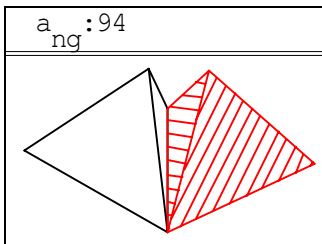
Changer l'ensemble sélectionné pour le mode Trace afin d'observer l'ensemble des cercles. On peut évidemment créer deux commandes de Trace pour passer d'une observation à l'autre. Pour démontrer les résultats, il faut découvrir les "bons triangles rectangles" ; les changements de vues sont évidemment une aide efficace.

ImagPoly

Illustration de l'image d'un polyèdre par une transformation de l'espace. On trouvera aussi dans ce fichier un exemple de commande de dessin en bloc.

Situation

ABCD est un tétraèdre régulier. On définit le polyèdre image de ABCD par la rotation d'axe (AB) et d'angle variable.



Utilisation

En modifiant au clavier l'angle a_{ng} de la rotation, on peut chercher pour quelles valeurs de a_{ng} le polyèdre image et le tétraèdre ABCD ont une face commune. Ce problème se ramène facilement à un problème plan. (Cette étude est faisable à partir de la première scientifique, même si les rotations de l'espace ne sont plus au programme des lycées actuellement ; il suffit de donner quelques informations aux élèves.)

En appuyant sur la barre d'espace, on fait apparaître trois autres tétraèdres définis de même comme images de ABCD par des rotations de même angle. Après avoir observé comment ces tétraèdres varient lorsque a_{ng} varie, on peut essayer de déterminer les rotations utilisées pour les définir.

Milieux

Une situation qui généralise un exercice dans le plan (voir l'exemple Milieux.g2w).

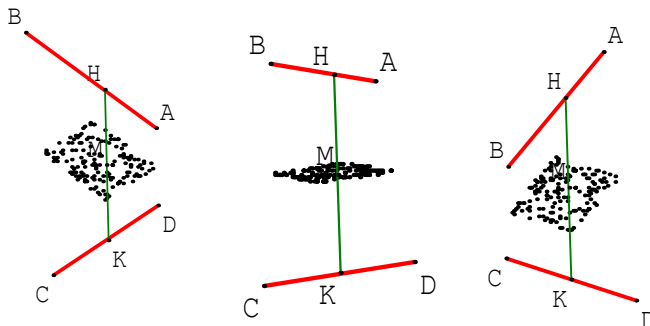
Situation

On se donne deux segments fixes [AB] et [CD]. Un point H décrit [AB], un point K décrit [CD]. On cherche l'ensemble décrit par le milieu M de [HK].

Commentaire sur la réalisation

Les points A, B, C et D sont fixes (points repérés). H et K sont libres respectivement sur [AB] et sur [CD]. On peut les déplacer à la souris mais il est plus intéressant de passer en mode trace et d'utiliser une commande (ici la barre d'ESPACE) qui les positionne aléatoirement et/ou une commande (ici A) qui répète cette affectation.

Comme dans Geospace les traces des objets sont liées à la maquette virtuelle, en faisant tourner celle-ci (Souris-bouton-droit ou MAJ-Flèches du clavier) on devine rapidement la nature de l'ensemble cherché.



Modifications possibles

Outre les positions des points A, B et C, on peut chercher à généraliser le problème en faisant de H et/ou de K des points libres sur autre chose que des segments : des triangles, des cercles etc.... ou encore en augmentant le nombre de points libres, par exemple H, K et L décrivant des segments (ou autre chose) et en cherchant l'ensemble des isobarycentres.

ParaLieu

Ce fichier donne un exemple d'utilisation d'un point libre dans polygone. Il utilise aussi diverses commandes : entrée en mode trace, affectations aléatoires, répétition de commandes, dessin en bloc.

Situation

Lieu du point I milieu de $[MN]$, avec M point libre dans un carré ABCD de centre o et N libre sur un segment $[oE]$ tel que la droite (oE) soit perpendiculaire au plan du carré ABCD.

Commentaire sur la réalisation

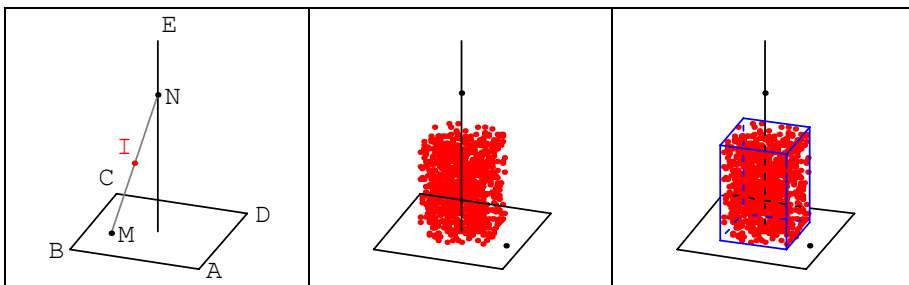
Quatre commandes ont été créées :

touche I : permet d'entrer en mode trace pour le point I,

touche A : affecte aléatoirement les points M et N,

touche B : répétition 500 fois de la commande A,

touche P : visualisation du parallélépipède rectangle, lieu des points I.



Utilisation

La figure permet de poser le problème et de faire des conjectures en explorant de façon adéquate la figure centrale avec suffisamment de traces de I (mise de certains plans de face par les touches F7, F8, F9).

Prolongements

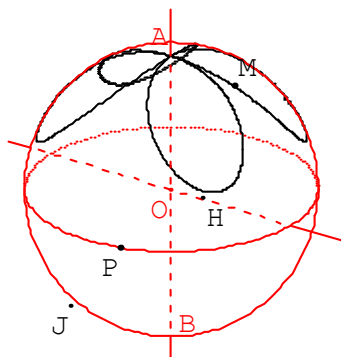
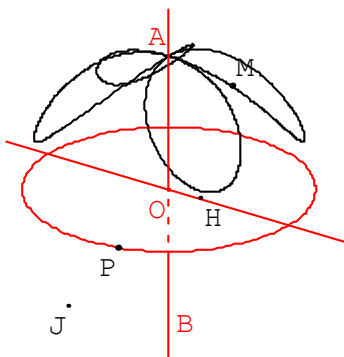
On peut obtenir par des procédés analogues un cube, un pavé oblique ou encore un cylindre.

Parasol

Courbe lieu d'un point.

Situation

C est un cercle centré en un point O et de rayon 1, et A et B sont les deux points de l'axe de C situés à la distance 1 de O. Un point P décrit C. On construit le symétrique J de O par rapport à P, le projeté H de P sur un diamètre de C, puis le projeté orthogonal M de A sur le plan (BJH). On s'intéresse au lieu L de M.



Commentaire sur la réalisation

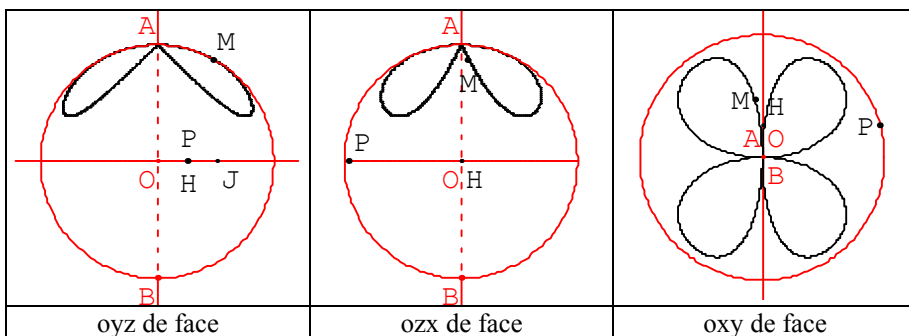
Le repère prédéfini a servi à définir les éléments fixes de la figure (le cercle est dans le plan oxy, le diamètre utilisé étant oy).

Utilisation

Cette figure peut permettre un travail de géométrie de l'espace relativement simple, en particulier sur l'orthogonalité, l'esthétique de la figure pouvant créer une motivation.

Quelques pistes :

- démontrer l'inclusion dans la sphère S, de centre O et de rayon 1 (en effet, \widehat{AMB} est un angle droit). Une commande de dessin en bloc (touche S) permet de voir cette sphère.
- prévoir quels points seront vus confondus pour chacune des vues standards avec oyz, oxy et ozx de face (obtenues à l'aide des touches F7, F8 et F9).
- examiner les propriétés de symétrie ; les vues standards avec oyz, oxy et ozx de face peuvent en permettre l'analyse.



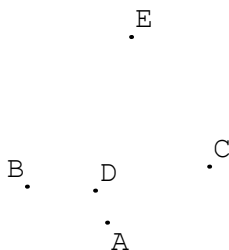
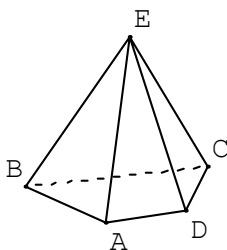
On peut aussi, lorsque les connaissances des élèves le permettent, faire établir une représentation paramétrique de la courbe L. Les vues standards avec oyz, ozx et oxy de face, peuvent alors être interprétées à l'aide de courbes planes paramétrées (projetées de L).

Polyedre

Observation des cas de non validité d'un polyèdre convexe. Dans Geospace les seuls polyèdres que l'on peut créer en tant que tels sont forcément convexes de façon à être opacifiables.

Situation

Les points A, B, C sont des points fixes du plan oxy, D est un point libre du plan oxy et E est un point fixe non situé dans le plan oxy. Selon les positions de D, le polyèdre convexe de sommets A, B, C, D et E est ou n'est pas valide. Lorsqu'il est valide, les faces n'ont pas toujours les mêmes sommets. On peut avoir les faces ABCD, EAB, EBC, ECD et EDA ou encore les faces ABDC, EAB, EBD, EDC et ECA etc.



Remarque

Contrairement au cas des polygones (cf. ci-dessous), les cas particuliers correspondant à deux sommets confondus et à trois sommets alignés sont considérés non valides.

Commentaire sur la réalisation

Lorsqu'on crée le polyèdre, l'ordre dans lequel on donne les sommets n'a pas d'importance puisqu'il y a au plus un polyèdre convexe de sommets donnés. Lorsqu'il n'y en a pas, le polyèdre est non valide.

Modifications possibles

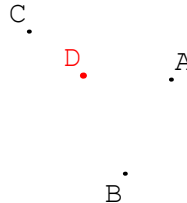
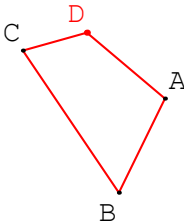
On peut créer le polyèdre enveloppe convexe des points ABCDE qui est toujours valide.

Polygone

Observation des cas de non validité d'un polygone convexe. Dans Geospace les seuls polygones que l'on peut créer en tant que tels sont forcément plans et convexes de façon à être opacifiables.

Situation

Les points A, B, C sont des points fixes du plan oxy et D est un point libre du plan oxy. Selon les positions de D, le polygone convexe de sommets A, B, C et D est ou n'est pas valide. Lorsqu'il est valide on peut, en suivant les côtés, rencontrer les points dans différents ordres : ABCD ou ABDC ou ACBD, etc.



Remarque : les cas particuliers correspondant à deux sommets confondus et à trois sommets alignés sont tolérés comme valides.

Commentaire sur la réalisation

Lorsqu'on crée le polygone, l'ordre dans lequel on donne les sommets n'a pas d'importance puisqu'il y a au plus un polygone convexe de sommets donnés. Lorsqu'il n'y en a pas, le polygone est non valide.

Modifications possibles

On peut tracer les segments AB, BC, CD et DA pour obtenir un dessin du polygone ABCD qui n'est alors pas créé comme objet Geospace et n'est pas forcément convexe.

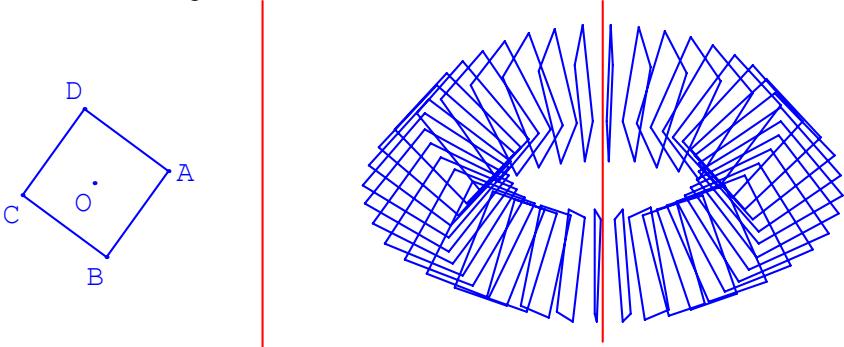
On peut aussi créer le polygone enveloppe convexe des points A, B, C et D qui est toujours valide.

Revol

Utilisation des traces pour visualiser des surfaces de révolution.

Situation

Surface de révolution engendrée par un carré tournant autour d'une droite contenue dans son plan.



Commentaire sur la réalisation

Le centre du carré ABCD est libre sur un cercle d'axe oz et de rayon r. A est libre dans le plan (O, oz). Explorer en changeant les paramètres.

Touche T pour entrer en mode trace et piloter O au clavier.

Sortir du mode trace pour modifier A.

Modifier le rayon du cercle : touche R et clavier. Revenir ensuite au pilotage de O : touche O.

Modifications possibles

On peut changer le carré en un cercle, en un triangle ou en un polygone. Des calculs d'aires ou de volumes peuvent être demandés aux élèves à condition de leur fournir les données nécessaires.

Section

Section d'un cube par un plan variable (situation illustrée dans l'introduction).

Ce fichier utilise l'option de création d'un polygone convexe comme section d'un polyèdre et d'un plan. Le cube a été créé à partir d'une figure de base (voir le paragraphe : fichiers de base) puis la construction a été cachée par l'intermédiaire du texte de la figure afin d'obtenir des rappels très simples.

Situation

On considère un cube ABCDEFGH. Un point M est libre sur le segment [EG]. P est le plan passant par M et orthogonal à la diagonale [AG] du cube. On étudie la section du cube par le plan P.

Commentaire sur la réalisation

Quand on pilote le point M, à la souris ou au clavier (dans ce dernier cas, il faut le rendre "pilotable au clavier" par le menu *piloter* ou par commande), on voit évoluer la section étudiée.

Une commande de "changement de vue par choix d'un plan de face", touche F, permet de mettre la section de face (on a choisi, ici, de le faire en 20 étapes pour des raisons esthétiques).

Une autre commande de "changement de vue par mémorisation", touche I, permet de revenir à la position initiale (elle pourrait ici être remplacée par l'article *Vue initiale* du menu *Vues*).

Remarques

- On aurait pu construire la section étudiée en déterminant ses sommets par intersections convenablement choisies entre le plan et les arêtes du cube, mais on ne peut pas obtenir, par cette méthode, toutes les sections possibles avec un seul polygone car la section n'a pas toujours le même nombre de sommets.

Autrement dit, ce ne sont pas les mêmes intersections qu'il faut construire dans tous les cas. L'option "polygone convexe intersection d'un polyèdre et d'un plan" se révèle donc ici particulièrement utile. Il faut cependant savoir que, dans ce cas, les sommets du polygone n'existent pas en tant que points et ne sont donc pas utilisables pour des créations ultérieures.

- La construction a été réalisée à partir d'un cube de base. Pour simplifier le rappel des objets de la figure, on a "caché" la construction de ce cube de base. Ceci a été fait en introduisant dans le texte de la figure les deux phrases :

Objets protégés à rappel limité : A, B, C, D, E, F, G, H, cub

Objets d'accès interdit : a, v, t

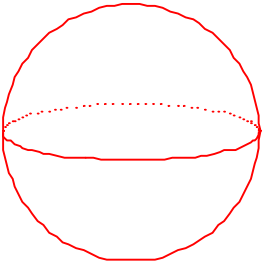
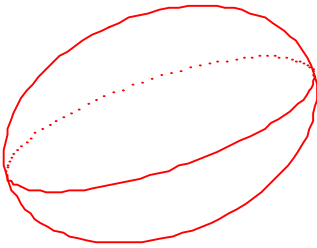
En éditant le texte de la figure (menu *Editer*), on peut facilement supprimer ces deux phrases, exécuter ce nouveau texte (par le menu de la fenêtre de l'éditeur du texte de la figure) et voir l'effet produit sur les rappels (bouton rap ou raccourci F2 ou menu *Afficher*). On peut aussi placer les points A, B, C, D, E, F, G, H dans les objets d'accès interdit (exécuter le texte et constater à nouveau l'effet produit sur les rappels).

Sphere

Utilisation de commandes de projections obliques paramétrées.

Situation

Une sphère est représentée successivement avec différents paramètres de projection : (1) projection orthogonale, (2) projection oblique A, (3) projection oblique B, (4) projection oblique C.

	
Une sphère en projection orthogonale	La même en projection oblique (cas B)

Commentaire sur la réalisation

Trois commandes de projection oblique paramétrée ont été créées : chacune d'elle remplace l'utilisation successive de deux articles du menu *Vues* : l'article *paramètres de projection*, suivi de l'article *projection oblique*. Une quatrième commande permet de revenir en projection orthogonale.

La figure s'ouvre avec une représentation d'une sphère en projection orthogonale. La commande correspondant à l'appui sur la touche A fait passer en projection oblique avec les paramètres : -0.4 et -0.4 (voir l'aide pour la signification de ces paramètres).

La commande correspondant à l'appui sur la touche B fait passer en projection oblique avec les paramètres : -1 et -0.4.

La commande correspondant à l'appui sur la touche C fait passer en projection oblique avec les paramètres : -1 et -1.

La commande correspondant à l'appui sur la touche D permet de revenir en projection orthogonale ; c'est, en fait, une commande de projection oblique paramétrée (comme les précédentes) avec les paramètres : 0 et 0.

Modifications possibles

On peut illustrer sur le même principe le changement de projection pour d'autres objets de l'espace : un cube, par exemple (dans ce cas, il sera intéressant de choisir une représentation où ce cube a une face "de face").

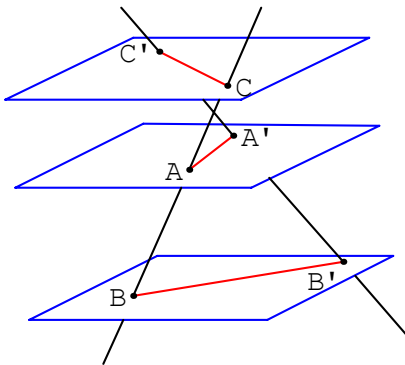
Thales

Théorème de Thalès dans l'espace

Situation

Si trois plans parallèles tous distincts coupent deux droites D et D' en respectivement A, B, C et A', B', C', on a toujours : $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C'}$

Commentaire sur la réalisation



Les plans sont "matérialisés" par des rectangles (créés par leurs sommets qui sont du type points repérés). Bien que cela diminue la généralité de la figure, ces rectangles sont fixes dans la maquette virtuelle car le fait de les prendre variables complique le pilotage. Les points A, A', B et B' sont libres dans leurs rectangles respectifs.

Une commande (barre d'espace) fait apparaître la parallèle à D' passant par A, montrant ainsi la manière dont le théorème de Thalès dans l'espace se ramène à celui du plan.

Modifications possibles

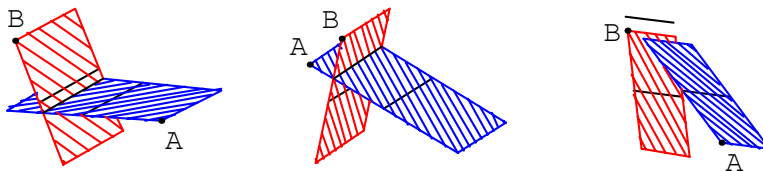
On peut par exemple ajouter des affichages pour montrer les rapports égaux.

ToitTheo

Une figure très simple illustrant le théorème "du toit". Si deux plans sécants contiennent des droites parallèles, alors leur intersection est parallèle à ces droites.

Situation

Deux droites parallèles sont figurées par des segments ; deux plans mobiles sont figurés par des rectangles hachurés, chacun pouvant pivoter autour d'une des droites.



Commentaire sur la réalisation

Pour des raisons de visibilité, les droites sont figurées par des segments et les plans sont visualisés par des rectangles, éventuellement hachurés. Le pilotage des plans mobiles se fait à la souris en agissant sur les points A et B qui sont libres dans un plan perpendiculaire à la direction des droites pivots. Le segment figurant

la droite d'intersection peut ne pas être dans les parallélogrammes figurant les plans.

TriCub1 et TriCub2

Communication entre deux figures, point libre dans un polygone. Charger la figure TriCub2 puis la figure Tricub1 et les mettre en mosaïque.

Situation

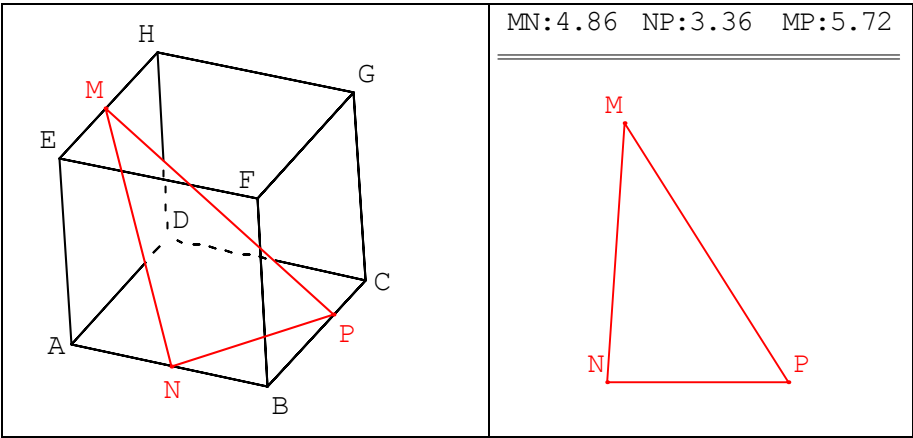
Trois points M, N et P sont libres sur des faces d'un cube. On s'intéresse au triangle MNP. La première figure montre la situation dans l'espace, la deuxième montre le triangle en vraie grandeur.

Commentaire sur la réalisation

Dans la figure TriCub1, ABCDEFGH est un cube, M est un point libre dans la face EFGH, N est un point libre dans la face ABCD et P est un point libre dans la face BCGF. Les longueurs des côtés du triangle, créés comme calculs géométriques, sont des variables $a = MN$, $b = PM$ et $c = PN$.

Dans la figure TriCub2, on a trois variables libres a , b et c et les points M, N et P sont créés de façon que $MN = a$, $PM = b$ et $PN = c$.

La figure TriCub2 est mise en importation active. Le triangle MNP est donc actualisé chaque fois qu'on modifie M, N ou P sur la figure TriCub1. On peut donc observer ses éventuelles propriétés selon les positions des points M, N ou P sur le cube.



Modifications possibles

On peut ajouter les affichages des mesures des angles du triangle après les avoir définis comme calculs géométriques. On peut astreindre M, N ou P à être libres sur des arêtes du cube, il suffit de les redéfinir.

Voltron

Volume du tronc de cône

Situation

Figure destinée à illustrer le calcul du volume d'un tronc de cône de révolution par différence entre les volumes de deux cônes. Il faut bien sûr savoir que le volume du cône est le tiers du produit de la surface de base par la hauteur. Le problème est d'exprimer le volume du tronc de cône à l'aide des rayons R_1 et R_2 des bases et de sa hauteur h .

Commentaire sur la réalisation

Des commandes de dessin en bloc servent à montrer les différents éléments constitutifs : le tronc de cône, les deux cônes dont il est la différence, les triangles servant au calcul.

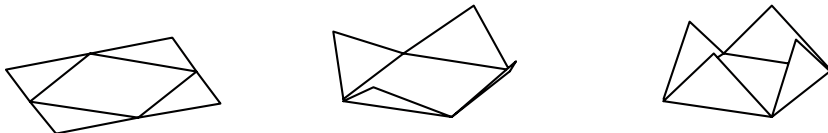
Fichiers du répertoire Exemple2Espace

BiPat

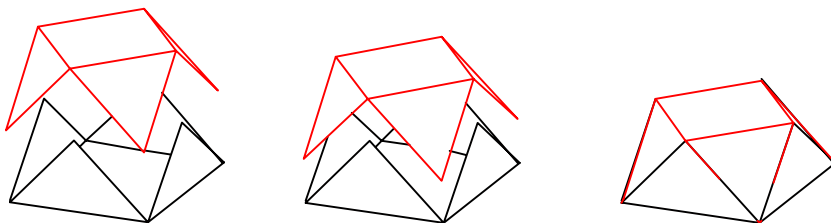
Calcul d'aire et de volumes

Situation

On joint les milieux d'un carré de côté 2 et on replie les triangles vers le haut.



On ajoute alors un "couvre-cube" pour finir par obtenir un solide.



Quel est l'aire latérale du solide ?

La figure donne une aide pour répondre en fournissant un patron en deux morceaux.

Plus difficile : quel est le volume ?

Commentaire sur la réalisation

Il s'agit juste d'une utilisation des patrons de polyèdres, mais en allant un peu au-delà du simple déploiement habituel.

Coplan

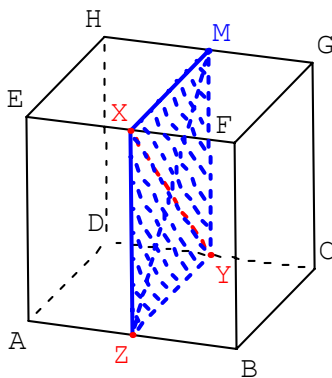
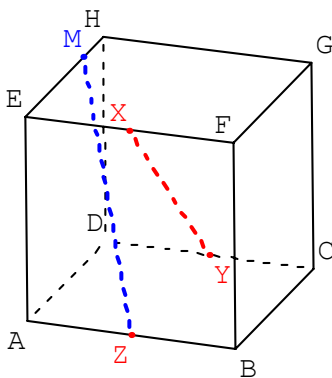
Recherche de droites coplanaires à partir de points sur les arêtes d'un cube

Situation

X, Y et Z sont trois points donnés aux sommets ou aux milieux des arêtes d'un cube ABCDEFGH. Un point M est déplaçable avec un pas régulier sur les arêtes du cube. Le but est de placer M de telle manière que les droites (XY) et (ZM) soient coplanaires. Lorsque cela est le cas, la réponse est validée par le dessin du polygone XYZM.

Sept positions des points X, Y et Z (représentant une illustration des cas classiques) sont accessibles par commande. Mais les points X, Y et Z peuvent aussi être affectés aléatoirement (attention ils peuvent alors être confondus).

En guise d'aide on peut faire dessiner l'enveloppe convexe de XYZM (ce qui met en évidence en quoi X, Y, Z et M ne sont pas coplanaires) ou la section du cube par le plan XYZ (ce qui fait apparaître la ou les positions possibles de M).



Commandes

2 4 6 8 : déplacement de M

A : affectation aléatoire de X, Y et Z

B à H : affectations calculées de 7 situations.

S : dessin de la section du cube par le plan XYZ

V : dessin de l'enveloppe convexe de XYZM

Commentaire sur la réalisation

Les deux aspects techniques intéressants de cette figure sont le déplacement de M sur les arêtes du cube et le positionnement aléatoire de X, Y et Z sur les sommets ou les milieux des arêtes du cube.

En ce qui concerne le premier aspect, le point M est "pilote" à l'aide des touches 2, 4, 6 et 8 correspondant aux flèches du pavé numérique. Ce sont en fait des commandes d'affectation calculée (et de sélection pour pilotage au clavier) qui augmentent ou diminuent de une unité (fraction du côté) les coordonnées de M dans un repère R, repère orthonormal "naturel" du cube.

Le point M se déplace avec les touches "horizontales" (4 et 6) sur les carrés ABCD et EFGH et avec les touches verticales (2 et 8) sur les arêtes AE, BF, CG et DH. Lorsque le point M est "à l'intérieur" d'un arête, seul le déplacement légitime ("horizontal" ou "vertical") est autorisé. Ceci est rendu possible par l'usage de fonction μ qui rend inopérantes les affectations non souhaitées. En revanche lorsque M est sur un sommet, toutes les directions sont possibles.

Pour ce qui est de l'affectation aléatoire ou calculée des points X, Y et Z, nous avons donné un numéro à chacune des 20 positions possibles pour chaque point et (en utilisant une fois de plus la fonction μ) calculé les coordonnées de X, Y et Z dans R_{xyz} en fonction de ce numéro. En cas d'affectation aléatoire, il n'est donc pas impossible que deux de ces points (ou les trois !) soient confondus, mais la probabilité est faible.

CubEau1 et CubEau2

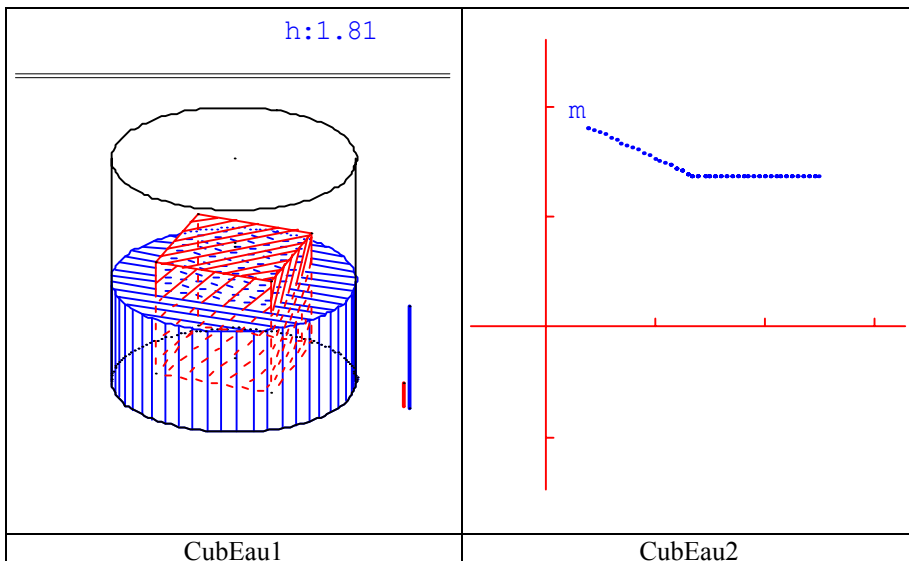
Utilisation de deux figures communiquant entre elles pour illustrer le passage d'une situation géométrique à l'étude d'une fonction affine.

Situation

Un cube d'arête 2 est plongé dans un récipient cylindrique de rayon 2, contenant un volume constant d'eau, une face du cube restant parallèle au fond du récipient.

On étudie la hauteur h de l'eau en fonction de la distance x de la face inférieure du cube par rapport au fond du récipient. Le volume d'eau a été choisi pour que le cube soit exactement recouvert par l'eau lorsqu'il est posé sur le fond du récipient.

L'exercice commence par le calcul du volume d'eau présent dans le récipient. Il s'agit ensuite d'un problème du premier degré, traitable, avec un guidage adapté, à partir de la classe de troisième. La fonction obtenue est affine par intervalles.



Commentaire sur la réalisation

La première figure, CubEau1, illustre la situation dans l'espace. Le déplacement du cube est simulé par le pilotage d'un point libre M situé au centre de la face inférieure du cube. Ce point peut être piloté au clavier ou à la souris. Les valeurs de x et h sont affichées et représentées sur un axe vertical.

Une deuxième figure, CubEau2, communiquant avec la première, illustre une représentation graphique de la fonction h dans le plan repéré.

Un point m de coordonnées (x, h) est représenté dans le repère R_{oxy} . Cette figure importe les valeurs des variables x et h de la première figure. Ainsi, lorsque le cube est déplacé sur la figure 1, le point m décrit une trajectoire constituée de deux segments de droites. On peut visualiser cette trajectoire en se plaçant en mode trace sur la figure 2, puis en revenant déplacer le point M sur la figure 1.

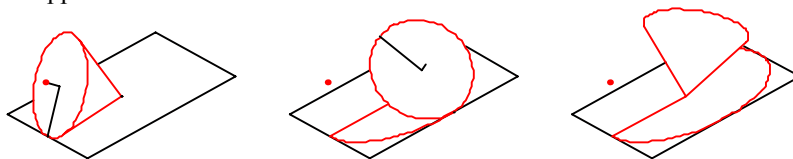
Utilisation

Il s'agit d'une utilisation de type "imagiciel", les figures étant montrées aux élèves pour présenter, illustrer et faire comprendre la situation mathématique. Ces figures permettent aussi de vérifier de façon approchée les réponses obtenues en utilisant les valeurs affichées par le logiciel.

En pratique, on peut charger la figure CubEau1 et l'utiliser pour présenter l'exercice. En un second temps, avant ou après la réalisation des calculs, on peut charger la figure CubEau2, la mettre en mosaïque avec la figure 1 et agir sur la figure 1 pour observer l'effet sur la figure 2.

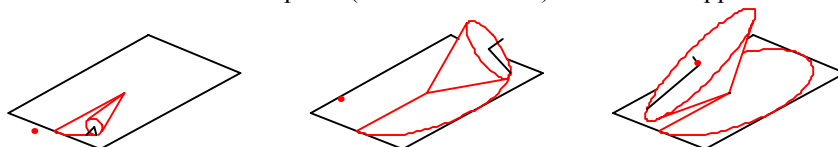
DevCone

Développement du cône.



Situation

Un cône (au sens élémentaire..) est posé sur un tapis rectangulaire ; on peut le faire rouler et voir la surface plane (secteur circulaire) de son développement.



On voit ci-dessus divers développements obtenus en changeant de cône, la longueur du morceau de génératrice posé sur le tapis restant fixe.

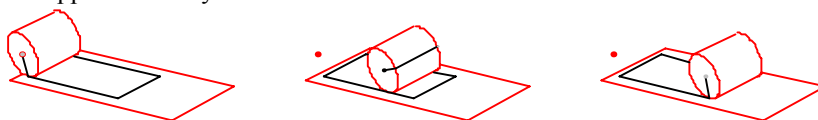
Outre des commentaires sur la forme de ce développement, on peut s'en servir pour calculer l'aire latérale du cône de révolution, connaissant le rayon R de la base et la hauteur h ou plus simplement la longueur L de la génératrice.

Commentaire sur la réalisation

Le rayon du cône est déterminé par la position d'un point mobile sur un demi-cercle ; ce point est figuré en gros sur le dessin. Pour mieux voir la rotation, on a ajouté un segment de génératrice et des rayons des cercles de base. La touche espace bascule le dessin du cône.

DevCyl

Développement du cylindre.



Situation

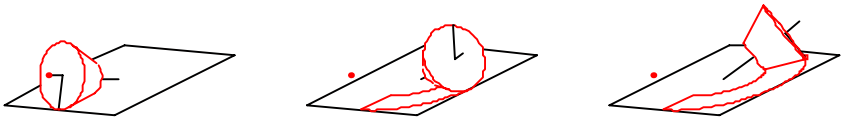
Un morceau de cylindre est posé sur un tapis ; on peut le faire rouler et voir la surface plane (rectangle) de son développement.

Commentaire sur la réalisation

Le rayon du cylindre est déterminé par la position d'un point mobile sur un segment ; ce point est représenté en gros sur le dessin. Pour mieux voir la rotation, on a figuré un segment de génératrice et des rayons des cercles de base.

DevTronc

Développement d'un tronc de cône.



Situation

C'est le même principe que pour le cône. Le développement est un morceau de couronne. On peut s'en servir pour calculer l'aire latérale en fonction des deux rayons des bases et de la hauteur. Vérifier le théorème (énoncé tiré des "Éléments de géométrie" de Legendre, édition de 1837) :

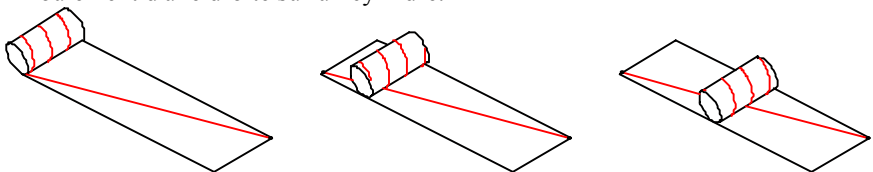
La surface d'un tronc de cône est égale à son côté multiplié par la circonférence d'une section faite à égale distance des deux bases.

Commentaire sur la réalisation

Le tronc de cône est déterminé par la position d'un point figuré en gros sur le dessin. La touche espace bascule le dessin du cône.

EnDroit

Enroulement d'une droite sur un cylindre.



Situation

Un cylindre de rayon 1 roule sur un plan contenant une droite. La droite s'enroule sur le cylindre pour donner une hélice. Jouer sur les paramètres de représentation (position de la maquette virtuelle, opacité, dessin des objets) et sur la rotation du cylindre pour bien apprécier la situation.

Remarque : quand le plan oxy est de bout (touche F7), l'hélice apparaît comme une sinusoïde (si le cylindre est transparent) et la rotation comme une "propagation" de cette sinusoïde.

Commentaire sur la réalisation

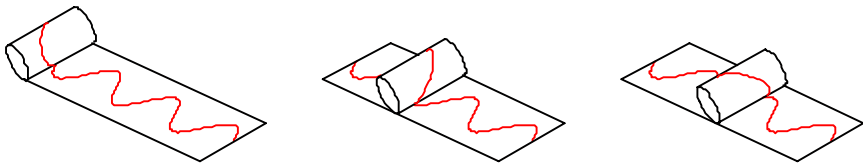
Le calcul utilise un repère mobile dans lequel l'hélice est facilement représentée.

Le cylindre tourne d'un angle t ; pour que quand le plan oxy est en position "normale", la flèche droite du clavier fasse déplacer le cylindre vers la droite, on a introduit une variable auxiliaire u et lié t à u par la relation $t = -u$.

La pente m de la droite peut être changée par des commandes (touches 0, 1, 2 ou 3). Ceci correspond à des changements de pas pour l'hélice (écartement des spires). On peut dessiner ou cacher le cylindre (touche C) ou le plan (touche P).

EnSinus

Enroulement d'une sinusoïde sur un cylindre.



Situation

Un cylindre de rayon 1 roule sur le plan oxy, contenant une sinusoïde S d'équation $y = \sin(nx)$ où n est un entier (qui vaut 1 à l'initialisation). La sinusoïde s'enroule sur le cylindre pour donner une courbe E . Dans le cas $n = 1$, il s'agit d'une ellipse.

Commentaire sur la réalisation

Le calcul utilise un repère mobile dans lequel l'hélice est facilement représentée.

Comme pour l'enroulement de la droite, le cylindre tourne d'un angle t ; pour que quand le plan oxy est en position "normale", la flèche droite du clavier fasse déplacer le cylindre vers la droite, on a introduit une variable auxiliaire u et lié t à u par la relation $t = -u$.

Le nombre n peut être changé par des commandes (touches 0, 1, 2 ou 3). Ceci correspond à des changements de fréquence pour la sinusoïde. On peut dessiner ou cacher le cylindre C (touche C), le plan P (touche P) ou la sinusoïde S (touche S).

Remarque : quand le plan oxy est de bout (touche F7), la courbe E apparaît comme une courbe de Lissajous (si le cylindre est transparent) et la rotation comme un "déphasage" de l'abscisse par rapport à l'ordonnée.

Modification possible

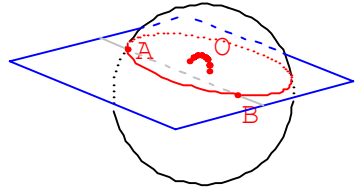
On peut redéfinir n comme un réel et ainsi essayer de voir ce qui se passe si la période de la sinusoïde n'est plus un sous multiple simple de 2π .

Geodesi1

Ensemble des centres des cercles tracés sur une sphère et passant par deux points donnés de la sphère.

Situation

A et B sont deux points libres d'une sphère ; un plan matérialisé par un rectangle opaque tourne autour de la droite (AB). On s'intéresse aux centres des cercles d'intersection de la sphère avec le plan variable.



Utilisation

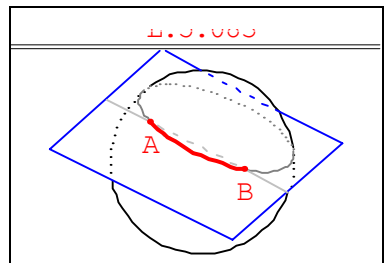
Mettre la figure en mode Trace et piloter le plan au clavier. Une commande de changement de vue (barre d'espace) permet de mettre de face le plan intéressant après avoir observé que toutes les traces sont dans un même plan.

Geodesi2

Plus court chemin plan entre deux points de la sphère. Ce fichier utilise des points libres sur une sphère.

Situation

A et B sont deux points libres d'une sphère ; un plan matérialisé par un rectangle opaque tourne autour de la droite (AB). On s'intéresse à la longueur L du plus petit arc de cercle d'extrémités A et B sur le cercle d'intersection de la sphère avec le plan variable.



Commentaire sur la réalisation

La création d'un arc de cercle nécessite un axe dont l'orientation donnera le sens de parcours sur le cercle entre les extrémités de l'arc. Dans ce fichier, l'axe est orienté par le produit vectoriel $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$ où O est le centre du cercle d'intersection, le plus petit arc d'extrémités A et B est alors celui ayant pour origine A.

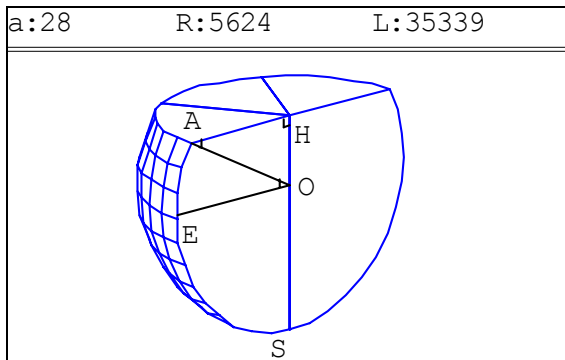
Latitude

Calcul de la longueur d'un parallèle en fonction de la latitude.

Situation

La figure représente la Terre, supposée sphérique d'un rayon de 6370 km, coupée par un plan diamétral passant par les pôles et par un plan parallèle à l'équateur de latitude Nord variable (a entier de 0° à 88°).

Sont affichés la latitude a , le rayon du parallèle R et la longueur du parallèle L (en km).



Commentaire sur la réalisation

Le solide visible est constitué par 3 polyèdres de 75 faces chacun dont deux sont les images par rotation du premier. Le premier est l'enveloppe convexe d'une liste de 7 polygones qui en constituent l'armature. Six de ces polygones sont les images par rotation du premier, le premier est défini par la liste de ses sommets.

L'ensemble de cette construction est modifié à chaque variation de la latitude, ce qui peut devenir lent sur certaines machines. Les changements de vue peuvent être lents aussi.

On peut piloter au clavier la latitude.

Modifications possibles :

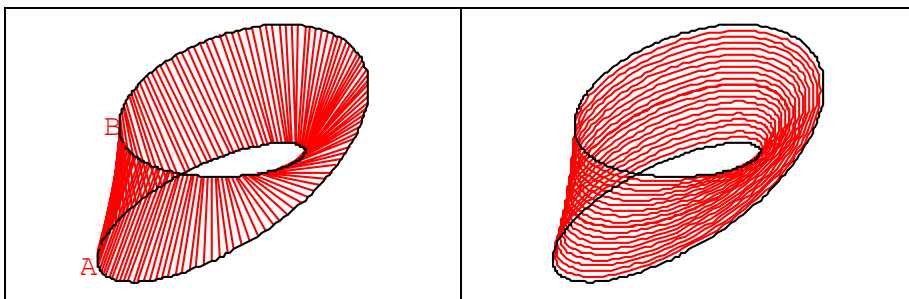
On peut changer le rayon de la sphère. On peut rebâtir la figure en partant de la distance du plan de coupe au centre de la sphère pour l'adapter à un exercice donné.

Moebius1

Ruban de Moebius.

Situation

Le bord du ruban est défini comme courbe paramétrée. On peut visualiser la surface soit en gardant les traces d'un segment soit en gardant les traces d'une courbe paramétrée variable.



Commentaire sur la réalisation et l'utilisation

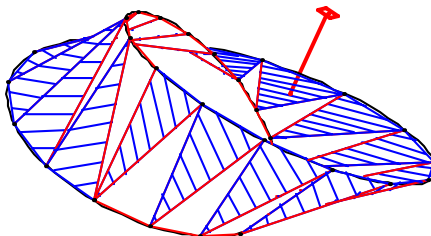
Différentes commandes permettent de passer d'un cas à l'autre. Pour les changements de vues, il est préférable de garder des traces de segments (l'affichage des dessins est plus rapide).

Moebius2

Ruban de Moebius.

Situation

Le bord du ruban est défini comme courbe paramétrée. Une commande de création itérative permet de trianguler la surface. Les polygones créés sont opaques, pour illustrer le fait que cette surface "n'a qu'un côté".



Utilisation

Au départ la figure ne comporte que deux triangles. L'utilisation de la commande de création itérative va **ajouter de nouveaux objets à la figure**. Si on souhaite garder le fichier tel qu'il est fourni, il peut être utile de faire un duplicata de la figure (article *Dupliquer la figure* dans le menu *Fenêtre*) et utiliser cette commande uniquement dans le duplicata.

En appuyant sur la touche espace autant de fois que nécessaire, on triangle la surface. On peut déplacer "l'épingle" portée par un vecteur normal à la surface pour illustrer "l'unique côté".

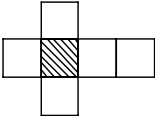
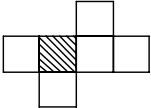
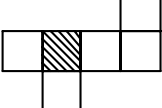
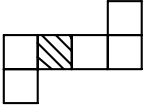
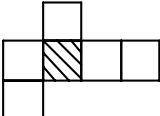
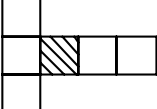
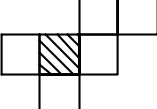
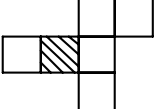
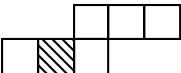
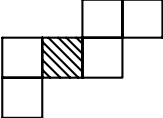
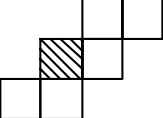
Commentaire sur la réalisation

On peut modifier le nombre de triangles nécessaires mais bien sûr, plus il y en a, moins les changements de vues se font vite. Par contre la pointe de l'épingle décrit la ligne médiane de la bande, donc moins il y a de triangles et plus cette pointe est en dehors de ces triangles.

PatCub1... PatCub11

Les figures PatCub1 à PatCub11 représentent les onze patrons du cube (à une isométrie près). Ils n'ont pas été obtenus à l'aide de l'article *patron* (menu *Créer, Solide*) mais calculés directement à partir des différents sommets d'un cube. Par conséquent, un objet créé sur la face du cube, à partir de ses sommets (comme le milieu d'une diagonale d'une face) restera "solidaire" du patron lorsque celui-ci "s'ouvrira". On peut ainsi imaginer des activités proposant d'identifier un même point sur le cube fermé et sur son patron ou tout autre du même genre.

Les onze figures sont les suivantes :

patcub1 	patcub2 	patcub3 	patcub4 
patcub5 	patcub6 	patcub7 	patcub8 
patcub9 	patcub10 	patcub11 	

Commentaire sur la réalisation

Les sommets des polygones constituant le patron ont été obtenus par différentes rotations des sommets d'un cube ABCDEFGH. Ces rotations ont à chaque fois comme axe une arête (r_{AB} pour la rotation d'axe (AB)) et toutes le même angle, c variable entre 0 et $\pi/2$, ce qui permet de simuler l'ouverture et la fermeture du patron.

Seule la face ABCD (hachurée sur le patron) reste "fixe".

Pour déterminer la rotation nécessaire pour chaque face, on considère la composition de :

- la rotation d'axe sa "charnière" (arête par laquelle la face est attachée au patron)
- la rotation (éventuelle) correspondante de la face à laquelle elle est attachée.

Les points définissant les axes de rotation sont ceux du cube de départ ABCDEFGH (un exemple est donné dans les commentaires de PatCub1).

On voit bien ici que la difficulté de réalisation d'une figure ne détermine pas le niveau des élèves qui peuvent l'utiliser. Dans le cas présent, ce type de figure est surtout utile pour le collège (et même l'école primaire).

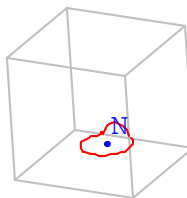
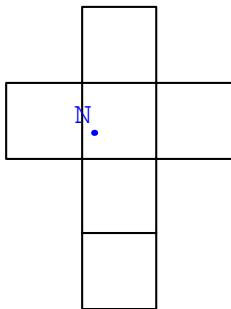
Pilocub1 et Pilocub2

Il s'agit d'un exemple illustrant l'usage de la fonction μ , de la communication entre figures et de la limitation des dessins à un convexe.

L'exemple comprend deux figures Pilocub1 et Pilocub2 ; il faut charger ces deux figures (et elles seulement) avec Geoplan-Geospace et mettre leurs fenêtres en mosaïque (menu *Fenêtre*).

Situation

La figure Pilocub1 présente un patron du cube et un point N de ce patron. La figure Pilocub2 montre le point correspondant sur le cube. Dans cette dernière figure, par la commande Espace, il est possible de faire apparaître l'intersection d'une sphère de rayon fixe avec la surface du cube, intersection qui est donc composée d'arcs de cercles.



Commentaire sur la réalisation

Dans les deux figures, la fonction μ joue un rôle important.

Dans la figure Pilocub1, à partir d'un point libre M dans le plan, on construit un point N qui n'existe que quand M est dans le patron et coïncide alors avec M. Ceci se fait par l'utilisation d'un calcul c qui n'a de valeur que si M est dans le patron et par une translation d'un vecteur qui est le produit du vecteur nul par le nombre c. On ne voit donc N que quand M est dans le patron .

La figure Pilocub2 importe les valeurs des variables réelles libres x et y. Si la figure Pilocub1 est active, ce sont les coordonnées de M qui seront importées.

Dans Pilocub2, le point N est un point repéré dont les coordonnées sont calculées en fonction de x et y à l'aide de la fonction μ . Si le point M de Pilocub1 est dans le patron, les coordonnées de N sont calculées pour obtenir le point du cube correspondant si on refermait le patron.

Les arcs de cercles, intersection de la sphère et de la surface du cube sont obtenus en limitant au cube les cercles d'intersection avec les faces du cube (article *Limiter les dessins* du menu *Divers*).

Modification possible

On peut par exemple reprendre l'idée pour un tétraèdre régulier : l'avantage est qu'on peut avoir un patron convexe (triangle équilatéral) et que le point du patron peut donc être pris comme libre dans ce polygone convexe.

Planete1

Mouvement de la terre et de la lune par rapport au soleil (animation réalisée en utilisant la variable numérique t_{ime}).

Ce fichier est complété par le fichier Planete2.

Situation

Figure destinée à visualiser le mouvement de la terre et de la lune par rapport au soleil.

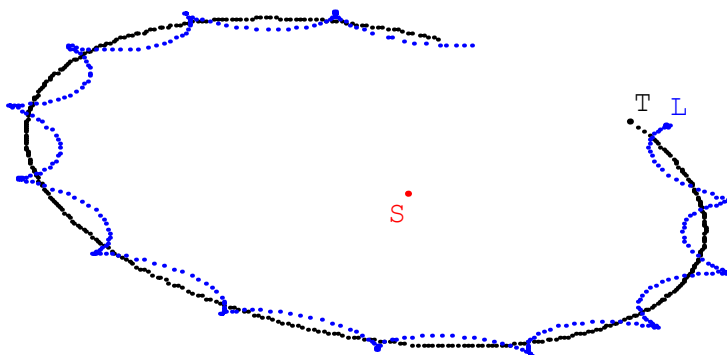
Le repère dans lequel ce mouvement est représenté est centré au soleil, le plan de cote nulle étant le plan de l'écliptique terrestre (c'est-à-dire le plan de l'orbite de la terre autour du soleil).

Dans ce plan, la terre décrit en un an une ellipse de très faible excentricité, dont le soleil est un foyer.

L'orbite de la lune par rapport à la terre est située dans un plan faisant un angle (variant faiblement) d'environ 5,9 degrés avec l'écliptique terrestre. La droite d'intersection du plan de cette orbite et de l'écliptique a un mouvement rétrograde (opposé au mouvement de la terre par rapport au soleil dans l'écliptique) d'une période de 18,61 ans. Cette trajectoire est une ellipse de très faible excentricité,

dont un des foyers est la terre ; elle est décrite dans le même sens que la rotation de la terre autour du soleil, en un mois sidéral de 27,3 jours.

De la combinaison des mouvements de la terre par rapport au soleil et de la lune par rapport à la terre résulte le mouvement de la lune par rapport au soleil qui est représenté dans le fichier.



Utilisation

Rendre le temps actif, (à l'aide du menu piloter), pour déclencher l'animation. Se mettre ensuite en mode Trace pour voir les trajectoires des points T et L représentant la terre et la lune.

Commentaire sur la réalisation

Le soleil, la terre et la lune sont représentés par des points S, T et L.

S est au centre du repère R_{xyz} . T est repéré par ses coordonnées - en fonction d'une variable numérique d_{ay} - dans le repère prédéfini R_{xyz} . L est repéré dans un repère auxiliaire R_{Ter} centré en la terre, dont les axes forment des angles correctement choisis avec ceux de R_{xyz} .

La variable d_{ay} est pilotée par la variable t_{ime} , ce qui permet une animation automatique de la figure.

Une petite astuce : pour que l'on voit bien la terre et la lune, il était souhaitable de donner aux points T et L le style "petit carré". Mais leur trace aurait alors été trop "épaisse". Une solution est apportée par la création de deux points t et l confondus avec T et L (construits comme milieux), de style "petit carré".

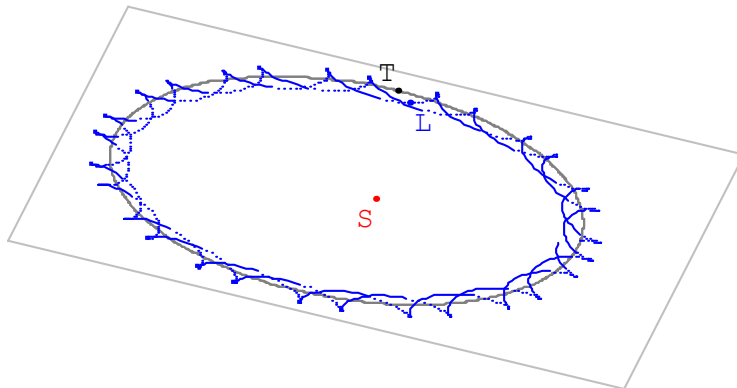
Planete2

Trajectoires de la terre et de la lune par rapport au soleil (obtenues comme courbes lieux de points définis par leurs coordonnées).

Ce fichier complète le fichier Planete1.

Situation

Figure destinée à visualiser les trajectoires de la terre et de la lune par rapport au soleil. Pour de plus amples informations sur la situation, se reporter à celles données sur Planete1.

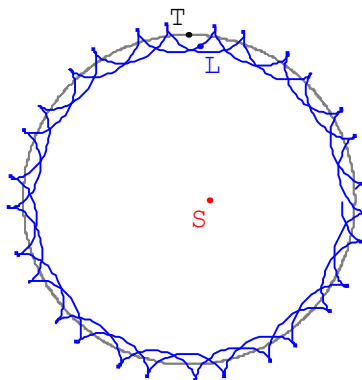


Utilisation

L'appui sur la touche D permet d'afficher ou d'effacer le dessin de la trajectoire de la lune.

L'appui sur la touche d'espacement affecte à d_{ay} la valeur 0 qui place la lune au début de la trajectoire représentée.

On peut obtenir une vue intéressante, où le plan de l'écliptique est de face : la vue standard avec oxy de face (touche F8).



Commentaire sur la réalisation

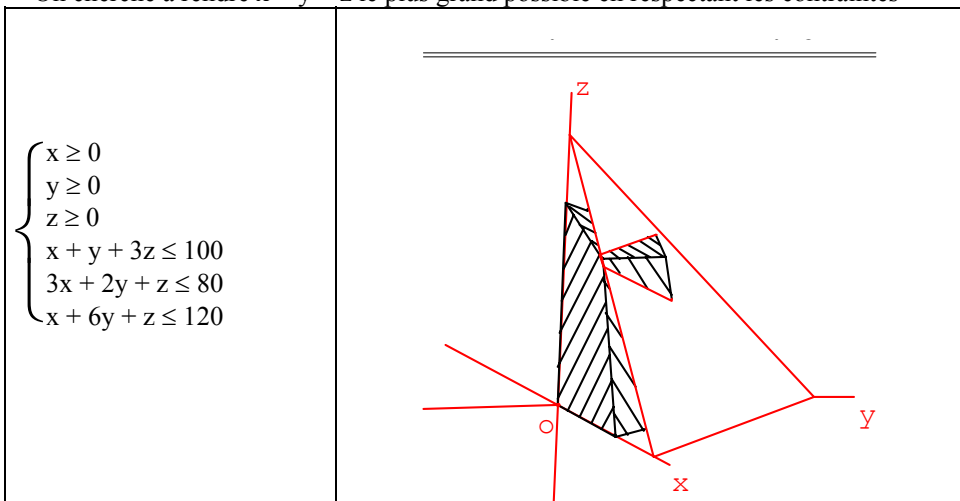
Réalisation analogue à celle de Planete1, sauf que d_{ay} est cette fois une variable réelle libre décrivant un intervalle correspondant à 2 années. Les trajectoires sont les lieux des points T et L pilotés par d_{ay} .

ProgLin

Programmation linéaire à trois dimensions.

Situation

On cherche à rendre $x + y + z$ le plus grand possible en respectant les contraintes



Commentaire sur la réalisation

L'exemple est choisi pour qu'on voie bien à la fois le polyèdre défini par les contraintes et le plan variable $x + y + z = a$ où a est un réel libre dans $[0, 1000]$.

Les trois premières contraintes définissent un convexe non borné qui est remplacé dans la réalisation par le tétraèdre obtenu en leur ajoutant la contrainte $x + y + z \leq 1000$.

Ce tétraèdre est défini par ses sommets qui sont les points de coordonnées $(0,0,0)$, $(1000,0,0)$, $(0,1000,0)$, $(0,0,1000)$.

À partir de ce tétraèdre, le polyèdre des contraintes s'obtient progressivement en ajoutant successivement chaque contrainte suivant les trois premières par intersection du polyèdre précédent avec le demi-espace défini par cette contrainte, ce qui a évité à l'auteur d'en calculer lui-même les sommets.

La variation du plan mobile est commandée par les flèches du clavier pilotant la variable a .

Modifications possibles

On peut tenter de modifier les trois dernières contraintes et/ou d'en ajouter.

Sur un ordinateur lent, pour pouvoir faire confortablement tourner la maquette virtuelle, on peut supprimer les hachures ou hachurer le plan variable et non le polyèdre.

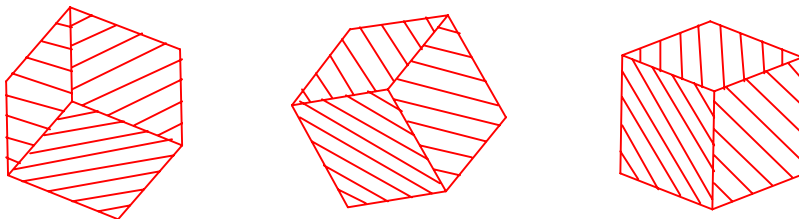
Enfin, pour créer ce genre de figure, on peut parfois se servir utilement de l'article *Intersection polyèdre/demi-espace* (menu *Créer*, sous-menu *Solide* puis *Polyèdre convexe*).


Rotijk

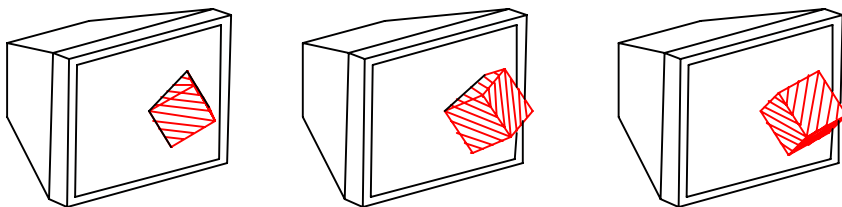
Cette figure a été construite pour aider à comprendre le système de représentation de Geospace.

Situation

Un cube peut tourner sur commande (touches X, Y ou Z) autour d'axes qui semblent liés à l'écran.



Une commande (barre d'espace) semble rendre l'écran opaque ; le cube passe en partie ou totalement à travers en tournant. En changeant le cadrage (répéter la pression sur la touche ) et en faisant tourner la maquette virtuelle (souris bouton droit enfoncé ou MAJ-Flèches du clavier) on finit par voir apparaître un dessin représentant le moniteur de l'ordinateur.



La raison de ce scénario est de tenter de montrer comment la maquette virtuelle d'une figure tourne par rapport aux axes fixes liés à l'écran. Les commandes de rotation MAJ-Flèches du clavier sont ici simulées par les touches X, Y et Z.

Ainsi, le repère absolu lié à l'écran réel est-il représenté par le repère R_{xyz} lié à l'écran dessiné. Les rotations absolues, qui dans Geospace ne font évidemment pas tourner l'écran, sont donc simulées par des rotations autour des axes ox , oy ou oz .

Commentaire sur la réalisation

Le point intéressant est la réalisation des rotations commandées par les touches X, Y et Z. L'idée en est la suivante :

soit A un point libre et R une rotation de 10° autour d'un axe ; soit A' l'image de A par R. L'affectation de la position de A' à la variable A fait donc tourner la position de A de 10° . Comme alors celle de A' a fait de même, la répétition de cette affectation donne un mouvement de rotation pour A et ceci sans calcul.

La figure utilise ce procédé pour faire tourner trois points libres A, B et C. Si au départ on a choisi les positions de A, B et C pour qu'elles soient celles de trois sommets d'un cube dont o en est un autre et qu'on a effectivement construit le cube, alors on verra tourner le cube.

L'axe de rotation est la droite oU où U est un point libre. En affectant U aux points I, J ou K des axes, les rotations se feront autour de ox, oy ou oz.

Modification possible

La figure est trop spécialisée pour être modifiée de manière intéressante. Les idées de réalisation (rotations par affectations en particulier) peuvent néanmoins être réutilisées dans d'autres figures.

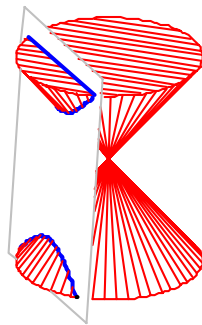
SecCone

Sections planes du cône de révolution

Situation

Figure destinée à visualiser les différents cas de sections planes d'un cône de révolution.

Un plan, matérialisé par un parallélogramme, tourne autour d'une de ses droites et coupe un cône. La section du cône est dessinée.



Commentaire sur la réalisation

Il s'agit en fait d'un morceau de cône (au sens mathématique) réalisé en opposant par le sommet deux cônes (au sens Geospace). Pour des raisons visuelles, la courbe de section doit être limitée au solide. Ceci se fait en utilisant la fonction μ dans le paramétrage de la courbe.

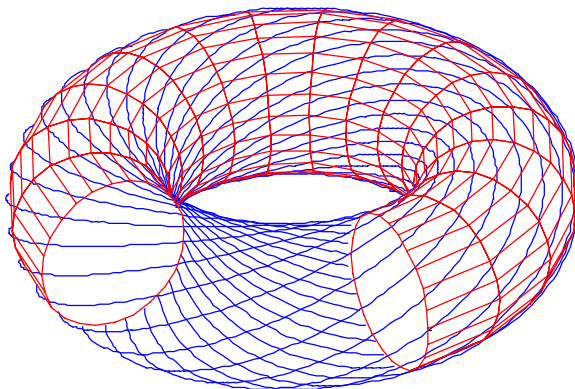
Villarc

Famille de cercles permettant d'engendrer un tore.

Situation

La figure représente une partie d'un tore et un cercle, dit "cercle de Villarceau" dont la rotation autour de l'axe du tore permet d'engendrer celui-ci.

Antoine Yvon Villarceau (1813-1883), astronome et mathématicien français, a fait connaître en 1848 les cercles portant son nom (ceux-ci figurent dans une sculpture bien antérieure du musée de l'Œuvre Notre-Dame à Strasbourg).



Commentaire sur la réalisation

La section du tore est obtenue à l'aide d'un polygone régulier, dont le nombre de côtés est variable (touche C pour piloter au clavier le nombre de côtés).

Par rotation d'angle variable (touche T), on obtient une 2^{ème} section puis un polyèdre défini comme enveloppe convexe de ces 2 sections. Les autres polyèdres sont les images du premier par la même rotation.

Le cercle de Villarceau, dessiné en bleu est tracé sur le tore et sa rotation autour de l'axe du tore engendre le tore (touche V pour piloter au clavier la rotation de ce cercle).

La touche I permet de lancer le dessin des traces de ce cercle engendrant le tore (dessin ci-dessus).

Les touches 1, 2, 3 permettent de dessiner ou non le tore (en 3 parties) si on veut accélérer les rotations de l'ensemble de la figure.

Modifications possibles

On peut modifier le rayon de la section en pilotant le point B au clavier (touche B pour le sélectionner) ou à la souris.

Viviani

Outre des solides usuels et une courbe paramétrée, ce fichier utilise des commandes de dessin en bloc permettant de faire apparaître les uns après les autres les éléments significatifs de la figure.

Situation

Il s'agit d'une visualisation de la fenêtre de Viviani, courbe de l'espace qui est à l'intersection d'une sphère, d'un cylindre et d'un cône (situation illustrée dans l'introduction).

Réalisation

La courbe a été définie comme courbe paramétrée.

Trois commandes de dessin en bloc permettent de faire apparaître les éléments de la figure : touche 1 pour la sphère, touche 2 pour le cylindre, touche 3 pour le cône, touche 4 pour la courbe.

Utilisation

Il est conseillé d'effectuer de nombreux changements de vue pour bien appréhender cette courbe.

Prolongements possibles

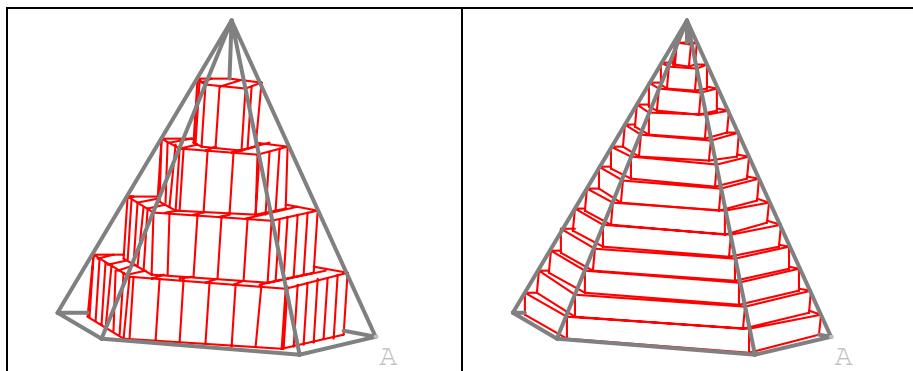
On peut s'intéresser aux courbes planes projetées de la fenêtre de Viviani sur les plan de coordonnées.

VoluPyr1 et VoluPyr2

Illustration du calcul du volume d'une pyramide régulière à l'aide de prismes inscrits dans la pyramide. On trouvera aussi dans ce fichier un exemple de commande de sélection pour pilotage au clavier. Les prismes de la figure VoluPyr2 sont créés à l'aide d'une commande de création itérative.

Situation

Une pyramide régulière est définie par un point A libre et par le nombre de côtés de sa base (N_{cot}). On inscrit dans la pyramide n prismes de même hauteur. La somme des volumes des prismes est une valeur approchée du volume de la pyramide, la qualité de l'approximation augmentant avec le nombre de prismes.



Utilisation

- Cette figure permet bien sûr d'illustrer la formule $V = \int_a^b S(z) dz$ pour calculer

un volume : en agissant (au clavier) sur le nombre n de prismes, on peut voir comment se modifie la valeur de V , somme des volumes des prismes, et aussi la valeur E_{rel} , erreur relative faite en prenant V comme valeur approchée de V_{pyr} , volume de la pyramide. Les informations utiles au calcul de V en fonction de n puis de la limite de V quand n tend vers l'infini (il faut aussi connaître $\sum_{k=1}^n k^2$) sont

les suivantes : au chargement de la figure, la pyramide a une base carrée inscrite dans un cercle de rayon 2 et sa hauteur est égale à 4.

• De plus, on peut faire varier le nombre de côtés de la base de la pyramide (en appuyant sur la touche C, on fait afficher la valeur de N_{cot} et N_{cot} devient la variable pilotable au clavier). On peut observer que, lorsque N_{cot} varie, le volume de la pyramide varie de même que le volume V mais que l'erreur relative reste constante. De même lorsque l'on change les dimensions de la pyramide. Ce résultat peut bien sûr être justifié par le calcul.

Commentaire sur la réalisation

Les différents prismes de VoluPyr1 ont été créés à l'aide de la fonction μ et en utilisant les possibilités d'édition dans l'éditeur du texte de la figure.

Dans **VoluPyr2**, la situation est la même, mais au départ la figure ne contient qu'un seul des prismes que l'on peut voir dans VoluPyr1. Les autres peuvent être créés à l'aide d'une commande de création itérative. Une fois qu'ils sont créés, l'utilisation est la même. On pourra remarquer la façon dont les prismes sont définis sans l'aide de la fonction μ en utilisant des points repérés sur une demi droite.

IV - Exemples illustrant les nouveautés de Geoplan-Geospace

Figures dans le plan

Encadre solutions

Encadrement de la solution d'une équation $f(x) = 0$. **Commande de tableau de valeurs.**

Situation

La fonction f (aisément modifiable) est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x + 1$. La courbe de f permet de conjecturer l'existence d'une solution de l'équation $f(x) = 0$ dans l'intervalle $[0 ; 1]$. Pour déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-2} de la solution qui se trouve dans l'intervalle $[0 ; 1]$, on a créé une commande d'affichage de tableau de valeurs dans lequel on balaie l'intervalle $[0 ; 1]$ de 10^{-2} en 10^{-2} .

Commentaire sur la réalisation

Pour créer une telle commande, il faut créer autant de variables que de colonnes dans le tableau, la première étant une variable libre (ici t) et les suivantes liées à la première (ici $y = f(t)$). La commande correspond alors à la ligne suivante du texte de la figure "Cm0 (touche ESPACE) tableau de (t,2) (y,2) à partir de 0 (pas 0.01) (100 lignes)".

Si l'option "Traits épais" du menu "Afficher" est cochée dans la figure, le tableau est affiché en gros caractères.

MedianeStat

Médiane d'une série statistique à l'aide de la courbe des effectifs cumulés.

Fonction définie par valeurs.

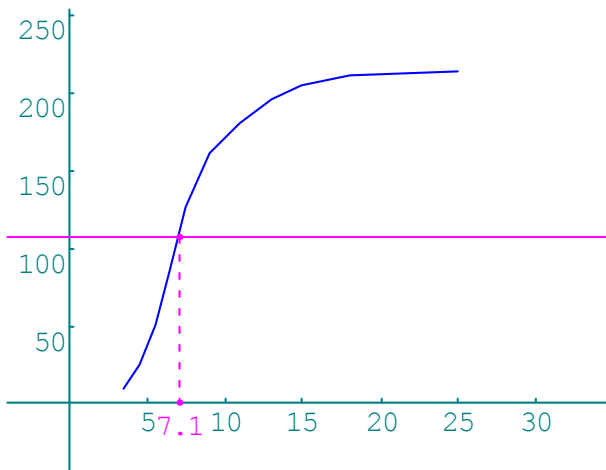
Situation

La fonction f est définie par valeurs à l'aide d'un tableau des effectifs cumulés d'une série statistique, avec interpolation linéaire. f est ainsi définie comme fonction affine par morceaux. La médiane de la série est obtenue graphiquement par intersection de la courbe avec la droite horizontale correspondant au demi effectif de la série.

Commentaire sur la réalisation

Dans cet exemple, 25 est le centre de la dernière classe donc $f(25)$ est le maximum de f . La médiane est donc l'abscisse du point d'intersection de la courbe de f et de la droite d'équation $Y = \frac{f(25)}{2}$. Pour visualiser numériquement la valeur de la médiane sur la figure, on a utilisé un point libre m sur cette droite, sa projection orthogonale sur l'axe (ox) et l'affichage de l'abscisse de ce point par l'intermédiaire de la phrase "A la place de ...".

Dans Geoplan-Geospace, un tableau de valeurs définissant une fonction peut être rempli soit directement soit par l'intermédiaire d'un copier/coller depuis un tableur (ou un autre logiciel fournissant des tableaux de valeurs).



Exemples de figures du plan avec fonctions dans les prototypes

Maximum

Maximum d'une fonction sur un intervalle. **Prototype utilisant une fonction.**

Situation

Une fonction étant définie, le prototype nommé "maximum d'une fonction sur un intervalle" permet de déterminer de façon approchée le maximum de cette fonction sur un intervalle. On a ici utilisé ce prototype pour déterminer le maximum d'une fonction g du second degré à coefficients variables

$$g(x) = px^2 + qx + r.$$

Remarque : de la même façon, un prototype peut utiliser une suite numérique.

Commentaire sur la réalisation

Pour déterminer le maximum approché, on procède de la façon suivante : on parcourt l'intervalle de a à b par pas de $\frac{b-a}{1000}$ en calculant à chaque fois l'image du réel obtenu et en ne conservant que la plus grande image depuis le début du parcours ; ainsi, par exemple, on compare $f(a)$ et $f(a + \frac{b-a}{1000})$ et on appelle u_1 la plus grande des deux images puis on compare u_1 et $f(a + 2 \frac{b-a}{1000})$ et on appelle u_2 le plus grand de ces deux nombres, etc.

On crée ainsi une suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = f(a) \\ u_n = u_{n-1} \text{ si } u_{n-1} \geq f(a + nh) \text{ et } u_n = f(a + nh) \text{ si } u_{n-1} < f(a + nh) \end{cases}$$

où $h = \frac{b-a}{1000}$.

Le maximum approché est obtenu en prenant $u(1000)$ (le choix d'un découpage en 1000 parties peut évidemment être modifié).

Examiner le texte du prototype. On y retrouvera les définitions des nombres h et de la suite u .

On peut, de plus, modifier les coefficients de la fonction trinôme (pour chaque coefficient, taper son nom puis utiliser les flèches du clavier).

Les affichages ont été obtenus par création de l'affichage d'un texte (menu créer, affichage).

CourbeIntegrale

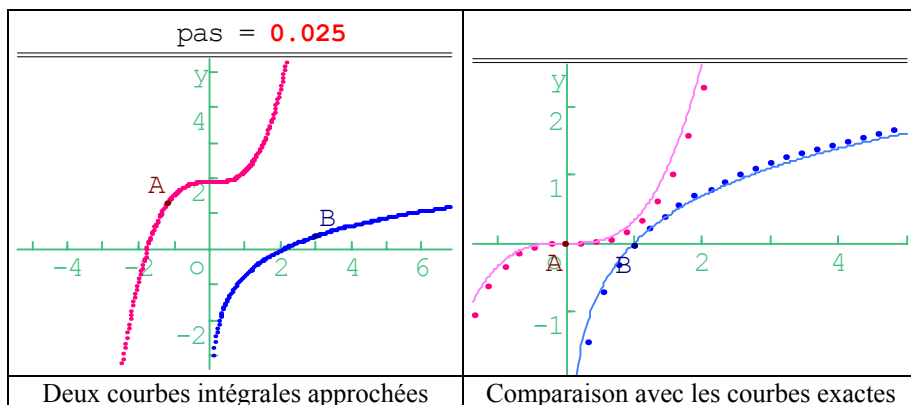
Une illustration d'une activité au programme 2001 de première S. **Prototype utilisant une fonction.**

Situation

Une fonction f étant définie, le prototype nommé "Courbe intégrale approchée" permet de déterminer la courbe d'une primitive approchée F de f , définie sur un intervalle $[a, b]$ avec une condition initiale (donnée en choisissant un point de la courbe). Le principe consiste à utiliser l'approximation $F(a + \text{pas}) \approx F(a) + f(a) \text{ pas}$.

On a, dans le fichier proposé, utilisé le prototype pour tracer les courbes de deux primitives approchées : celle de la fonction carré sur l'intervalle $[-3, 3]$ passant par le point libre A et celle de la fonction inverse sur l'intervalle $[0.1, 12]$ passant par le point libre B.

Il pourra être intéressant de comparer, en faisant varier le paramètre "pas" qui règle la qualité de l'approximation, la courbe approchée avec la courbe de la primitive exacte, à condition initiale donnée, de chaque fonction (dans ce cas, il est bien clair que si l'on change la fonction f , il faut également penser à changer la courbe de la primitive exacte).



Commentaire sur la réalisation

La qualité de l'approximation est réglée par le paramètre nommé pas.

La courbe intégrale est obtenue comme courbe paramétrée. Les expressions définissant X et Y sont obtenues par l'intermédiaire de suites numériques.

Une première série de calculs permet de déterminer à partir des coordonnées (x_0, y_0) de M, point déterminant la condition initiale, et de a et b, bornes de l'intervalle, les coordonnées xmi et ymi du premier point de la courbe et le nombre nP de points de la courbe.

On a ensuite $X = xmi + n \times pas$ et $Y = ymi + w_n \times pas$ où la suite (w_n) a été définie par récurrence afin de respecter la formule d'approximation indiquée plus haut (plus précisément, si l'on nomme (X_1, Y_1) et (X_2, Y_2) deux points successifs de la courbe paramétrée, on a $X_2 = X_1 + pas$ et $Y_2 = Y_1 + f(X_1) \times pas$).

Pour entrer plus profondément dans le détail technique, on pourra consulter le texte de la figure.

DeriveNumerique

Détermination d'une fonction dérivée par un procédé numérique. **Prototype dont l'objet résultant est une fonction.**

Situation

Une fonction étant définie, le prototype nommé "dérivée approchée" permet d'en créer la fonction dérivée approchée. Le prototype a été utilisé ici pour déterminer la fonction dérivée approchée d'une fonction g du second degré à coefficients variables $g(x) = px^2 + qx + r$.

Remarque : de la même façon, un prototype peut permettre de créer une suite numérique.

Commentaire sur la réalisation

Voici le texte du prototype "dérivée approchée" dont le texte se comprend sans difficulté :

```
Début de [dérivée approchée]
f fonction donnée
g fonction: x|->(f(x+0.001)-f(x))/0.001
Description de l'interface
g dérivée approchée de f
fonction:
Nom de la dérivée:
Fin de [dérivée approchée]
```

On peut modifier les coefficients de la fonction trinôme (taper son nom puis utiliser les flèches du clavier).

L'affichage résulte de la création de l'affichage d'un texte (menu créer, affichage).

On peut aussi, bien sûr, changer complètement la fonction (dans ce cas, il faudra supprimer les affichages qui ne seront plus pertinents).

Distance

Fonction définie géométriquement. **Prototype dont l'objet résultant est une fonction décrite à partir d'une variable numérique faisant intervenir une construction géométrique.**

Situation

Un point A étant fixé dans le plan, on définit la fonction qui, à tout réel x associe la distance du point M de coordonnées $(x ; 0)$ de l'axe des abscisses au point A. Cette fonction définie très simplement (et dont l'on peut découvrir des propriétés par simple raisonnement géométrique) ne peut être créée directement par Geoplan-Geospace (sauf à calculer l'expression de la distance AM - exercice intéressant par ailleurs). L'objet de cet exemple est de montrer comment un prototype permet de définir une telle fonction.

Commentaire sur la réalisation

En entrée, un prototype a en général un certain nombre de déclarations d'objets "donnés" dont va dépendre le résultat. Si, à la suite de ces déclarations, on introduit la ligne "*x variable muette*" et que le dernier objet, mettons y, construit dans le prototype est de genre nombre réel, alors tout objet créé à partir du type fabriqué dans ce prototype sera une fonction : c'est la façon de construire y à partir de x qui servira à construire l'image de chaque réel par la fonction.

C'est ce qui a été fait dans le prototype utilisé dans cet exemple dont voici le texte:

```
Début de [fonction x|->distance de M(x;0) à A]
A point donné
```

x variable muette
M point d'abscisse x dans le repère ox
y = AM (unité de longueur Uoxy)
Description de l'interface
y : x|->distance de A à M (M d'abscisse x sur ox)
point A:
nom de la fonction:
Fin de [fonction x|->distance de M(x;0) à A]

Le point A, paramètre de la situation a été construit comme point libre dans le plan : on peut donc le déplacer à la souris pour voir comment se modifie la courbe de la fonction étudiée (le placer sur l'axe des abscisses, par exemple).

Remarques

Le dernier objet construit dans le prototype est celui qui est décrit juste avant la ligne "Description de l'interface".

Le nom de la variable muette peut être n'importe quel nom de variable numérique.

Le nom du dernier objet (qui sera donc la valeur calculée à partir de la variable muette) n'a pas d'importance.

Rappelons que le prototype définit un type d'objet : pour l'utiliser, il faut créer des objets de ce type.

KosCin

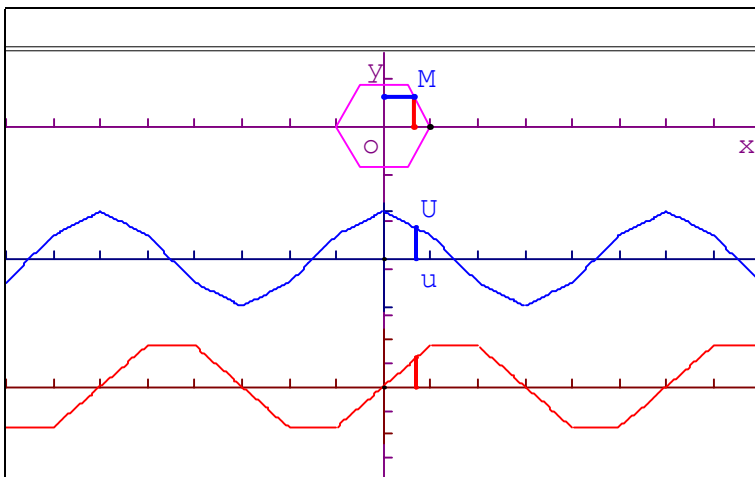
Une "trigonométrie" facétieuse : les fonctions kosinus et cinus. Prototypes dont l'objet résultant est une fonction décrite à partir d'une variable numérique faisant intervenir une construction géométrique.

Situation

Soit P le polygone régulier à n sommets de centre o et de sommet I (1,0) et soit t une variable réelle (sur la figure ci-dessous, P est un hexagone).

Soit le point M d'abscisse curviligne t sur le polygone P (origine des abscisses curvilignes I, orientation trigonométrique).

L'abscisse de M est une fonction x de t et son ordonnée une fonction y (ces fonctions dépendent de n).



Remarque

La démarche mathématique est analogue à celle de la définition des fonctions cosinus et sinus. Mais ici les fonctions obtenues sont affines par morceaux.

Commentaire sur la réalisation

Dans le prototype "kos", à partir de la donnée de n et de la variable muette t , on construit par la géométrie le point d'abscisse curviligne t sur le polygone P (sans d'ailleurs créer le polygone) et on récupère son abscisse. (voir le texte de la figure).

Voici un extrait du texte de la figure qui utilise ce prototype :

```

n entier libre de [2,40]
  Objet libre n, paramètre: 6
  I point de coordonnées (1,0) dans le repère Roxy
  I' point de coordonnées (-1/μ(n=2),0) dans le repère Roxy
  t réel libre de [-20,20]
    Objet libre t, paramètre: 0.7
    k kos à n sommets
    O point de coordonnées (0,-2.8) dans le repère Roxy
    R repère (O,vec(i),vec(j)) (graduations: 1,1)
    K graphe de k sur [-20,20] (400 points, repère R)

```

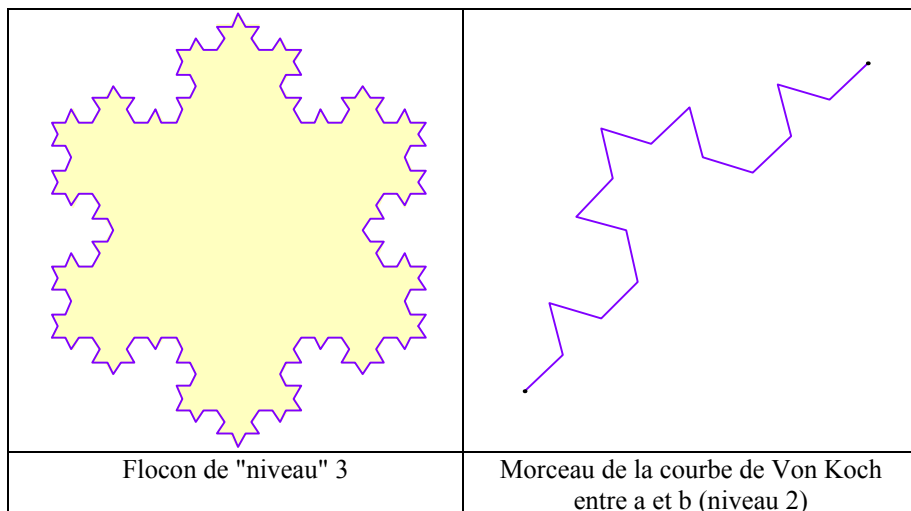
Le principe est identique pour le prototype Cin.

FloconVonKoch

Bis repetita.

Situation

Le flocon est, peut-être, suffisamment connu pour qu'on ne le présente plus. On trouvera cependant sa description dans les exemples de niveau 2 accompagnant GeoplanW, version 1.



Commentaires sur la réalisation

Rappelons que le flocon de la version 1 était réalisé en construisant les "pointes triangulaires" en mode trace. Cette nouvelle version utilise un prototype ce qui permet d'éviter le mode trace. Le prototype utilise pour des calculs assez répétitifs six fonctions dont deux sont des fonctions à deux variables. Le "morceau de la courbe de Von Koch" construit par le prototype est un lieu de points. On pourra, pour bien comprendre ce que construit le prototype, faire un essai d'utilisation : à partir de deux points quelconques (libres dans le plan par exemple) utiliser l'article de menu *Objet selon prototype, Morceau de la courbe de Von Koch* et choisir un niveau 2 par exemple (penser alors à ne pas sauvegarder en l'état). Le détail de ce prototype est assez complexe et nous ne l'expliquerons pas ici.

L'examen du texte de la figure montre l'existence de deux autres prototypes qui n'apparaissent pas au menu : ceci est permis par l'introduction dans le texte d'un prototype de la phrase "Prototype non accessible par le menu". Il est, en effet, des figures dans lesquelles certains prototypes n'ont pas d'autre intérêt que de faciliter la réalisation technique ; il est alors commode de pouvoir les "cacher". Dans cette figure, les deux prototypes cachés sont là pour permettre le coloriage du flocon ce qui ne présente qu'un (appréciable) intérêt esthétique. Le prototype "Morceau de la

courbe de Von Koch" pourrait légitimement être, lui aussi, caché : nous l'avons laissé pour faciliter la compréhension.

Exemples de figures avec "Indice du premier terme nul d'une suite"

PGCD

Calcul du pgcd de deux entiers utilisant un prototype (pour créer la fonction reste dans une division euclidienne) et **l'indice du premier terme nul d'une suite**.

Situation

Deux entiers libres sont modifiables. La figure calcule et affiche la valeur de leur pgcd.

Commentaire sur la réalisation

Chacun sait que le pgcd est le dernier reste non nul dans l'algorithme d'Euclide. On introduit donc la suite (R_n) des restes par cet algorithme et l'indice n du premier terme nul de cette suite. Le pgcd est alors R_{n-1} que l'on fait afficher.

Pour ce qui est du prototype "fonction reste euclidien", la lecture de son texte devrait permettre d'en comprendre le principe (voir le fichier Geoplan-Geospace).

PolygonesEtPi

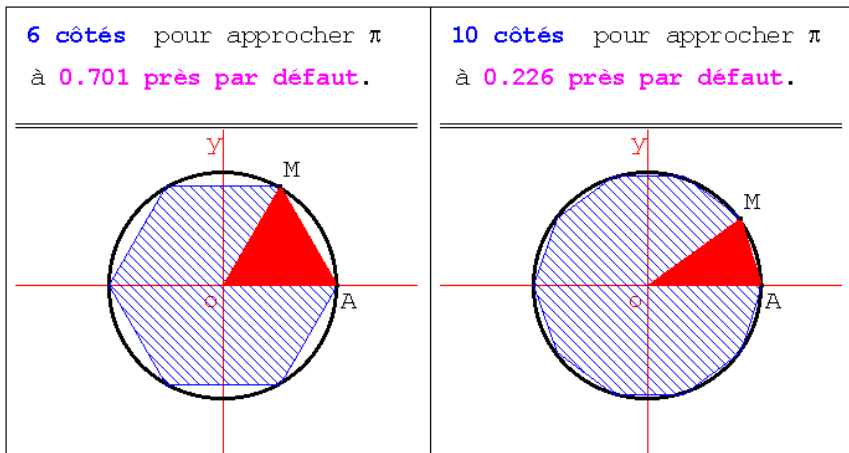
Ce fichier donne un exemple simple d'utilisation, conjointement à la fonction logique μ , de l'article **Indice du premier terme nul d'une suite**. Cet exemple est volontairement modeste ; l'utilisateur de Geoplan-Geospace pourra s'en inspirer pour mettre en oeuvre des algorithmes d'analyse numérique plus pointus.

Situation

Un n -gone régulier est inscrit dans le cercle trigonométrique. Il est "évident" (et pourtant à démontrer) que si n augmente, le n -gone tend à recouvrir presque entièrement le disque qui le contient.

Geoplan va permettre de déterminer ici le plus petit nombre entier N pour que l'aire du N -gone soit une approximation de π (par défaut) avec une précision choisie *epsi*. C'est donc la précision *epsi* que l'on pilote; à chaque changement opéré sur la précision, le nombre entier N est alors automatiquement recalculé et la représentation immédiatement adaptée.

Comme la suite des aires est croissante et bornée par π , N est aussi le rang à partir duquel la précision demandée est toujours réalisée.



Commentaires sur la réalisation

Dans un premier temps, on définit la suite u par l'expression algébrique de $u(n)$ = aire du n -gone régulier (cette expression est valable pour $n > 1$, mais dans la pratique on préférera prendre 4 comme indice minimal). Le dessin d'un des n triangles isométriques qui constituent le n -gone est mis en valeur pour aider à la compréhension de l'expression algébrique $u(n)$.

La définition de u est suivie de quelques lignes définissant successivement epsi , une suite v et l'indice N de son premier terme nul. Extrait du texte de la figure :

```

u suite définie à partir de 4 par  $u(n)=n*\sin(2\pi/n)/2$ 
epsi réel libre de [0.001,1]
  Objet libre epsi, paramètre: 0.20776367188
v suite définie à partir de 4 par  $v(n)=\mu(u(n)+\text{epsi}<\pi)$ 
n indice du premier terme nul de la suite v
  
```

La fonction logique μ renvoyant 0 si son argument booléen est faux, 1 s'il est juste, $v(n)=1$ si et seulement si $u(n)+\text{epsi}<\pi$, autrement dit si et seulement si la surface du n -gone n'est pas une valeur approchée de π à epsi près par défaut ; autrement dit, $v(n)=0$ si et seulement si la surface du n -gone est une valeur approchée de π à epsi près par défaut.

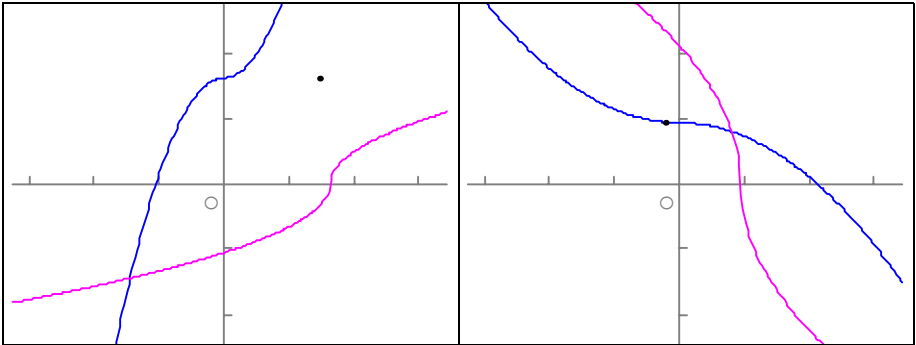
Par définition de N , $v(N)=0$, donc la surface du N -gone est une valeur approchée de π à epsi près par défaut.

InverseDichotomie

On trouvera dans cet exemple deux prototypes : le premier pour rechercher les zéros d'une fonction d'une variable par la méthode de dichotomie (ce prototype utilise une suite et l'indice du premier terme nul) ; le deuxième (qui fait appel au premier) permet d'inverser de manière approchée une fonction inversible.

Situation

On a créé une famille de fonction f d'expressions $f(x) = ax|x| + b$ où a et b sont les coordonnées d'un point du plan dit ici "point pilote". La fonction f est inversible pour $a \neq 0$. Son inverse g est calculée de manière approchée en résolvant, pour chaque y , l'équation $f(x) = y$ par la méthode de dichotomie.



Commentaire sur la réalisation

Le prototype "Dichotomie pour $f(x)=0$ entre a et b " permet de résoudre de manière approchée une équation du type $f(x) = 0$ sur un intervalle $[a ; b]$ (ceci suppose que l'on ait auparavant "séparé" les racines).

Il utilise une suite (u_n) définie de la façon suivante : pour une fonction f , croissante définie et continue sur $[a,b]$ et telle que $f(a) < 0$ et $f(b) > 0$, on pose $h=b-$

$$a \text{ et } \begin{cases} u_0 = a \\ u_n = u_{n-1} \text{ si } f(u_{n-1} + \frac{h}{2^n}) \geq 0 \text{ et } u_n = u_{n-1} + \frac{h}{2^n} \text{ si } f(u_{n-1} + \frac{h}{2^n}) < 0 \end{cases}$$

On souhaite arrêter l'itération dès que la valeur de la fonction est inférieure à $1/1000$, c'est à dire dès que $|f(u_n)| > 0.001$ devient faux, soit encore dès le premier indice n tel que $\mu(|f(u_n)| > 0.001)$ est nul.

On introduit donc une suite (v_n) , le premier indice n pour lequel v_n est nulle puis une valeur approchée convenant $x = u_n$.

Examiner l'extrait du texte du prototype ci-dessous : outre les suites précédemment décrites, on y trouvera un coefficient s permettant de prendre en compte le cas d'une fonction décroissante et une limitation à 23 pour l'indice n .

Début de [Dichotomie pour $f(x)=0$ entre a et b]
 f0 fonction donnée
 a0 réel donné
 b0 réel donné
 $a = \min(a0,b0)$
 $b = \max(a0,b0)$
 $N = 24$
 $h = b-a$
 $s = \mu(f0(a)<0)-\mu(f0(a)>=0)$
 f fonction: $x \mapsto sf0(x)$
 u suite définie à partir de 0 par
 $u(n)=(u(n-1)+h/2^n)\mu(f(u(n-1)+h/2^n)<0)+(u(n-1))\mu(f(u(n-1)+h/2^n)>=0)$
 et le premier terme a
 v suite définie à partir de 0 par $v(n)=\mu(\text{abs}(f(u(n))))>0.0001$ et $n<N$
 n indice du premier terme nul de la suite v
 $x = u(n)/\mu(n<N)$
 Description de l'interface
 x racine de f0 (dichotomie a0 , b0)
 fonction:
 nombre réel a:
 nombre réel b:
 Résultat (nombre réel):
 Aide particulière non écrite.
 Fin de [Dichotomie pour $f(x)=0$ entre a et b]

Le deuxième prototype "Fonction inverse (par dichotomie)" se comprend aisément en lisant son texte (voir le fichier Geoplan-Geospace).

Figures dans l'espace

Exemples de figures avec des prototypes

SphereCirconsrite

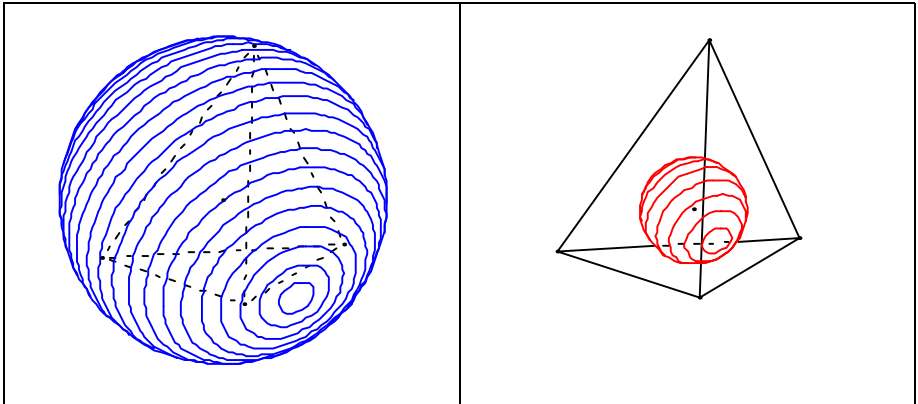
Sphère circonscrite à un tétraèdre.

Situation

Un prototype a été créé pour déterminer le centre de la sphère circonscrite à un tétraèdre. Pour utiliser ce prototype, il suffit de créer quatre points dans l'espace (quatre points libres, par exemple) puis de créer le centre cherché par prototype puis enfin (si on le souhaite) la sphère centrée en ce point et passant par l'un des quatre points.

Commentaire sur la réalisation

Examiner le texte du prototype qui utilise, comme il est prévisible, des plans médiateurs.



SphereInscrite

Sphère inscrite dans un tétraèdre. Prototype appelant un prototype.

Situation

On veut créer un prototype pour déterminer le centre de la sphère inscrite dans un tétraèdre. On va procéder comme dans l'exemple précédent mais il serait utile de disposer de l'objet « plan bissecteur d'un angle dièdre » qui n'existe pas dans Geoplan-Geospace. On va donc créer un prototype pour définir cette nouvelle classe d'objet puis on utilisera ce prototype pour créer celui donnant le centre de la sphère inscrite.

Commentaire sur la réalisation

Examiner les textes des deux prototypes. On y retrouvera une construction géométrique du plan bissecteur d'un dièdre.

SurfaceRevolution

Une surface de révolution est visualisée à l'aide d'une juxtaposition de troncs de cônes.

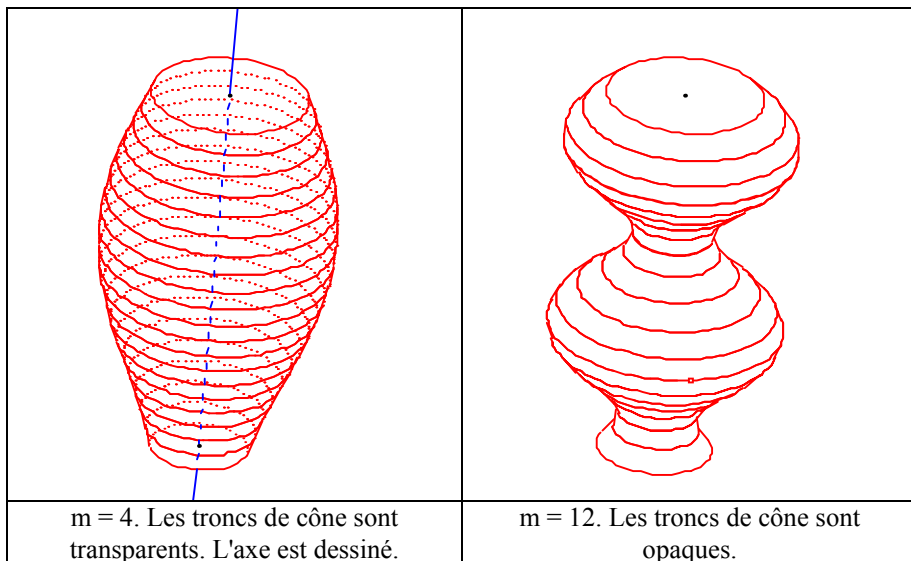
Situation

A partir de deux points de l'espace et d'une fonction à une variable, on crée une représentation approchée de la surface de révolution d'axe défini par les deux points et de génératrice une courbe représentative de la fonction.

Commentaire sur la réalisation

A et B sont deux points libres de l'espace. La fonction utilisée dans l'exemple est la fonction définie par $f(x) = 2 + \sin(mx)$ (on peut, bien sûr, en changer aisément). Elle a été paramétrée "pour la beauté de la figure" que l'on peut ainsi déformer joliment en faisant varier m.

La figure a été obtenue en créant, à partir d'un prototype, 20 troncs de cônes dont les centres sont situés sur l'axe et les rayons de bases calculés comme images par la fonction f de l'abscisse du centre dans le repère (A,B) de l'axe.



KosCinEspace

Situation

En utilisant les prototypes Kos et Cin décrits plus haut, on peut obtenir dans l'espace une courbe qui ressemble à l'hélice circulaire droite mais qui est tracée sur un prisme régulier à n faces latérales.

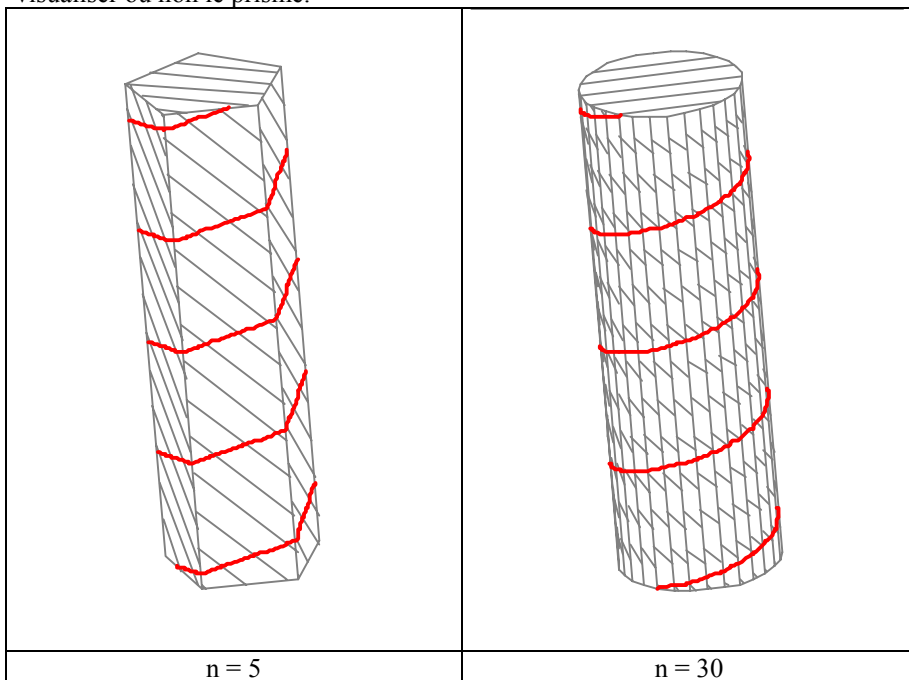
Commentaire sur la réalisation

n est un entier, u est une fonction de type kos (à n sommets) et v est une fonction de type cin (aussi à n sommets).

La courbe a pour représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = u(t) \\ y = v(t) \\ z = \frac{t}{4} \end{cases}$$

On peut agir sur n avec les flèches du clavier. Une commande permet de visualiser ou non le prisme.



Exemples de figures avec des maillages

Panier

(Exemple présenté dans l'introduction)

Situation

Une surface de l'espace est représentée par un maillage obtenu comme lieu de point avec deux pilotes réels.

Commentaire sur la réalisation

u et v sont deux réels libres respectivement dans les intervalles $[0 ; \pi]$ et $[-\pi ; \pi]$.

Le point M est défini comme point repéré de coordonnées :

$$\begin{cases} x = (1-2\cos v)\cos u \\ y = (1-2\cos v)\sin u \\ z = 3\sin v \end{cases}$$

Le maillage L est le lieu du point M, réalisé avec 40 valeurs pour chacun des deux pilotes u et v .

PaysageSinusoidal

(Exemple présenté dans l'introduction)

Situation

Une surface de l'espace est représentée par un maillage obtenu comme graphe d'une fonction de deux variables.

Commentaire sur la réalisation

La fonction de deux variables doit avoir été définie avant de créer le maillage.

C'est, dans cet exemple, la fonction définie par $f(x,y) = \frac{(\sin 2x)(\sin 2y)}{x y}$

Le maillage L est le graphe de f sur $[-5 ; 5] \times [-5 ; 5]$, réalisé avec 70 valeurs pour chacune des deux variables.

LieuDunMilieu

Situation

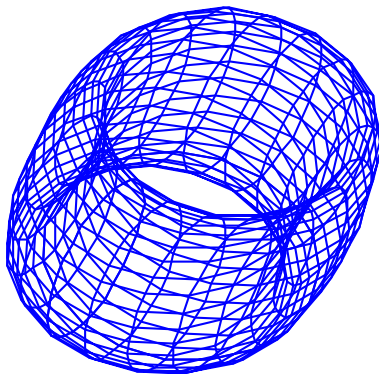
Une surface de l'espace est représentée par un maillage obtenu comme lieu de point avec deux pilotes. Les pilotes sont des points libres de l'espace. (Exemple très simple.)

Commentaire sur la réalisation

A partir de quatre points libres de l'espace, on a construit deux cercles C_1 et C_2 .

Deux points M_1 et M_2 sont respectivement libres sur ces deux cercles. I est le milieu de $[M_1 M_2]$.

Le maillage L est le lieu du point I, piloté par les deux points M_1 et M_2 . Le maillage est réalisé avec respectivement 30 valeurs pour M_1 et 20 valeurs pour M_2 .



BouteilleDeKlein

Situation

Surface de l'espace n'ayant qu'une seule face et pas de bord, la bouteille de Klein est bien connue des personnes qui fréquentent les mathématiques. Elle est, dans ce fichier, représentée par un maillage, obtenu comme lieu de point avec deux pilotes. Le premier pilote est un réel ; le deuxième pilote est un point de l'espace dépendant du premier pilote. La bouteille a été construite selon les indications données sur internet à l'adresse suivante :

<http://melusine.eu.org/syracuse/metapost/vrac/klein01/>

Le principe général est de créer une surface engendrée par le mouvement d'un cercle de rayon éventuellement variable qui revient sur lui-même après rotation d'un demi-tour.

Commentaire sur la réalisation

Nous n'indiquerons ici que les grandes lignes de la construction.

Une courbe paramétrée fermée périodique ayant un point de rebroussement tourné vers l'extérieur détermine le profil de la bouteille.

Les équations de la courbe retenue pour ce fichier, sont
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = f_2(t) \\ z = f_3(t) \end{cases}$$

avec $f_2(t) = c * \left(\sin^2 t - \frac{1}{2} \right)$ et $f_3(t) = d * \left(\cos^2 \left(t + \frac{\sin^2 t}{2} \right) - \frac{1}{2} \right)$. Les coefficients c et d sont des réels libres permettant de modifier la forme de la courbe et donc de la bouteille.

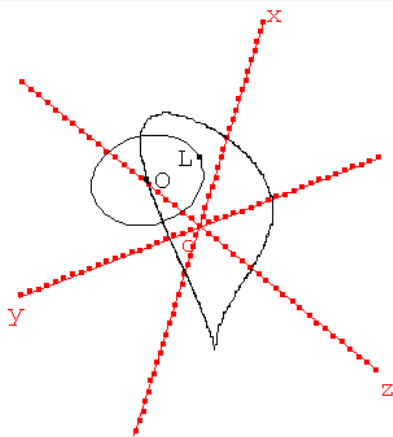
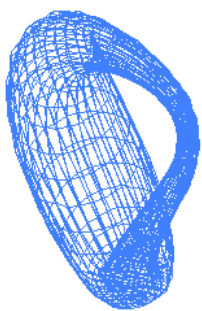
A partir d'un point O décrivant cette courbe, de paramètre t choisi dans l'intervalle $[0, 2\pi]$, on construit un cercle C_0 centré en O , dans un plan orthogonal à la tangente au profil, de rayon variable $R(t)$.

La fonction R doit être de même période que la courbe paramétrée et, bien sûr, positive ; cette fonction va déterminer le rayon de la bouteille en chaque point du profil.

Dans ce fichier, la fonction R a été définie par $R(t) = a + 4 * b * \left(\frac{\sin(2t + \sin^2 t)}{5} \right)$,

où a et b sont des paramètres permettant de modifier le rayon du cercle et donc l'allure de la bouteille.

Un point L est défini comme point libre sur le cercle C_0 . La bouteille de Klein est alors définie comme lieu du point L avec comme pilotes le paramètre réel t et le point L . Pour de plus amples informations, voir le texte de la figure.

	
<p>La courbe paramétrée et l'un des cercles C_0.</p>	<p>Un maillage de la bouteille de Klein.</p>

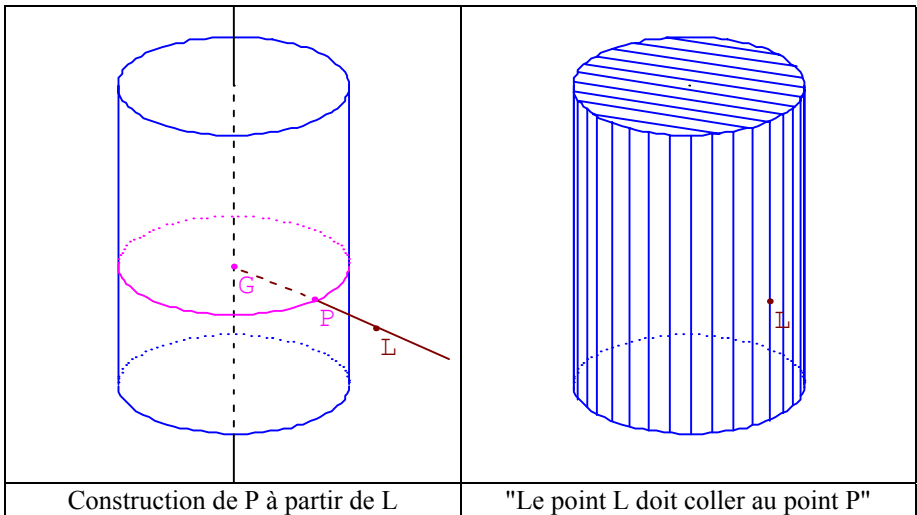
Exemples de figures avec des points collés

PointLibreSurCylindre

Réalisation, par la technique du point collé, d'un point "libre" sur un cylindre de révolution d'axe (oz).

Commentaires sur la réalisation

Le point P est construit à partir du point libre dans l'espace L : le plan parallèle à (oxy) passant par L coupe le cylindre selon un cercle c de même rayon que le cylindre et de centre G ; le point P est l'intersection de la demi-droite [GL) et du cercle c. Dans la figure, le point P a été défini par ses coordonnées, calculées à partir de celles du point L. Il reste à écrire, dans le texte de la figure, la phrase : "le point L doit coller au point P" pour obtenir l'effet souhaité dès que l'on déplace le point L à la souris.



Exemples de figures avec des couleurs RVB

ArcEnCiel

Situation

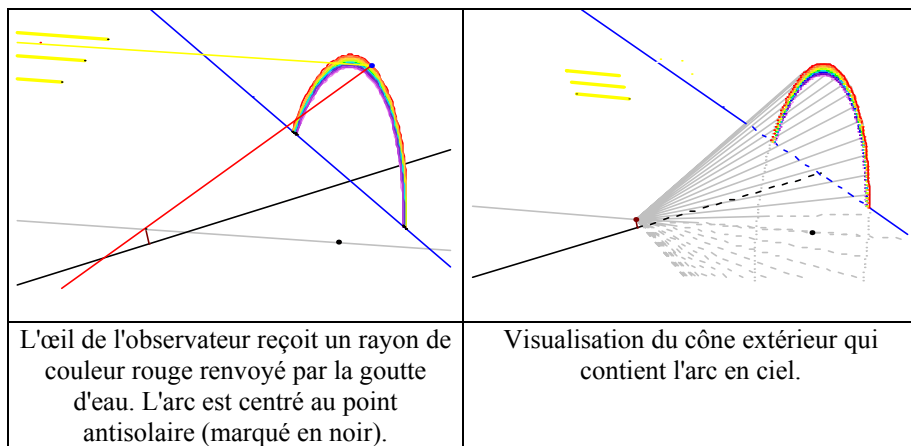
Simulation géométrique d'un arc en ciel. Cet exemple a été réalisé pour illustrer un TPE (Travaux Personnels Encadrés) en classe de première S.

Rappel sommaire du phénomène physique

Un rayon de lumière blanche (figuré en jaune sur le dessin ci-dessous) composé d'une infinité de couleurs allant du rouge au violet entre dans une goutte d'eau en subissant une première réfraction ; il se réfléchit à l'intérieur de la goutte et en ressort en subissant une deuxième réfraction. L'angle du rayon sortant dépend de la longueur d'onde (ou ce qui revient au même de la couleur). Ainsi la goutte d'eau va-t-elle décomposer la lumière blanche : un rayon violet sera plus dévié qu'un rouge. L'angle entre le rayon incident et le rayon sortant varie entre 40° (pour le violet) et 42° (pour le rouge).

Si un observateur, le dos au soleil, se trouve placé de façon à ce que la pluie tombe devant lui, les gouttes de pluie éclairées par le soleil situées à un angle de 40° à 42° par rapport à la direction du soleil lui renverront des rayons colorés formant un arc en ciel. Cet arc se trouve donc situé entre deux cônes, d'axe la droite passant par l'œil de l'observateur, dirigée par les rayons du soleil (supposés

parallèles) et d'angles d'ouvertures respectifs 40° et 42° (l'arc violet détermine le cône intérieur et le rouge, le cône extérieur). La hauteur du soleil est importante : elle doit être comprise entre 0° et 42° ; au delà, le cône se trouverait situé au dessous de la ligne d'horizon.



Commentaires sur la réalisation

Le sol est figuré par le plan (xoy) du repère de référence. L'observateur est simulé par un segment parallèle à (oz) ayant une extrémité sur l'axe (ox) : on peut régler sa position sur (ox) et la hauteur de son œil (on pourra ainsi comprendre que l'arc en ciel puisse être un cercle complet si l'observateur est situé sur une hauteur dominant une plaine assez profonde). On imagine que cet observateur regarde dans la direction de (ox) et a le soleil dans le dos : la direction des rayons solaires est figurée par une direction de droite du plan (xoz) ; elle est modifiable. On a simulé l'arc en ciel en traçant 13 arcs de couleurs distinctes allant du violet au rouge, inscrits entre les deux cônes signalés plus haut et situés dans un plan P perpendiculaire à la direction des rayons solaires (le plan P passe par le point antisolaire, intersection de l'axe des cônes et du plan du "mur d'eau"). Les couleurs RVB ont été choisies "à vue".

Les 13 arcs étant construits sur le même modèle, deux prototypes visibles dans le texte de la figure ont permis de systématiser la construction. Ces prototypes ont été déclarés comme "non accessible par le menu" car il n'ont pas été conçus pour une utilisation extérieure.

Dans le texte de la figure, tout ce qui suit la création des 13 arcs relève de l'enjolivement de la figure et non de la simulation visée.

Figures exploitant la communication entre des figures du plan et de l'espace

VitreDurer_Plan , VitreDurer_Espace

(Exemple présenté dans l'introduction)

Situation

Deux figures que l'on met en mosaïque verticale représentent en projection centrale un quadrillage du plan. La figure de l'espace explique la construction, la figure plane montre le résultat. L'animation prévue dans les fichiers est plus parlante que les images fixes.

SectionEnVraieGrandeur_Plan , SectionEnVraieGrandeur_Espace

(Exemple présenté dans l'introduction)

Situation

P, Q et R étant trois points situés sur des arêtes d'un tétraèdre régulier, on construit dans la figure plane la section plane du tétraèdre par le plan (PQR) en n'utilisant que des reports de longueurs. La construction pas à pas de la section se fait en modifiant une variable à l'aide des flèches du clavier dans la figure plane. La figure de l'espace s'actualise au fur à mesure par un changement de couleur des éléments utiles.

Commentaire sur la réalisation

Chacune des figures importe les valeurs de variables définies dans l'autre. La figure plane importe l'abscisse de chaque sommet de la section (abscisse sur l'arête où il se trouve). La figure de l'espace importe la valeur de la variable m qui commande la construction pas à pas (m est un entier compris entre 1 et 5) ; les couleurs des objets intéressants se modifient selon cette valeur.

Dans chaque figure, de nombreux objets sont créés à l'aide de la fonction μ , ce qui permet de les rendre valides au moment souhaité. Par exemple, si on veut faire apparaître sur le dessin un point H seulement lorsque m vaut 3, un point H' est créé non dessiné et on crée le point H (dessiné) barycentre de H' affecté du coefficient $\mu(m=3)$. H ne sera visible que si m vaut 3.

AireVolumes_Plan , AireVolumes_Espace

(Exemple présenté dans l'introduction)

Situation

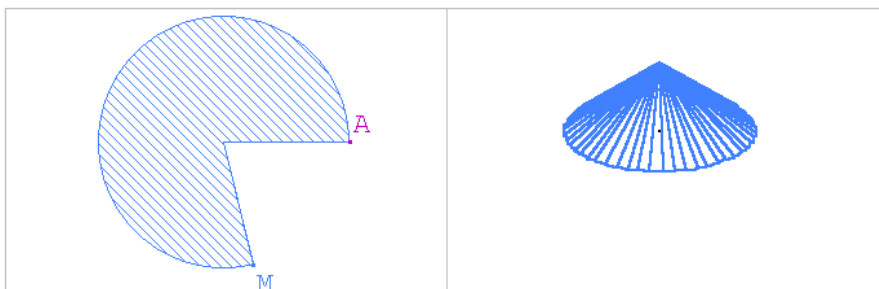
Dans la figure de l'espace, ABCD étant un tétraèdre quelconque et M un point de l'arête [BC], on considère le plan Π passant par M parallèle à deux arêtes opposées. Ce plan détermine d'une part une section du tétraèdre et d'autre part deux convexes. On s'intéresse aux variations de l'aire de la section, et du volume de chacun des deux "demi-tétraèdres".

La figure plane permet d'obtenir les courbes des trois fonctions en mode Trace.

ConeParPatron_Plan , ConeParPatron_Espace

Situation

La figure plane est un secteur circulaire variable. La figure de l'espace est un cône dont un patron est constitué par la figure plane.



Commentaire sur la réalisation

Le secteur circulaire dépend de deux points libres A et M : A permet de modifier le rayon ; M permet de modifier l'angle. On calcule alors la hauteur h et le rayon de base R du cône. Ces valeurs sont importées par la figure de l'espace.

Cone , DeveloppementCone

Situation

A partir d'un point P "libre" sur un cône de l'espace, on a construit le point P correspondant sur une figure plane qui est un développement du cône. Lorsque l'on déplace P sur la figure de l'espace, le point P de la figure plane suit. De la même façon, le point N est "libre" dans le secteur circulaire correspondant au développement du cône et lorsque sa position est modifiée sur la figure plane, le point N de la figure de l'espace prend la position correspondante sur le cône.

Ces figures permettent d'étudier certaines géodésiques du cône : on peut chercher, par exemple, la longueur du plus court chemin tracé sur le cône pour aller de A au milieu de la génératrice [SB] ou encore, pour aller de A à B.

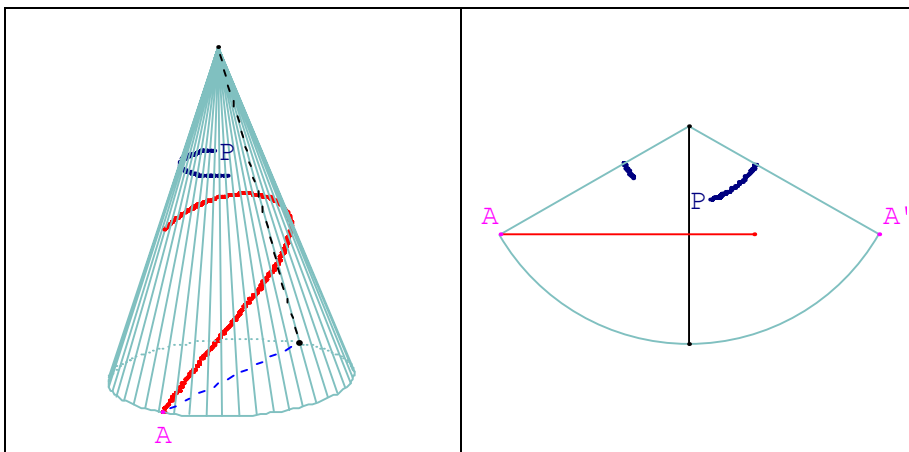
Commentaire sur la réalisation

Les deux points "P libre sur un cône" et "N libre dans un secteur circulaire" ont été réalisés par la technique du point collé.

Dans la figure de l'espace "Cone" : P, point libre de l'espace est collé sur un point p dont les coordonnées sont calculées à partir de celles de P.

Dans la figure du plan "DeveloppementCone" : N, point libre du plan est collé sur un point n de coordonnées adaptées à celles de N.

Chacune des deux figures du plan et de l'espace importe des valeurs de variables de l'autre. Ainsi lorsque les coordonnées du point P, et par conséquent celles de p, sont modifiées sur la figure de l'espace, la figure du plan importe trois réels, nommés R, l et zw qui permettent de construire la position de P sur le développement du cône. De même, lorsque les coordonnées du point N (et donc celles de n) sont modifiées sur la figure du plan, la figure de l'espace importe deux réels nommés long et ang qui permettent de construire la position de N sur le cône.



V - Classifications des exemples

Avertissement

Compte tenu des différentes versions du logiciel déjà publiées, nous avons adopté pour classer les exemples la méthode suivante :

les exemples déjà publiés sont majoritairement intégrés à cette nouvelle version selon les mêmes classifications et les mêmes répertoires que précédemment (le répertoire Exemples de la version Geoplanw2 s'appelant désormais Exemple3Plan),

les nouveaux exemples ne sont référencés que par rapport aux nouvelles fonctionnalités du logiciel qu'ils illustrent (même s'ils utilisent, et c'est bien sûr souvent le cas, des fonctionnalités déjà présentes dans les versions précédentes),

ces nouveaux exemples sont placés dans trois répertoires : Plan2002, Espace2002 et FiguresCommunicantes,

dans quelques cas, des exemples déjà publiés ont été améliorés grâce aux nouveautés du logiciel : leurs classifications ont alors pu être modifiées.

Classification des exemples du plan selon ce qu'ils illustrent

Versions GeoplanW1 et GeoplanW2

Affichage : DroitRep, MontrDig, Refract, RepCart, ProgLin.

A la place de : Fleches, Envelop.

Barycentre : Bezier4.

Cadre : FnCadres, Losange, Perimetr.

Calcul géométrique : Perimetr, CercTang, Refract.

Commande :

d'affectation : Tete.

d'affectation aléatoire : Milieux, OrthoJeu.

d'animation : AnimIneq.

de création itérative : Carres.

de dessin en bloc : Envelop, Perimetr.

de dessin par étapes : Projetel et Projete2.

de mémorisation de position : Losange.

de répétition : Milieux, AnimIneq.

de sortie de trace : AnimIneq.
de trace **de courbe** : AnimIneq.
 de droite : Envelop.
 de points : Milieux.
 de polygone : Flocon.
Commandes groupées : Milieux, AnimIneq.
Courbe paramétrée : Bezier4, CbeParam.
Courbe définie comme lieu de points : LieuArcs, Escalier.
Demi-plan : ProgLin.
Expressions algébriques : CercTang.
Fonction définie par morceaux : FnInter.
Fonction μ : FnInter, AnimIneq, CubOpaq, Escalier, OrthoJeu.
Import-Export : Moeb1 et Moeb2.
Interdiction de pilotage : Envelop, Projete1 et Projete2.
Lieu de points : Envelop, LieuArcs, Escalier.
Modification des menus : Losange.
Objet non valide : AnimIneq, OrthoJeu.
Ouvrir deux figures : Projete1 et Projete2, Moeb1 et Moeb2.
Pilotage d'un point libre au clavier : Envelop.
Piloter un point sur une courbe : CbeParam, RepCart.
Points collés : CollDisq, CollElli, CollPoly, CollTri.
Protection des objets : Losange.
Prototype : Pavage (20, 21, 40, 41, 42), Spline, EnsBezier, Riemann, MarqSeg,,
 MarqAng, Fleches.
Repère non orthonormal : ProgLin.
Repère variable : DroitRep.
Représentation graphique d'une fonction : RepGraf, RepCart.
Restriction d'une fonction à un intervalle : FnInter.
Simulation d'un phénomène physique : Refract.
Suites récurrentes : Escalier.
Variable de temps : MontrAig, MontrDig.
Version Geoplan-Geospace
Affichage d'un texte : Maximum, DeriveNumerique, PGCD.
Commande de tableau de valeurs : EncadreSolutions.
Fonction définie par valeurs : MedianeStat.
Indice du premier terme nul : PGCD, InverseDichotomie, PolygonesEtPi.
Prototype (avec fonctions) : Riemann, Maximum, DeriveNumerique, Distance,
 KosCin, InverseDichotomie, FloconVonKoch, CourbeIntegrale.

Classification des exemples de l'espace selon ce qu'ils illustrent

Version GeospacW

Affichage : CubEau1, CylCone2, Geodesi2, ImagPoly, ProgLin, TriCub2.

Animation par variable de temps : Planete1.

Calcul géométrique : CubEau1, CylCone1, DeuxTet, TriCub1.

Commande :

d'affectation calculée : EnDroit, EnSinus, Planete2, Rotijk.

d'affectation aléatoire : Couronne, Milieux, ParaLieu.

de changement de vue

par choix d'un plan de face : Geodesi1, ParaLieu, Section.

par mémorisation : Section.

de création itérative : Moebius2, VoluPyr2.

de dessin en bloc : Couronne, DeuxTet, DevCyl, EnSinus, ImagPoly, Thales, Viviani.

de dessin par étapes : Cones.

de répétition de commandes : Couronne, Milieux, ParaLieu.

de sélection pour pilotage au clavier : Revol.

de sortie de trace : Revol.

de trace de courbe : Couronne, Villarc.

de droite : Milieux.

de points : Couronne, CubEau2, Milieux, ParaLieu.

de polygone : Revol.

de projection oblique paramétrée : Sphere.

Commandes groupées : VoluPyr1.

Courbe paramétrée : Courbe1, Moebius1 et Moebius2, SecCone, Viviani.

Courbe définie comme lieu de points : Parasol, Planete2.

Fonction μ : Coplan, CubEau2, Pilocub1, Pilocub2, SecCone.

Import-Export : Pilocub1 et Pilocub2.

Lieu de points : Milieux, ParaLieu, Planete1.

Limiter les dessins à un convexe : Pilocub2.

Patrons d'un polyèdre : BiPat.

Pilotage d'un point libre au clavier : Polyedre, Polygone.

Pilotage d'une variable au clavier : Courbe1, Proglin.

Pilotage en boucle : Courbe1, Villarc.

Piloter un point sur une ligne : Couronne, CubEau1, SecCone, Section.

Point libre dans polygone : TriCub1, Thales.

Point libre sur sphère : Geodesi2.

Polyèdre convexe

défini par ses sommets : Polyedre.

intersection polyèdre/demi-espace : ProgLin.

image de polyèdre : ImagPoly.

enveloppe convexe : Polyedre.

Polygone convexe

défini par ses sommets : Polygone.

section d'un polyèdre par un plan : Section.

enveloppe convexe : Polygone.

Repère : Planete1, Planete2, EnDroit.

Version Geoplan-Geospace

Points collés : Cone, DeveloppementCone, PointLibreSurCylindre

Prototypé (dans l'espace) : SphereCirconsrite, SphereInscrite,
SurfaceRevolution, KosCinEspace, ArcEnCiel

Maillages : Panier, PaysageSinusoidal, LieuDunMilieu, BouteilleDeKlein

Couleurs RVB : ArcEnCiel

Communication entre des figures du plan et de l'espace

CubEau1 et CubEau2,

CylCone1 et CylCone2,

Tricub1 et Tricub2,

VitreDurer_Plan et VitreDurer_Espace,

SectionEnVraieGrandeur_Plan , SectionEnVraieGrandeur_Espace,

AireVolumes_Plan , AireVolumes_Espace,

Cone et DeveloppementCone

ConeParPatron_Plan et ConeParPatron_Espace

Table des fichiers des répertoires des figures du plan

Les titres des exemples sont repris dans l'ordre de la brochure.

Exemple1Plan (page 74)	Exemple2Plan (page 83)	Exemple3Plan (page 89)	Plan2002 (page 141)
CercTang DroitRep Envelop FnCadres LieuArcs Losange Milieux MontrAig MontrDig Perimetr ProgLin Projetel Projet2 RepCart RepGraf Tete	AnimIneq Bezier4 Carres CbeParam Escalier Flocon Moeb1 Moeb2 OrthoJeu Refract	Pavage20 Pavage21 Pavage40 Pavage41 Pavage42 Spline EnsBezier Riemann MarqSeg MarqAng Fleches CollDisq CollElli CollPoly CollTri	EncadreSolutions MedianeStat Maximum CourbeIntegrale DeriveNumerique Distance KosCin FloconVonKoch PGCD PolygonesEtPi InverseDichotomie

Table des fichiers des répertoires des figures de l'espace

BasesEspace (page 101)	ClassicsEspace (page 102)	CoursEspace (page 104)
Cone Cube2 Cylindre Parallel Pave Prisme PrismeDr PrismHex PyrDr Pyramid PyrReg PyrRegu Tetra TetraEqu TetraOrt TetraRec TetReg TronCone	Cube1 Dodecaed Icosaedr Octaedre TetReg Duocuboc Duododic Duotet Moebius1 BalFoot CubOcta Kelvin Rhombicu Ptdodet Rhombodo	Plan PlanPara PlanSeca Thales ToiTheo TriRect VoluPyr1

Les titres des exemples sont repris dans l'ordre de la brochure.

Exemple1Espace (page 104)	Exemple2Espace (page 120)	Espace2002 (page 152)
Cones Courbe1 Couronne CylCone1 et CylCone2 DeuxTet EnsCerc ImagPoly Milieux ParaLieu Parasol Polyedre Polygone Revol Section Sphere Thales ToitTheo TriCub1 et TriCub2 Voltron	BiPat Coplan CubEau1 et CubEau2 DevCone DevCyl DevTronc EnDroit EnSinus Geodesi1 Geodesi2 Latitude Moebius1 Moebius2 PatCub1... PatCub11 PiloCub1 et PiloCub2 Planete1 Planete2 ProgLin Rotijk SecCone Villarc Viviani VoluPyr1 et VoluPyr2	SphereCirconscrite SphereInscrite SurfaceRevolution KosCinEspace Panier PaysageSinusoidal LieuDunMilieu BouteilleDeKlein PointLibreSurCylindre ArcEnCiel

Le répertoire ObserveEspace contient les fichiers pour les "activités de départ".

Fichiers du répertoire FiguresCommunicantes

Les figures nouvelles sont dans l'ordre de la brochure (cf. page 161).

Figure Geoplan	Figure Geospace associée
VitreDurer_Plan SectionEnVraieGrandeur_Plan AireVolumes_Plan ConeParPatron_Plan DeveloppementCone	VitreDurer_Espace SectionEnVraieGrandeur_Espace AireVolumes_Espace ConeParPatron_Espace Cone
Figures accompagnant GeospacW <u>actualisées</u> pour Geoplan-Geospace	
CubEau2 Cylcone2 Pilocub1 Tricub2	CubEau1 Cylcone1 Pilocub2, Tricub1

Classification des exemples selon le niveau auquel ils s'adressent

La classification ci-dessous n'est qu'une indication ; pour chaque exemple, il reste à construire l'activité dans laquelle il pourrait s'insérer.

Il faut aussi remarquer que la difficulté de réalisation technique de la figure Geoplan-Geospace n'est pas significative du niveau auquel elle peut être utilisée. Ainsi certaines figures destinées au collège ont demandé des connaissances et des calculs hors de la compétence des élèves de ce niveau.

	Collège	Lycée		Supérieur
Plan	CercTang DroitRep Fleches Losange MarqSeg MarqAng OrthoJeu Perimetr	AnimIneq Bezier4 Carres CbeParam CollDisq CollElli CollPoly CollTri EnsBezier Escalier Flocon FnCadres FnInter LieuxArcs Milieux ProgLin Projete1	Projete2 Refract RepCart RepGraf Riemann Spline	Envelop Moeb1 Moeb2
			Nouveautés CourbeIntegrale DeriveNumerique Distance EncadreSolutions FloconVonKoch KosCin Maximum MedianeStat PGCD PolygonesEtPi	Nouveautés KosCin
Espace	BiPat Cones DevCone DevCyl DevTronc DeuxTet EnDroit Latitude PatCub1 ... PatCub11 Revol VolTron	BiPat Coplan Courbe1 Couronne DevCone DevCyl DevTronc EnDroit EnsCerc EnSinus Geodesie1 Geodesie2 ImagPoly Milieux ParaLieu Parasol ProgLin	SecCone Section Thales ToiTheo Viviani VolTron VoluPyr	Courbe1 EnDroit EnSinus ParaLieu Parasol ProgLin SecCone
			Nouveautés SphereCirconscrire SphereInscrite SurfaceRevolution PaysageSinusoidal	Thales Villarc Viviani VoluPyr1 Nouveautés KosCinEspace Panier BouteilleDeKlein LieuDunMilieu

	Collège	Lycée
Communication entre figures	CubEau1 et CubEau2 Pilocub1 et Pilocub2 Tricub1 et TriCub2	CubEau1 et CubEau2 CylCone1 et CyCone2 Pilocub1 et Pilocub2 TriCub1 et TriCub2
	Nouveautés ConeParPatron_Plan et ConeParPatron_Espace	Nouveautés AireVolumes_Plan et AireVolumes_Espace Cone et DeveloppementCone SectionEnVraieGrandeur_Plan et SectionEnVraieGrandeur_Espace VitreDurer_Plan et VitreDurer_Espace

Ne s'adressant pas à un niveau spécifique

Moebius1, Moebius2, Planete1, Planete2, Rotijk, Sphere, Villarc.

Nouveautés : ArcEnCiel

Menus de Geoplan-Geospace

On appelle **article** (de menu) tout item terminal d'un menu. On trouvera ci-dessous l'ensemble des articles (écrits en rouge) classés par menus et sous-menus (l'organisation générale des menus est donnée en annexe page 219).

Seuls les articles qui ne se comprennent pas d'eux-mêmes sont expliqués ci-après. Pour tous, il est recommandé de consulter l'aide en ligne dans le logiciel qui donne le plus souvent des indications complémentaires.

Presque tous les articles de menu peuvent être supprimés par l'article *Modifier les menus* du menu *Divers*, ce qui affecte uniquement les menus de la figure active.

I - Menus indépendants des figures

Quatre menus sont indépendants des figures: les menus *Fichier*, *Fenêtre*, *Aide*, *Options*.

Tous leurs articles peuvent être supprimés en utilisant un fichier de configuration (voir page 243). Si tous les articles d'un menu sont supprimés, le menu lui-même est supprimé.

Menu FICHIER

Tous les articles de ce menu sont indépendants des figures.

Nouvelle figure du plan

Nouvelle figure de l'espace

Cet article ouvre une nouvelle figure dans sa fenêtre avec les menus complets et les objets prédéfinis dont on peut voir la liste par l'article *Rappels* du menu *Afficher*. L'utilisation d'un fichier de configuration (voir page 243) permet d'ouvrir une figure choisie à l'avance comme nouvelle figure.

Ouvrir une figure du plan

Ouvrir une figure de l'espace

Permet de charger une figure qui a été sauvegardée sur disque. On peut récupérer des figures créées sous les versions 16 bits (GeoplanW et GeospacW).

Enregistrer

Enregistrer sous

Fermer la figure active

Permet de fermer la fenêtre de la figure active sans quitter Geoplan-Geospace. Utiliser l'article *Fermer tout* du menu *Fenêtres* pour fermer toutes les fenêtres.

Imprimer

Le dessin de la figure active (ou une partie seulement si on a affiché le cadre de limitation) est imprimé avec sa fenêtre matérialisée sur le papier par un rectangle. On choisit la taille qu'aura la fenêtre sur le papier en fixant soit la taille de l'unité de longueur du repère prédéfini soit la taille de la largeur de la fenêtre. Dans le premier cas, on privilégie la taille des objets (segments, cercles...) et, dans le second cas, on privilégie l'encombrement global de la figure.

Configurer l'imprimante

Enregistrer une image

Permet d'enregistrer le dessin de la figure active sous deux formats : Image point par point compressée (*.jpg), Métafichier vectorisé (*.emf).

Quitter (Geoplan-Geospace)

De plus, à la fin de ce menu, on trouvera les noms des quatre dernières figures ouvertes.

Menu FENÊTRE

Tous les articles de ce menu sont indépendants des figures. Ce menu donne aussi la liste des fenêtres, donc des figures, ouvertes.

Cascade

Si plusieurs figures sont ouvertes, chacune dans une fenêtre, cet article positionne les fenêtres en cascade c'est à dire l'une sous l'autre avec un léger décalage pour tous les titres.

Mosaïque horizontale

Si plusieurs figures sont ouvertes, chacune dans une fenêtre, cet article positionne les fenêtres les unes sous les autres, occupant tout l'écran en largeur.

Mosaïque verticale

Si plusieurs figures sont ouvertes, chacune dans une fenêtre, cet article positionne les fenêtres les unes à côté des autres, occupant tout l'écran en hauteur.

Menu AIDE

Ce menu est indépendant des figures.

Aide pour le plan

Permet d'accéder à l'aide générale des figures du plan.

Aide pour l'espace

Permet d'accéder à l'aide générale des figures de l'espace.

A propos

Aide pour Geoplan-Geospace

Permet d'accéder à l'aide générale du logiciel.

Menu OPTIONS

Langue sous-menu

Français

Anglais

Allemand

Ce sous-menu permet de choisir la langue. Le choix d'une langue provoque instantanément la traduction des menus, des dialogues et des textes de toutes les figures ouvertes. Si on ouvre une figure sauvegardée dans une autre langue son texte sera traduit automatiquement à l'exception des commentaires et des paragraphes décrivant les interfaces des éventuels prototypes, dont la traduction doit être faite à la main. Le texte obtenu par l'article *Texte auxiliaire* du menu *Fichier* de l'éditeur de texte d'une figure n'est pas traduit. On peut utiliser ce fait pour comparer le même texte de figure écrit dans deux langues différentes.

Associer

qui permet d'associer les fichiers figures du plan (.g2w) et de l'espace (.g3w) à cette version du logiciel.

Préférences

pour créer un fichier de configuration (voir page 243).

Figure sur fond noir

qui s'applique à toutes les figures ouvertes.

Barre d'outils

pour faire apparaître ou disparaître la barre d'outils dans toutes les figures ouvertes.

II - Menus liés à une figure

Les autres menus sont liés à la figure active et peuvent différer d'une figure à l'autre pour deux raisons : la figure active est une figure du plan ou une figure de l'espace, les menus ont été modifiés. On peut les obtenir en double cliquant dans la fenêtre de la figure.

Généralités sur les créations

Le menu *Créer* est évidemment le menu essentiel. Pour éviter des redites inutiles, certaines informations concernant les modalités de création sont regroupées ici.

Créer, nommer

Pour créer un objet, il est indispensable d'avoir créé au préalable les objets nécessaires à sa définition sauf si ces objets nécessaires sont des droites définies par deux points, des demi-droites ou des segments.

Certaines créations peuvent être provisoirement invalides. Par exemple l'intersection de deux cercles qui ne sont pas sécants au moment de la création. Une confirmation de la création est alors demandée. Si la réponse est positive, l'objet est créé, mais il est non valide et ne peut apparaître à l'écran.

Les noms des objets créés sont soumis à un certain nombre de conditions qui sont détaillées dans l'aide de Geoplan-Geospace. En cas de nom proposé incorrect, un message d'erreur détaillera la nature de la condition non respectée.

Expressions algébriques

Partout où une valeur numérique est attendue (l'abscisse d'un point, le rayon d'un cercle, etc.), il est possible de proposer une expression algébrique dont on pourra contrôler visuellement l'écriture (cf. l'aide).

Celle-ci peut utiliser toutes les opérations et fonctions usuelles (voir liste ci-après) et tous les objets déjà créés, pourvu qu'ils soient compatibles avec les opérations ou fonctions considérées.

Si on utilise une opération ou une fonction nécessitant une unité de longueur (distance, norme, produit scalaire, carré scalaire) et que plusieurs unités de longueurs sont disponibles, le choix de l'unité est proposé.

Si une expression comporte trop de caractères, il faut créer des variables ou des fonctions intermédiaires.

Liste des fonctions et opérations présentes dans Geoplan-Geospace

Les symboles qui sont rappelés ou les exemples d'écritures utilisées sont en gras dans le texte. Minuscules ou majuscules peuvent être utilisées indifféremment dans les noms des fonctions ci-dessous. Les arguments d'une fonction doivent être mis entre parenthèses : par exemple, on écrit **sin(a)** ou **Min(x,z)**.

- Opérations sur les nombres : addition, soustraction, opposé, multiplication *, division /, puissance ^, factorielle !.

- Opérations sur les vecteurs : addition, soustraction, opposé, multiplication par un nombre : **k*vec(i)**, division par un nombre : **vec(i)/k**, produit scalaire : **vec(i)&vec(j)**, carré scalaire : **vec(i)^2**, norme : **norm(vec(i))**.

- Opérations sur les points :

distance : **dist(A,B)** ou **AB** vecteur défini par deux points : **vec(A,B)**.

- Fonctions numériques d'une variable :

logarithme : **ln** exponentielle : **exp** valeur absolue : **abs**

partie entière : **int** racine carrée : **rac** ou **sqrt**

sinus : **sin** cosinus : **cos** tangente : **tan**

arcCosinus : **arccos** arcSinus : **arcsin** arcTangente : **arctan**

- Fonctions numériques à deux variables :

minimum : **min** maximum : **max**

arrangements : **Anp** combinaisons : **Cnp**

- Opérations dont le résultat est une valeur logique (avec la fonction μ) :

égalité de nombres ou de vecteurs : **=**

non égalité de nombres et de vecteurs : **<>**

inférieur : **<** supérieur : **>**

inférieur ou égal : **<=** supérieur ou égal : **>=**

- Opérations sur les valeurs logiques : **et**, **ou**, **non**.

- La fonction **μ** dont l'argument est une valeur logique et le résultat un nombre.

Exemple : **$\mu(x < 3 \text{ ou } x \geq 5)$** vaut **0** si x appartient à [3 ; 5] et **1** sinon.

- Les fonctions et les suites créées par l'utilisateur.

Expressions vectorielles

Partout où un vecteur est attendu (vecteur de base d'un repère, vecteur d'une translation, etc.), il est possible de proposer une expression vectorielle.

Droites, demi-droites et segments

Partout où l'on attend une droite, une demi-droite ou un segment (intersection, point libre sur une droite, milieu, médiatrice, point libre sur une demi-droite, etc.), on peut entrer deux noms de points existants (exemple A'B'). Si par ailleurs une droite (ou une demi-droite ou un segment) définie par ces deux mêmes points a été créée, les deux créations ne seront pas liées pour autant : on peut, par exemple, supprimer une droite (AB) sans provoquer la suppression du point d'intersection des droites (AB) et (CD), ou on peut supprimer un segment [AB] sans provoquer la suppression du milieu du segment [AB].

Plans (pour une figure de l'espace)

Partout où est attendu un plan (intersection de deux plans, section plane d'un polyèdre par un plan, etc.), on a le choix entre :

- entrer trois noms de points déjà créés,
- entrer le nom d'un plan déjà créé,
- entrer oxy, oyz ou ozx qui sont les noms des plans de coordonnées du repère prédéfini R_{xyz} .

Comme pour les droites, si on entre trois noms de points et si par ailleurs un plan défini par ces trois mêmes points a été créé, les deux créations ne seront pas liées pour autant.

Repères, unités de mesure d'angles et de longueur

Il existe un repère prédéfini, R_{oxy} pour une figure du plan, R_{xyz} pour une figure de l'espace, et une unité de longueur prédéfinie U_{oxy} ou U_{xyz} utilisés par défaut. On peut en créer d'autres (voir les articles correspondants du menu *Créer*). Dès que plusieurs repères ou unités de longueur sont disponibles, un choix est proposé pour toutes les créations qui l'exigent.

Le choix de l'unité de mesure d'angle (degré ou radian) est proposé également.

Lors de créations successives, le choix par défaut est toujours le dernier utilisé.

Entrée des listes

Dans certaines créations, on peut avoir à entrer des listes de noms (par exemple, création d'une commande, création de plusieurs segments, etc.).

Dans une liste de noms, séparer les noms par des espaces. Cette séparation n'est pas nécessaire s'il s'agit d'une liste de points (création de segments par exemple).

Menu CRÉER d'une figure du plan

Tous les articles de ce menu sont attachés à la figure et sauvegardés avec elle. Ils peuvent être supprimés par l'article *Modifier les menus*.

Ce menu permet de définir (ou de modifier) une figure en créant de nouveaux objets (ou en redéfinissant des objets déjà construits), de définir des cadres, de définir des affichages, de définir des commandes.

Point sous-menu

Point Libre sous-menu

Création d'un point dont la position initiale est choisie aléatoirement dans un certain domaine et qui est pilotable dans ce domaine à la souris ou avec les flèches du clavier. Lors d'un déplacement, tous les objets créés avec ce point et qui en dépendent sont modifiés en conséquence.

dans le plan

Point pouvant être placé n'importe où dans le plan.

à coordonnées entières

Point dont les coordonnées relativement au repère choisi restent entières.

dans un cadre

Point contraint à rester dans un cadre donné.

sur un segment sur une demi-droite sur une droite

sur un cercle sur un arc

Point contraint à rester sur la ligne donnée.

à abscisse entière

Point libre sur une droite munie d'un repère et dont l'abscisse reste entière. La droite peut avoir été créée en tant que "droite munie d'un repère" ou être simplement donnée par deux points qui constituent dès

lors le repère (AB dans cet ordre définissent le repère (A; \overrightarrow{AB}) ou encore par la donnée de ox ou oy qui sont les noms des axes du repère prédéfini R_{oxy} .

Point repéré sous-menu

Création d'un point défini par ses coordonnées relativement à un repère du plan ou d'une ligne donnée.

dans le plan

Le point est défini par ses coordonnées dans un repère du plan.

sur une droite

La donnée de la droite se fait comme pour un point libre à abscisse entière, le point est alors défini par son abscisse.

sur une demi-droite

Le point est défini par sa distance à l'origine de la demi-droite (créée ou non) relativement à une unité de longueur.

sur un cercle

Un point est repéré sur un cercle par la mesure de l'angle orienté de demi-droites (ox,AM) où A est le centre du cercle et M le point à définir, exprimée dans l'unité d'angle choisie.

Intersection de deux droites

Intersection d'une droite et d'un cercle sous-menu

2 points

Création des points d'intersection d'une droite et d'un cercle. L'attribution des noms choisis pour les points d'intersection est faite par le logiciel suivant une procédure expliquée dans l'aide.

deuxième point

Un des points d'intersection étant déjà connu, le logiciel crée le deuxième.

Intersection de deux cercles sous-menu

2 points

Création des points d'intersection des deux cercles. L'attribution des noms choisis pour les points d'intersection est faite par le logiciel suivant une procédure expliquée dans l'aide.

deuxième point

Un des points d'intersection étant déjà connu, le logiciel crée le deuxième.

Milieu

Centre (divers) sous-menu

Création de points remarquables d'un triangle défini par ses sommets ou du centre d'un cercle.

Centre de gravité

Cercle inscrit

Cercle circonscrit

Orthocentre

Cercle déjà créé.

Barycentre

Création du barycentre d'un système de points pondérés, le nombre de points est quelconque. Dans la boîte de dialogue, on donne la liste des couples (Point, coefficient) séparés ou non par un espace ou une virgule. Exemple : (A , 1) (B , -5) (M , x + 2) (P , -3y²).

Point image sous-menu

Création de l'image d'un ou de plusieurs points par une application du plan.

transformation déjà créée

symétrie axiale

Il s'agit d'une symétrie orthogonale.

symétrie centrale

translation (vecteur)

translation (point-image)

La translation est définie par la donnée de deux points : un point et son image.

homothétie(centre-rapport)

homothétie (centre-point-image)

L'homothétie est définie par la donnée de son centre et d'un point et son image.

rotation (angle mesuré)

La rotation est définie par son centre et son angle donné par sa mesure exprimée dans l'unité d'angle choisie.

rotation (angle 3 points)

La rotation est définie par le centre et l'angle donné par trois points, de la manière suivante : l'angle désigné par ABC est l'angle orienté de demi-droites ([BA), [BC)).

similitude (centre angle rapport)

similitude (centre point image)

La similitude est définie par la donnée de son centre et d'un point et son image.

projection orthogonale

La projection est déterminée par une droite (sa base).

projection sur droite parallèlement à droite

Ligne sous-menu

Droite(s) sous-menu

définies par 2 points

On peut créer simultanément plusieurs droites : on donne la liste des paires de points définissant chaque droite, séparées ou non par un espace.

Parallèle

Création de la parallèle à une autre droite passant par un point.

Perpendiculaire

Création de la perpendiculaire à une autre droite passant par un point.

Médiatrice

Bissectrice

Création de la bissectrice d'un angle de demi-droites de même origine.

Exemple : si les trois points définissant l'angle sont A, B, C dans cet ordre, l'angle est ([BA],[BC)).

Image d'une droite

Création de l'image d'une droite par une transformation : il est nécessaire d'avoir créé préalablement la transformation par le sous-menu *Transformation* du menu *Créer*.

point-coefficient directeur

définie par une équation

Création d'une droite définie par une équation relativement à un repère ; X et Y (en majuscule obligatoirement) représentent les coordonnées d'un point quelconque du plan, relativement au repère choisi.

Exemples : $X = 3$, $Y = 1/4$, $Y = 2X - 3$, $2X + 5Y + 1 = 0$,
 $mX + 4 - 3Y = -pX + aY - m^2$.

Pour éviter les ambiguïtés, il ne faut pas utiliser de variable nommée X ou Y dans l'écriture des coefficients. Il faut les renommer si nécessaire.

munie d'un repère

Création d'une droite dont on donne un repère défini par un point et un vecteur.

Il faut aussi donner le pas de graduation, nécessaire lorsqu'on choisit de graduer la droite.

nommée définie par 2 points

utile si on veut nommer (D par exemple) une droite définie par deux points.

Demi-droite(s) sous-menu

définies par 2 points

On peut créer simultanément plusieurs demi-droites, on donne la liste des couples de points (l'origine et un autre point dans cet ordre) séparés ou non par un espace.

nommée définie par 2 points

utile si on veut nommer une demi-droite définie par deux points.

Segments(s) sous-menu

définis par 2 points

On peut créer simultanément plusieurs segments, on donne la liste des paires de points (les extrémités), séparées ou non par un espace.

nommé défini par 2 points

utile si on veut nommer un segment défini par deux points.

Cercle sous-menu

Défini par centre et rayon

Défini par centre et un point

Circonscrit

Inscrit

Défini par centre et une tangente

Défini par un diamètre

Image d'un cercle

Création de l'image d'un cercle par une transformation : il est nécessaire d'avoir créé préalablement la transformation par le sous-menu *Transformation* du menu *Créer*.

Arc de cercle sous-menu

Dans les trois articles suivants, l'arc est toujours tracé dans le sens trigonométrique en partant du premier point nommé (l'origine) vers le deuxième (l'extrémité).

Demi-cercle

Arc défini par extrémités et cercle

Arc défini par extrémités et centre

Dans les deux articles précédents, puisqu'il s'agit d'arc de cercle, si le centre n'est pas équidistant des extrémités, l'arc est créé mais il est déclaré "actuellement non valide".

Courbe sous-menu

Dans les différents articles de ce sous menu (sauf *Graphe d'une suite*), le découpage est un nombre entier compris entre 20 et 1000 pouvant être une variable. Plus ce nombre est grand, mieux la courbe est redessinée, mais plus lent est son tracé.

Lieu d'un point

Permet de créer et tracer la courbe décrite par un point dépendant d'un objet libre (point ou variable numérique) lorsque cet objet décrit son ensemble de référence.

L'objet libre appelé "pilote" doit être soit un point libre sur un segment ou sur un cercle ou sur un arc de cercle, soit une variable numérique libre dans un intervalle borné.

Par défaut, la courbe est tracée en style "points non liés".

Graphes d'une fonction déjà créée

Permet de créer et de tracer, sur un certain intervalle, la courbe représentative, dans un repère, d'une fonction numérique préalablement créée (sous-menu *Numérique*).

Graphes d'une fonction

Permet de créer et de tracer, sur un certain intervalle, la courbe représentative, dans un repère, d'une fonction numérique définie par une expression, la variable étant X (en majuscule) obligatoirement.

Exemple : C courbe définie par $Y = 2X^3 - 5X + 1$, X décrivant $[-3,4]$ (500 points, repère R_{oxy})

Courbe paramétrée

Permet de créer et de tracer dans un repère une courbe définie paramétriquement, le paramètre décrivant un certain intervalle.

L'abscisse X, l'ordonnée Y du point courant sont des expressions.

Le logiciel propose t comme nom du paramètre mais il peut être changé.

Exemple : c courbe paramétrée par $X = \frac{t}{1+t^2}$, $Y = \frac{1-t^2}{1+t^2}$,

t décrivant $[-10, 10]$ (500 points, repère R_{oxy})

Courbe en coordonnées polaires

Cet article permet de créer et de tracer dans un repère une courbe définie en coordonnées polaires, le paramètre angulaire décrivant un certain intervalle.

Le "rayon vecteur " du point courant de la courbe est une expression dépendant du paramètre.

Le logiciel propose " t " comme nom du paramètre, il peut être changé mais quel que soit le nom choisi, il est écrit θ dans les rappels.

Exemple : C_1 courbe en polaire : $\rho = 2\theta$, θ décrivant $[-4,4]$

(500 points, repère R_{oxy})

Graphes d'une suite

Cet article permet de créer et de tracer dans le repère R_{oxy} le graphe d'une suite numérique préalablement créée (sous-menu *Numérique*), sur un certain intervalle. Le graphe de la suite u est l'ensemble des points de coordonnées (n , u(n)), n variant dans l'intervalle donné. Le graphe est tracé par défaut en " points épais ". Il est possible de le dessiner en " points fins " en utilisant la boîte de style mais on ne peut pas relier les points. 1000 points au maximum sont représentés.

Rectangle sous-menu

Défini par une diagonale

Il s'agit d'un rectangle à côtés parallèles aux bords de l'écran. La diagonale est définie par ses extrémités.

Défini par des coordonnées

Il s'agit d'un rectangle à côtés parallèles aux bords de l'écran.

Il est défini par quatre nombres :

- les coordonnées du sommet en bas à gauche sur l'écran dans un repère existant,
- ses dimensions (largeur et hauteur).

Les axes du repère doivent être parallèles aux bords de l'écran sinon le rectangle est déclaré actuellement non valide.

Polygone sous-menu

Polygone défini par ses sommets

On donne la liste des sommets (de 3 à 40) en respectant l'ordre.

Régulier avec centre et sommet

Le polygone est défini par le nombre de ses côtés (de 3 à 40), son centre et un de ses sommets qui sont deux points déjà créés. Les sommets du polygone ne sont pas créés en tant que points. Si leur création est souhaitée il faudra le faire par le sous-menu *Point*.

Transformation sous-menu

Les articles de ce sous menu permettent de définir certaines transformations géométriques. Ces transformations peuvent ensuite être utilisées pour créer des images de points, de droites, de cercles.

Symétrie axiale

Création d'une symétrie orthogonale définie par son axe..

Symétrie centrale

Création d'une symétrie centrale définie par son centre.

Translation (vecteur)

Création d'une translation définie par un vecteur.

Translation (point-image)

Création d'une translation définie par deux points : un point et son image.

Rotation (angle mesuré)

Création d'une rotation définie par son centre et son angle donné par une mesure exprimée dans l'unité choisie.

Rotation (angle 3 points)

Création d'une rotation définie par son centre et son angle donné par trois points (par exemple, l'angle désigné par ABC est l'angle orienté de demi-droites [BA), [BC)).

Homothétie (centre-rapport)

Création d'une homothétie définie par son centre et son rapport.

Homothétie (centre-point-image)

Création d'une homothétie définie à l'aide de 3 points : son centre, un point et son image. Si ces points ne sont pas alignés, l'homothétie est déclarée "actuellement non valide".

Similitude (centre angle rapport)

Création d'une similitude définie par son centre, son angle donné par une mesure exprimée en une certaine unité et son rapport. Si le rapport est négatif, la similitude est déclarée "actuellement non valide".

Similitude (centre point image)

Création d'une similitude définie à l'aide de 3 points : son centre, un point et son image. Le centre doit être distinct des 2 autres points.

Composée de 2 transformations

Numérique sous-menu

Les articles de ce sous menu permettent la création de variables numériques libres ou liées (résultats de calculs géométriques ou de calculs algébriques), de fonctions numériques, de suites non récurrentes, de suites récurrentes d'ordre 1, de suites récurrentes d'ordre 2.

Dans les articles *Variable réelle libre dans un intervalle* et *Variable entière libre dans un intervalle*, il faut préciser les bornes de l'intervalle dans lequel varie la variable libre, il s'agit d'un intervalle borné. Ces bornes peuvent elles-mêmes être variables.

À la création le logiciel choisit au hasard un nombre (entier ou réel suivant le cas) de l'intervalle comme valeur de la variable.

Dans les articles *Variable réelle libre* et *Variable entière libre*, à la création le logiciel choisit au hasard un nombre (réel ou entier suivant le cas) comme valeur de la variable.

Calcul géométrique sous-menu

Ce sous-menu propose de créer les scalaires (constantes ou variables liées) suivants :

Longueur d'un segment

Coefficient directeur

Distance d'un point à une droite

Angle géométrique

Abscisse d'un point sur une droite

Abscisse d'un point dans le plan

Ordonnée d'un point dans le plan

Abscisse d'un vecteur

Rayon d'un cercle

Aire d'un triangle

Produit scalaire

Angle de vecteurs

Ordonnée d'un vecteur.

Il faut donner un nom aux scalaires créés (dont la valeur ne pourra être visualisée qu'en créant un affichage). Il faut éventuellement choisir l'unité de longueur, l'unité d'angle, le repère suivant les cas.

Pour *Abcisse d'un point sur une droite*, la droite est soit donnée par les noms de deux points qui définiront le repère de la droite, soit par le nom d'une droite définie comme munie d'un repère, soit par ox ou oy .

Pour *Angle géométrique*, l'angle géométrique est donné par trois points : on tape BAC pour donner l'angle géométrique de sommet A et de cotés [AB) et [AC). La mesure est un nombre compris entre 0 et 180 si on est en degrés ou 0 et π si on est en radians.

Pour *Angle de vecteurs*, la mesure est un nombre compris entre -180 et +180 si on est en degrés ou entre $-\pi$ et $+\pi$ si on est en radians.

Calcul algébrique

Cet article permet de définir une variable réelle calculée par une expression.

Exemples : $2x + f(a)$; $\text{norm}(\text{vec}(u)) - 1/g(x)$; $2AM + 3$.

Fonction numérique sous-menu

Fonction numérique à 1 variable

Cet article permet de définir une fonction numérique d'une seule variable réelle. On choisit le nom de la variable muette (une seule lettre) qui doit être différent des noms des autres variables qui interviennent dans l'expression. L'ensemble de définition de la fonction est l'ensemble des valeurs de la variable muette pour lesquelles l'expression peut être calculée.

Exemples : $\sqrt{|x|}$ est définie sur \mathbb{R} ; \sqrt{x} est définie sur $[0 ; +\infty[$;
 $\frac{\sqrt{x}}{\mu(0 < x < 1)}$ est définie sur $]0 ; 1[$

Fonction numérique à 2 variables

Fonction numérique à 3 variables

Ces articles permettent de définir une fonction numérique de deux ou trois variables réelles. On choisit les noms des variables muettes (une seule lettre par variable) qui doivent être différents des noms des autres variables qui interviennent dans l'expression. L'ensemble de définition de la fonction est l'ensemble des valeurs des variables muettes pour lesquelles l'expression peut être calculée.

On ne peut pas représenter graphiquement une telle fonction. (Dans Geospace les fonctions de deux variables peuvent être représentées par un maillage.)

Fonction numérique définie par valeurs

Cet article permet de définir par un tableau de valeurs une fonction soit affine par morceaux, soit définie sur un ensemble fini. Il est

| possible de remplir le tableau par des valeurs issues d'un tableur ou d'un autre document, de le recopier etc.

Suite non récurrente

Le terme général d'indice n de la suite numérique créée est fonction de l'entier n . Exemple : w suite définie à partir de 4 par $w_n = (-2)^n$.

Suite récurrente d'ordre 1

La suite numérique créée est définie par le premier terme et le terme général fonction du terme précédent et éventuellement de n . Exemple : u suite définie par $u_n = 2u_{n-1} + 5n$ et de premier terme $u_1 = 3$.

Suite récurrente d'ordre 2

La suite numérique créée est définie par le premier et le deuxième terme et le terme général fonction des deux termes précédents et éventuellement de n . Exemple : v suite définie par $v_n = v_{n-1} + v_{n-2}$ et les premiers termes $v_0 = 0$ et $v_1 = 1$.

Indice du premier terme nul d'une suite

Cet article permet de créer un nombre qui est, lorsqu'il existe, l'indice du premier terme nul d'une suite déjà créée (lorsqu'il n'existe pas, ou lorsqu'il est supérieur à 30 000, l'objet est non valide). Des figures utilisant cet article sont fournis dans le chapitre "Exemples" page 149.

Repère

Permet de créer un autre repère autre que le repère prédéfini R_{oxy} . Un repère est créé en donnant son origine et les deux vecteurs de base. Le pas de la graduation est celui qui apparaît si possible sur chaque axe quand on choisit le style gradué par l'article *Style crayon* du menu *Divers*.

Vecteur sous-menu

Un vecteur n'est pas un objet dessinable. Il peut être utilisé dans les expressions numériques ou vectorielles dans les créations d'objets géométriques comme les repères, les translations, etc. Il existe deux vecteurs prédéfinis \vec{i} et \vec{j} qui sont les vecteurs de base du repère R_{oxy} .

expression vectorielle

Création d'un vecteur par une expression vectorielle.

coordonnées

Création d'un vecteur en donnant ses coordonnées dans un repère.

Unité de longueur

Permet de créer une autre unité de longueur que U_{oxy} qui est l'unité de longueur liée au repère prédéfini R_{oxy} . Une unité de longueur est définie comme norme d'un vecteur.

Demi-plan sous-menu

A sa création, un demi-plan est hachuré automatiquement. Sa frontière n'est tracée que si le demi-plan est fermé. Les hachures peuvent être changées grâce à l'article *Style crayon*.

défini par droite-point

Le demi-plan est défini par sa frontière et un de ses points.

défini par inéquation

On donne une inéquation dans un repère ; X et Y (en majuscule obligatoirement) représentent les coordonnées d'un point quelconque du plan, relativement au repère choisi.

Exemples : $X \geq 2$; $Y < 3$; $2X - 4Y \leq 1$, $pX + a^2 Y > 3X - 2Y$.

Pour éviter les ambiguïtés, il ne faut pas utiliser de variable nommée X ou Y dans l'écriture des coefficients. Il faut les renommer si nécessaire.

Objet selon prototype

Cet article n'est présent que lorsqu'un ou plusieurs prototypes ont été définis dans le texte de la figure. Un chapitre est consacré aux prototypes.

Cadre

Généralement, on utilise les cadres pour séparer physiquement la figure en plusieurs parties. Un cadre est un rectangle à côtés parallèles aux bords de l'écran. On le définit par deux points situés en diagonale.

On peut limiter le dessin de certains éléments de la figure à un cadre (cf. l'article *Cadrer* du menu *Divers*), on peut astreindre un point libre à rester dans un cadre (cf. l'article *Point libre dans un cadre* du menu *Créer*).

Un cadre n'est pas un objet mathématique mais c'est un objet Geoplan : il a un nom, on peut le colorier, le supprimer, le renommer, le protéger....(cf. les articles correspondants).

Affichage sous-menu

Les articles proposés par ce sous-menu sont :

Variable numérique déjà définie

Coordonnées d'un point

Équation d'une droite (sous la forme $AX + BY = C$)

Équation réduite d'une droite (sous la forme $Y = AX + B$ ou $X = C$)

Longueur d'un segment

Aire d'un triangle

Mesure d'un angle géométrique

Texte

On peut donc faire afficher la valeur d'une variable numérique, les coordonnées d'un point, une équation d'une droite (en choisissant éventuellement le repère), la longueur d'un segment ou l'aire d'un triangle (avec l'unité de son choix), une mesure d'un angle géométrique (en degré ou en radian).

L'affichage est actualisé lorsqu'on modifie les variables de la figure.

Si l'on veut afficher les valeurs d'une fonction, d'une expression algébrique, il faut créer un objet numérique en utilisant l'article *Calcul Algébrique* dans le menu *Créer*, sous-menu *Numérique*.

Si l'on veut afficher une mesure d'un angle de vecteurs, un produit scalaire etc., il faut l'avoir créé comme objet numérique en utilisant le sous-menu *Calcul Géométrique* dans le menu *Créer*, sous-menu *Numérique*.

Il est aussi prévu l'affichage d'un court texte (moins de 80 caractères en tout) pouvant être formaté et pouvant contenir des **expressions mathématiques** et des **valeurs numériques** (voir page 233).

Les affichages apparaissent dans la partie supérieure de la fenêtre de la figure, dans une zone délimitée par une double ligne que l'on peut déplacer à son gré. On peut même masquer les affichages.

Un affichage n'est pas un objet mathématique mais c'est un objet-Geoplan : il a un nom, on peut le colorier, le déplacer, le supprimer, le renommer, le protéger...

Commande sous-menu

Une commande est un ordre ou une suite d'ordres qui sera déclenché par l'appui d'une touche du clavier. Très utiles dans la fabrication d'imagiciels, les commandes permettent d'éviter d'avoir recours aux menus à des moments non opportuns pédagogiquement. De plus certaines actions ne sont accessibles que par commande.

Si l'on associe la même touche à plusieurs commandes, à l'appui de cette touche elles sont exécutées successivement dans l'ordre de leur création.

Les commandes sont des objets Geoplan et elles peuvent être renommées, supprimées, protégées. Elles agissent sur des objets interdits de pilotage. Elles agissent aussi sur des objets protégés ou interdits d'accès sauf si la création de la commande est postérieure à la protection ou l'interdiction d'accès.

Les touches de commandes, à définir à la création de la commande, sont les touches du clavier (une lettre, sans distinguer majuscule de minuscule), un chiffre,

un signe ou la barre d'espace, ou une *combinaison de touches* (touche CTRL enfoncée et une autre touche par exemple).

Dessin en bloc

Une commande de dessin en bloc permet de faire apparaître (ou disparaître, c'est une bascule) plusieurs éléments de la figure simultanément, par simple appui sur une touche du clavier.

Dessin par étapes

Une commande de dessin par étapes permet de faire apparaître plusieurs éléments de la figure de façon consécutive par appuis successifs sur une touche du clavier. Un dernier appui sur la même touche fait disparaître l'ensemble.

Trace

Trace à la demande

A la création d'une commande de trace, on définit une liste d'objets dont on veut garder la trace. L'exécution de la commande fait entrer en mode trace avec cette liste.

De même qu'après une entrée en mode trace par le menu, on sort ici du mode trace par la touche **ESC**, l'article du menu *Afficher*, le bouton de sortie du mode trace ou une commande de sortie d'un mode trace.

La sélection des objets dont la trace est à garder reste valable tant qu'elle n'est pas été modifiée par l'utilisation de l'article *Sélection trace* ou par l'emploi d'une autre commande de trace ou de trace à la demande.

Une commande de trace n'agit pas si on est déjà en mode trace.

Sortie d'un mode Trace

Cette commande permet d'obtenir, par simple appui sur une touche, la sortie d'un mode Trace ou Trace à la demande.

Cette commande semble faire double emploi avec les autres moyens de sortie d'un mode trace. En fait, elle est surtout utile aux auteurs d'imagiciels ou de didacticiels et dans les groupements de commandes.

Sélection pour pilotage au clavier

Cette commande permet d'obtenir, par simple appui sur une touche, la sélection de l'objet libre de son choix pour le piloter au clavier.

Affectations directes

Une commande d'affectation permet de donner des valeurs à des *variables libres* (points ou nombres) par simple appui sur une touche.

A la création de la commande, il faut donner la liste des noms des objets à affecter et la liste des valeurs d'affectation (dans le même ordre évidemment).

Exemple : première liste : A x y
 deuxième liste : B 1+rac(5) sin(a)

A l'appui de la touche de commande le point libre A ira sur la position du point B, la variable réelle libre x prendra la valeur $1+\sqrt{5}$ et la variable réelle libre y prendra la même valeur que l'expression $\sin(a)$.

L'affectation est provisoire puisque les variables restent libres.

Affectations aléatoires

Une commande d'affectation aléatoire permet de donner une position ou une valeur aléatoirement choisie par le logiciel à **certaines objets libres** :

- points libres dans le plan (la position choisie est dans le fenêtre), dans un cadre, sur un segment, sur un cercle, sur un arc,
- variables numériques libres dans un intervalle.

L'affectation est provisoire puisque les variables restent libres.

Affectations mémorisées

Une commande de mémorisation de position permet de mémoriser à sa création :

- la position de points libres de la figure,
- la valeur de variables numériques libres,
- la position du repère R_{oxy} ,

et de retrouver ces valeurs, après modification, par simple appui sur une touche. C'est un retour à un état mémorisé pour ces objets.

Zoom sur point

Une commande de zoom sur point centre l'image sur le point choisi et modifie la taille de la figure (agrandissement si le rapport est supérieur à 1, réduction s'il est inférieur à 1). Le rapport peut être donné par une expression. Lorsqu'il est négatif la commande n'agit pas.

On peut revenir au cadrage initial en utilisant l'article *Revenir au cadrage initial* du menu *Afficher*.

Créations itératives

Une commande de créations itératives permet d'exécuter des suites de créations basées sur le même algorithme de construction. La confection d'une telle commande est un peu délicate. Pour bien la comprendre, il est conseillé de se reporter à l'exemple donné dans l'aide.

Attention : l'exécution d'une commande de création itérative crée de nouveaux objets et modifie la commande elle-même (pensez à regarder les rappels ou le texte de la figure). Il faut sauvegarder la figure **avant** de faire agir la commande. La suppression des objets ainsi créés ne peut se faire que par l'article *Supprimer* ou en agissant sur le texte de la figure (ou en rechargeant la figure...).

Cette commande ne peut reproduire ni des objets prédéfinis, ni des commandes, ni des affichages.

Répétition de commandes

Une telle commande permet de répéter un nombre fixé de fois une suite de commandes. On peut choisir un délai minimum (exprimé en millisecondes) entre deux répétitions afin de ralentir l'exécution de la commande si nécessaire.

On peut, pendant l'exécution d'une commande de répétition, travailler sur une autre figure ou même avec un autre logiciel. On peut interrompre l'exécution d'une commande de répétition en appuyant sur la touche de la commande ou en appuyant sur la touche **ESC** (interruption de toutes les exécutions de commande en cours, un deuxième appui faisant sortir du mode Trace s'il y a lieu).

Il faut éviter de faire figurer dans la suite des commandes à répéter une commande agissant en bascule car l'effet risque d'être surprenant.

Tableau de valeurs

Cette commande permet l'affichage d'un tableau de valeurs d'au moins deux variables dépendantes. Il faut pour cela avoir créé au préalable une variable libre, par exemple x (le pilote), puis une ou plusieurs variables, au maximum quatre, dépendant fonctionnellement de x implicitement ou explicitement. Geoplan doit pouvoir calculer les valeurs de ces variables dès qu'il connaît la valeur de x , soit par une expression, soit par une construction. Si la dépendance fonctionnelle est explicitement une fonction, il convient alors de bien distinguer cette commande de la création d'une fonction définie par valeurs (sous-menu *Numérique*).

Menu CRÉER pour une figure de l'espace

Tous les articles de ce menu sont attachés à la figure et sauvegardés avec elle. Ils peuvent être supprimés par l'article *Modifier les menus*.

Ce menu permet de définir (ou de modifier) une figure en créant de nouveaux objets (ou en redéfinissant des objets déjà construits), de définir des cadres, de définir des affichages, de définir des commandes.

Point sous-menu

Point Libre sous-menu

Création d'un point dont la position initiale est choisie aléatoirement dans un certain domaine et qui est pilotable dans ce domaine à la souris ou avec les flèches du clavier. On peut utiliser le mode Trace pour mieux comprendre les règles qui régissent le déplacement d'un point libre lorsqu'il est piloté au clavier. Lors d'un déplacement, tous les objets créés avec ce point et qui en dépendent sont modifiés en conséquence.

dans l'espace

Point pouvant être placé n'importe où dans l'espace.

dans un plan

Point pouvant être placé n'importe où dans le plan donné.

sur une droite sur une demi-droite sur un segment**sur un cercle sur un arc**

Point contraint à rester sur la ligne donnée.

à coordonnées entières

Point dont les coordonnées relativement au repère de l'espace choisi restent entières.

à abscisse entière

Point sur une droite munie d'un repère et dont l'abscisse reste entière. La droite peut avoir été créée en tant que "droite munie d'un repère" ou être simplement donnée par deux points qui constituent dès lors le repère (AB dans cet ordre définissent le repère (A, \overline{AB}) ou encore par la donnée de ox, oy ou oz qui sont les noms des axes du repère prédéfini R_{xyz} .

dans un polygone

Point contraint à rester à l'intérieur d'un polygone.

sur une sphère

Point contraint à rester sur une sphère.

Point repéré sous-menu

Création d'un point défini par ses coordonnées relativement à un repère de l'espace, d'un plan ou d'une ligne donnée.

dans l'espace

Le point est défini par ses coordonnées dans un repère de l'espace.

dans un plan

Le point est défini par ses coordonnées dans un repère du plan donné. Le plan peut avoir été créé en tant que "plan muni d'un repère" ou être simplement donné par trois points qui constituent dès lors le repère (ABC dans cet ordre définissent le repère (A, \overline{AB} , \overline{AC}) ou encore par la donnée de oxy, oyz ou ozx qui sont les noms des plans de coordonnées du repère prédéfini R_{xyz} .

sur une droite

La donnée de la droite se fait comme pour un point libre à abscisse entière, le point est alors défini par son abscisse.

sur une demi-droite

Le point est défini par sa distance à l'origine de la demi-droite (créée ou non) relativement à une unité de longueur.

Intersection de deux droites**Intersection d'une droite et d'un plan**

Intersection d'une droite et d'un cercle sous-menu

2 points

Création d'un ou des points d'intersection d'une droite et d'un cercle qui ne sont pas nécessairement coplanaires. L'attribution du ou des noms choisis pour les points d'intersection est faite par le logiciel suivant une procédure expliquée dans l'aide.

deuxième point

Un des points d'intersection étant déjà connu, le logiciel crée le deuxième.

Intersection de deux cercles sous-menu

2 points

Création d'un ou des points d'intersection des deux cercles qui ne sont pas nécessairement coplanaires. L'attribution du ou des noms choisis pour les points d'intersection est faite par le logiciel suivant une procédure expliquée dans l'aide.

deuxième point

Un des points d'intersection étant déjà connu, le logiciel crée le deuxième.

Intersection d'une droite et d'une sphère sous-menu

2 points

Création des points d'intersection d'une droite et d'une sphère. L'attribution du ou des noms choisis pour les points d'intersection est faite par le logiciel suivant une procédure expliquée dans l'aide.

deuxième point

Un des points d'intersection étant déjà connu, le logiciel crée le deuxième.

Milieu

Centre (divers) sous-menu

Création de points remarquables d'un triangle défini par ses sommets ou du centre d'un cercle.

Centre de gravité

Cercle inscrit

Cercle circonscrit

Orthocentre

Cercle déjà créé.

Barycentre

Création du barycentre d'un système de points pondérés, le nombre de points étant quelconque.

Point image sous-menu

Création de l'image d'un ou de plusieurs points par une application de l'espace.

transformation déjà créée

symétrie axiale

Il s'agit d'une symétrie orthogonale par rapport à une droite.

symétrie centrale

symétrie par rapport à un plan

translation (vecteur)

translation (point-image)

La translation est définie par la donnée de deux points : un point et son image.

rotation (axe-angle)

homothétie(centre-rapport)

homothétie (centre-point-image)

L'homothétie est définie par la donnée de son centre et d'un point et son image.

projection orthogonale sur une droite

projection orthogonale sur un plan

projection sur un plan parallèlement à une droite

Ligne sous-menu

Droite(s) sous-menu

définies par 2 points

On peut créer simultanément plusieurs droites : on donne la liste des paires de points définissant chaque droite, séparées ou non par un espace.

Parallèle

Création de la parallèle à une autre droite passant par un point.

Perpendiculaire à une droite

Création de la droite perpendiculaire et sécante à une autre droite et passant par un point.

Perpendiculaire à un plan

Création de la droite perpendiculaire à un plan et passant par un point.

Intersection de deux plans

Bissectrice

Création de la droite bissectrice d'un angle de demi-droites de même origine.

Exemple : si les trois points définissant l'angle sont A, B, C dans cet ordre, il s'agit de la bissectrice de l'angle \widehat{ABC} du triangle ABC.

Image d'une droite

Création de l'image d'une droite par une transformation : il est nécessaire d'avoir créé préalablement la transformation par le sous-menu *Transformation* du menu *Créer*.

point et vecteur directeur

Création d'une droite dont on donne un point et un vecteur directeur.

munie d'un repère

Création d'une droite dont on donne un repère défini par un point et un vecteur.

Il faut aussi donner le pas de graduation, nécessaire lorsqu'on choisit de graduer la droite ainsi que les bornes correspondant à la partie dessinée de la droite.

nommée définie par deux points

On utilise cet article lorsqu'on désire donner un nom à une droite définie par deux points.

Demi-droite(s) sous-menu

définies par 2 points

On peut créer simultanément plusieurs demi-droites, on donne la liste des couples de points (l'origine et un autre point dans cet ordre) séparés ou non par un espace.

nommée définie par 2 points

utile si on veut nommer une demi-droite définie par deux points.

Segments(s) sous-menu

définis par 2 points

On peut créer simultanément plusieurs segments, on donne la liste des paires de points (les extrémités), séparées ou non par un espace.

nommé défini par 2 points

utile si on veut nommer un segment défini par deux points.

Polygone convexe sous-menu

Polygone convexe défini par ses sommets

Il existe au plus un polygone convexe de sommets un certain nombre de points coplanaires.

Section plane d'un polyèdre

Création du polygone convexe intersection d'un polyèdre convexe et d'un plan.

Image d'un polygone

Création du polygone image d'un polygone par une transformation préalablement créée.

Polygone régulier

Création d'un polygone régulier convexe défini par le nombre de ses côtés, un de ses sommets et son axe.

Polygone défini comme enveloppe convexe

On peut ainsi créer le polygone enveloppe convexe d'une famille de points et polygones coplanaires. Il s'agit du plus petit polygone convexe contenant tous les éléments de la famille.

Cercle sous-menu

Défini par plan, centre et rayon

Défini par plan, centre et un point

Défini par axe et point

Création du cercle situé dans le plan perpendiculaire à l'axe passant par le point, ayant pour centre le point d'intersection de l'axe et du plan, et passant par le point.

Circonscrit

Inscrit

Section d'une sphère par un plan

Création du cercle intersection d'un plan et d'une sphère.

Intersection de deux sphères

Création du cercle intersection de deux sphères.

Arc de cercle

Création d'un arc de cercle d'axe, de point origine et de point extrémité donnés (ces deux points étant nécessairement équidistants de l'axe). L'orientation du plan contenant l'arc de cercle est faite par le logiciel suivant une procédure expliquée dans l'aide. L'arc est alors tracé, dans le sens direct du plan, de l'origine vers l'extrémité.

Courbe sous-menu

Dans les différents articles de ce sous menu, le découpage est un nombre entier compris entre 20 et 1000 pouvant être une variable. Plus ce nombre est grand, mieux la courbe est redessinée, mais plus lent est son tracé.

Lieu d'un point

Permet de créer et tracer la courbe décrite par un point dépendant d'un objet libre (point ou variable numérique) lorsque cet objet décrit son ensemble de référence.

L'objet libre appelé "pilote" doit être soit un point libre sur un segment ou un cercle ou un arc de cercle, soit une variable numérique libre dans un intervalle borné.

Courbe paramétrée

Permet de créer et de tracer dans un repère une courbe définie paramétriquement, le paramètre décrivant un certain intervalle.

L'abscisse X, l'ordonnée Y et la cote Z du point courant sont des expressions.

Le logiciel propose t comme nom du paramètre mais il peut être changé.

Graphes d'une fonction

Permet de créer et de tracer, sur un certain intervalle, la courbe représentative, dans un plan muni d'un repère, d'une fonction numérique définie par une expression, la variable étant X (en majuscule) obligatoirement.

Maillage sous-menu

Cet article permet de visualiser différentes surfaces en dessinant un maillage (se reporter au paragraphe Maillages page 20).

Lieu d'un point avec 2 pilotes

Permet de créer et tracer un maillage de la surface décrite par un point dépendant de deux objets libres (point ou variable numérique) lorsque ces objets décrivent leurs ensembles de référence.

Graphes d'une fonction à 2 variables

Permet de créer et tracer le maillage de la surface décrite par le point de coordonnées $(x,y,f(x,y))$ où f est une fonction de deux variables déjà créée.

Plan sous-menu

défini par un point et une droite

Création du plan défini par un point donné et une droite donnée.

défini par deux droites

Création du plan défini par deux droites données.

parallèle à un plan

Création du plan passant par un point donné et parallèle à un plan donné .

parallèle à deux droites

Création du plan passant par un point donné et parallèle à deux droites données.

perpendiculaire à une droite

Création du plan passant par un point donné et perpendiculaire à une droite donnée .

médiateur

Création du plan médiateur d'un segment donné.

défini par une équation

Création d'un plan défini par une équation relativement à un repère. X , Y et Z (en majuscule obligatoirement) représentent les coordonnées d'un point quelconque de l'espace, relativement au repère choisi.

Exemples : $X = 3$, $Z = -1$, $2X - 3Y + Z = 0$, $mX + 4Y + Z = 2X - Y + 1$

Pour éviter les ambiguïtés, il ne faut pas utiliser de variable nommée X, Y ou Z dans les coefficients (les renommer si nécessaire).

muni d'un repère

Création d'un plan dont on donne un repère défini par un point et deux vecteurs.

nommé défini par trois points

Nomme un plan défini par trois points donnés.

Transformation sous-menu

Les articles de ce sous-menu permettent de définir certaines transformations géométriques. Ces transformations peuvent ensuite être utilisées pour créer des images de points, de droites, de polyèdres et de cercles.

Symétrie par rapport à un plan

Création d'une symétrie orthogonale définie par son plan.

Symétrie axiale

Création d'une symétrie orthogonale définie par son axe.

Symétrie centrale

Création d'une symétrie centrale définie par son centre.

Translation (vecteur)

Création d'une translation définie par un vecteur.

Translation (point-image)

Création d'une translation définie par deux points : un point et son image.

Rotation (axe-angle)

Création d'une rotation définie par son axe et son angle donné par une mesure exprimée dans l'unité choisie.

Rotation (axe et 2 points)

Création d'une rotation définie par son axe et dont l'angle est défini par un dièdre déterminé par la donnée d'un point dans chacun des deux demi-plans qui le déterminent.

Homothétie (centre-rapport)

Création d'une homothétie définie par son centre et son rapport.

Homothétie (centre-point-image)

Création d'une homothétie définie à l'aide de 3 points : son centre, un point et son image.

Composée de 2 transformations

Numérique sous-menu

Les articles de ce sous-menu permettent la création de variables numériques libres ou liées (résultats de calculs géométriques ou de calculs algébriques), de fonctions numériques, de suites non récurrentes, de suites récurrentes d'ordre 1, de suites récurrentes d'ordre 2.

Variable réelle libre dans un intervalle

Variable réelle libre

Variable entière libre dans un intervalle

Variable entière libre

Dans les articles *Variable réelle libre dans un intervalle* et *Variable entière dans un intervalle*, il faut préciser les bornes de l'intervalle dans lequel varie la variable libre, il s'agit d'un intervalle borné. Ces bornes peuvent elles-mêmes être variables.

À la création le logiciel choisit au hasard un nombre (entier ou réel suivant le cas) de l'intervalle comme valeur de la variable.

Dans les articles *Variable réelle libre* et *Variable entière libre*, à la création le logiciel choisit au hasard un nombre (entier ou réel suivant le cas) comme valeur de la variable.

Calcul géométrique sous-menu

Ce sous-menu propose de créer les scalaires (constantes ou variables liées) suivants :

Rayon d'un cercle	Aire d'un triangle
Distance d'un point à une droite	Aire d'un convexe
Distance d'un point à un plan	Volume d'un solide
Angle géométrique	
Abscisse d'un point sur une droite	
Abscisse d'un point dans l'espace	Abscisse d'un vecteur
Ordonnée d'un point dans l'espace	Ordonnée d'un vecteur
Cote d'un point dans l'espace	Cote d'un vecteur
Périmètre d'un polygone.	

Il faut donner un nom aux scalaires créés (dont la valeur ne pourra être visualisée qu'en créant un affichage). Il faut éventuellement choisir l'unité de longueur, l'unité d'angle, le repère.

Pour *Abscisse d'un point sur une droite*, la droite est donnée soit par les noms de deux points qui définiront le repère de la droite, soit par le

nom d'une droite définie comme munie d'un repère, soit par ox ou oy ou oz.

Pour *Angle géométrique*, l'angle géométrique est donné par trois points : on tape BAC pour donner l'angle géométrique de sommet A et de cotés [AB) et [AC). La mesure est un nombre compris entre 0 et 180 si on est en degrés ou 0 et π si on est en radians.

Pour *Périmètre d'un polygone*, on donne le nom du polygone et non la liste de ses sommets.

Calcul algébrique

Cet article permet de définir une variable réelle calculée par une expression. Exemples : $2x + f(a)$; $\text{norm}(\text{vec}(u)) - 1/g(x)$; $2AM + 3$.

Fonction numérique sous-menu

Fonction numérique à 1 variable

Cet article permet de définir une fonction numérique d'une seule variable réelle. On choisit le nom de la variable muette (une seule lettre) qui doit être différent des noms des autres variables qui interviennent dans l'expression. L'ensemble de définition de la fonction est l'ensemble des valeurs de la variable muette pour lesquelles l'expression peut être calculée.

Exemples : $\sqrt{|x|}$ est définie sur \mathbb{R} ; \sqrt{x} est définie sur $[0 ; +\infty[$;
 $\frac{\sqrt{x}}{\mu(0 < x < 1)}$ est définie sur $]0 ; 1[$

Fonction numérique à 2 variables

Fonction numérique à 3 variables

Ces articles permettent de définir une fonction numérique de deux ou trois variables réelles. On choisit les noms des variables muettes (une seule lettre par variable) qui doivent être différents des noms des autres variables qui interviennent dans l'expression. L'ensemble de définition de la fonction est l'ensemble des valeurs des variables muettes pour lesquelles l'expression peut être calculée.

Les fonctions à deux variables peuvent être représentées (voir l'article *Maillage* du menu *Ligne*).

Fonction numérique définie par valeurs

Cet article permet de définir par un tableau de valeurs une fonction soit affine par morceaux, soit définie sur un ensemble fini. Il est possible de remplir le tableau par des valeurs issues d'un tableur ou d'un autre document, de le recopier etc.

Suite non récurrente

Le terme général d'indice n de la suite numérique créée est fonction de l'entier n. Exemple : w suite définie à partir de 4 par $w_n = (-2)^n$.

Suite récurrente d'ordre 1

La suite numérique créée est définie par le premier terme et le terme général fonction du terme précédent et éventuellement de n . Exemple : u suite définie par $u_n = 2u_{n-1} + 5n$ et de premier terme $u_1 = 3$.

Suite récurrente d'ordre 2

La suite numérique créée est définie par le premier et le deuxième terme et le terme général fonction des deux termes précédents et éventuellement de n . Exemple : v suite définie par $v_n = v_{n-1} + v_{n-2}$ et les premiers termes $v_0 = 0$ et $v_1 = 1$.

Indice du premier terme nul d'une suite

Cet article permet de créer un nombre qui est, lorsqu'il existe, l'indice du premier terme nul d'une suite déjà créée (lorsqu'il n'existe pas, ou lorsqu'il est supérieur à 30 000, l'objet est non valide). Des exemples d'utilisation de cet article sont fournis dans le chapitre "Exemples" page 149 .

Repère

Permet de créer un autre repère autre que le repère prédéfini R_{xyz} . Un repère est créé en donnant son origine et les trois vecteurs de base. Un repère n'est pas un objet dessinable , pour le voir, il faut créer ses axes en tant que droites graduées ou non.

Unité de longueur

Permet de créer une autre unité de longueur que U_{xyz} qui est l'unité de longueur liée au repère prédéfini R_{xyz} . Une unité de longueur est définie comme norme d'un vecteur.

Vecteur sous-menu

Un vecteur n'est pas un objet dessinable. Il peut être utilisé dans les expressions numériques ou vectorielles dans les créations d'objets géométriques comme les repères, les translations, etc. Il existe trois vecteurs prédéfinis \vec{i} , \vec{j} et \vec{k} qui sont les vecteurs de base du repère R_{xyz} .

expression vectorielle

Création d'un vecteur par une expression vectorielle.

donné par ses coordonnées

Création d'un vecteur en donnant ses coordonnées dans un repère.

Solide sous-menu

A sa création, un solide est en style non opacifiable. Pour le rendre opacifiable, utiliser la boîte de styles.

Polyèdre convexe sous-menu

défini par ses sommets

On donne la liste de ses sommets (de 4 à 40).

Intersection polyèdre/demi-espace

On donne le plan frontière et un point du demi-espace choisi.

Intersection de deux polyèdres

Image d'un polyèdre

Création de l'image par une transformation déjà créée d'un polyèdre déjà créé.

Prisme régulier

Création d'un prisme défini par son axe, sa hauteur, un sommet et le nombre de côtés du polygone régulier qui lui sert de base.

Pyramide régulière

Création d'une pyramide définie par son axe, sa hauteur, un sommet et le nombre de côtés du polygone régulier qui lui sert de base.

Enveloppe convexe

Création du polyèdre enveloppe convexe d'un ensemble de points définis par une liste de points, de polygones ou de polyèdres.

Sphère

Création d'une sphère définie par son centre et son rayon.

Cylindre

Création d'un cylindre défini par deux points limitant son axe et son rayon. Il s'agit en fait d'un tronc de cylindre et il est forcément droit.

Cône

Création d'un cône défini par son sommet et sa base : centre et rayon. Il est forcément droit.

Tronc de cône

Création d'un tronc de cône défini par ses deux bases : centres et rayons. Il est forcément droit.

Patron d'un polyèdre

Création du patron du polyèdre. En prenant pour coefficient d'ouverture une variable réelle comprise entre 0 et 1 et en la pilotant au clavier, on voit le patron s'ouvrir et se fermer autour du polyèdre. La forme du patron et la façon dont il s'ouvre dépendent de l'ordre des sommets donnés à la création du polyèdre.

Affichage sous-menu

Les articles proposés par ce sous-menu sont :

Variable numérique déjà définie

Longueur d'un segment

Coordonnées d'un point

Equation d'un plan (sous la forme $AX + BY + CZ = D$)

Texte

On peut donc faire afficher la valeur d'une variable numérique, la longueur d'un segment, les coordonnées d'un point, une équation d'un plan.

L'affichage est actualisé lorsqu'on modifie les variables de la figure.

Si l'on veut afficher les valeurs d'une fonction, d'une expression algébrique, il faut créer un objet numérique en utilisant l'article *Calcul Algébrique* dans le menu *Créer*, sous-menu *Numérique*.

Si l'on veut afficher une aire, une mesure d'un angle, etc., il faut l'avoir créée comme objet numérique en utilisant le sous-menu *Calcul Géométrique* dans le menu *Créer*, sous-menu *Numérique*.

Il est aussi prévu l'affichage d'un court texte (moins de 80 caractères en tout) pouvant être formaté et pouvant contenir des **expressions mathématiques** et des **valeurs numériques** (voir page 233).

Les affichages apparaissent dans la partie supérieure de la fenêtre de la figure, dans une zone délimitée par une double ligne que l'on peut déplacer à son gré. On peut même masquer les affichages.

Un affichage n'est pas un objet mathématique mais c'est un objet-Geospace : il a un nom, on peut le colorier, le déplacer, le supprimer, le renommer, le protéger...

Commande sous-menu

Une commande est un ordre ou une suite d'ordres qui sera déclenché par l'appui d'une touche du clavier. Très utiles dans la fabrication d'imagiciels, les commandes permettent d'éviter d'avoir recours aux menus à des moments non opportuns pédagogiquement. De plus certaines actions ne sont accessibles que par commande.

Si l'on associe la même touche à plusieurs commandes, à l'appui de cette touche elles sont exécutées successivement dans l'ordre de leur création.

Les commandes sont des objets-Geospace et elles peuvent être renommées, supprimées, protégées. Elles agissent sur des objets interdits de pilotage. Elles agissent aussi sur des objets protégés ou interdits d'accès sauf si la création de la commande est postérieure à la protection ou l'interdiction d'accès.

Les touches de commandes, à définir à la création de la commande, sont les touches du clavier (une lettre, sans distinguer majuscule de minuscule), un chiffre,

un signe ou la barre d'espace, ou une **combinaison de touches** (touche CTRL enfoncée et une autre touche par exemple).

Dessin en bloc

Une commande de dessin en bloc permet de faire apparaître (ou disparaître, c'est une bascule) plusieurs éléments de la figure simultanément, par simple appui sur une touche du clavier.

Dessin par étapes

Une commande de dessin par étapes permet de faire apparaître plusieurs éléments de la figure de façon consécutive par appuis successifs sur une touche du clavier. Un dernier appui sur la même touche fait disparaître l'ensemble.

Trace

Trace à la demande

A la création d'une commande de trace, on définit une liste d'objets dont on veut garder la trace. L'exécution de la commande fait entrer en mode trace avec cette liste.

De même qu'après une entrée en mode trace par le menu, on sort ici du mode trace par la touche **ESC**, l'article du menu *Afficher*, le bouton de sortie du mode trace ou une commande de sortie d'un mode trace.

La sélection des objets dont la trace est à garder reste valable tant qu'elle n'a pas été modifiée par l'utilisation de l'article *Sélection trace* ou par l'emploi d'une autre commande de trace ou de trace à la demande.

Une commande de trace n'agit pas si on est déjà en mode trace.

Sortie d'un mode Trace

Cette commande permet d'obtenir, par simple appui sur une touche, la sortie d'un mode Trace ou Trace à la demande.

Cette commande semble faire double emploi avec les autres moyens de sortie d'un mode trace. En fait, elle est surtout utile aux auteurs d'imagiciels ou de didacticiels et dans les groupements de commandes.

Sélection pour pilotage au clavier

Cette commande permet d'obtenir, par simple appui sur une touche, la sélection de l'objet libre de son choix pour le piloter au clavier.

Affectations directes

Une commande d'affectations calculées permet de donner des valeurs à des **variables libres** (points ou nombres) par simple appui sur une touche.

A la création de la commande, il faut donner la liste des noms des objets à affecter et la liste des valeurs d'affectation (dans le même ordre évidemment).

Exemple : première liste : A x y

deuxième liste : B $1 + \sin(5)$

A l'appui de la touche de commande le point libre A ira sur la position du point B, la variable réelle libre x prendra la valeur $1+\sqrt{5}$ et la variable réelle libre y prendra la même valeur que l'expression $\sin(a)$.

L'affectation est provisoire puisque les variables restent libres.

Affectations aléatoires

Une commande d'affectations aléatoires permet de donner une position ou une valeur aléatoirement choisie par le logiciel à **certaines objets libres** :

- points libres dans l'espace (la position choisie est dans le fenêtre), dans un plan, sur une droite, une demi-droite, un segment, sur un cercle, sur un arc,
- variables numériques libres dans un intervalle.

L'affectation est provisoire puisque les variables restent libres.

Affectations mémorisées

Une commande d'affectations mémorisées permet de mémoriser à sa création :

- la position de points libres de la figure,
- la valeur de variables numériques libres,
- la position du repère R_{xyz} ,

et de retrouver ces valeurs, après modification, par simple appui sur une touche. C'est un retour à un état mémorisé pour ces objets.

Changement de vue sous-menu

Une commande de changement de vue permet de sélectionner et de restituer par simple appui sur une touche une vue particulière de la figure.

par mémorisation

mémorise la vue actuelle.

par choix d'un plan de face

met un plan de face en n étapes (n à choisir).

par rotation relative

fait tourner la figure autour d'un axe défini par un vecteur de la figure.

par rotation absolue

fait tourner la figure autour d'un axe défini par un vecteur donné par ses coordonnées par rapport au repère de l'écran.

Créations itératives

Une commande de créations itératives permet d'exécuter des suites de créations basées sur le même algorithme de construction. La confection d'une telle commande est un peu délicate. Pour bien la comprendre, il est conseillé de se reporter à l'exemple donné dans l'aide.

Attention : l'exécution d'une commande de création itérative crée de nouveaux objets et modifie la commande elle-même (penser à regarder les rappels ou le texte de la figure). Il faut sauvegarder la figure **avant** de faire agir la commande. (On peut aussi utiliser l'article *Dupliquer la figure* du menu *Fenêtre*).

La suppression des objets ainsi créés ne peut se faire que par l'article *Supprimer* ou en agissant sur le texte de la figure (ou en rechargeant la figure...).

Cette commande ne peut reproduire ni des objets prédéfinis, ni des commandes, ni des affichages.

Répétition de commandes

Une telle commande permet de répéter un nombre fixé de fois une suite de commandes. On peut choisir un délai minimum (exprimé en millisecondes) entre deux répétitions afin de ralentir l'exécution de la commande si nécessaire.

On peut, pendant l'exécution d'une commande de répétition, travailler sur une autre figure ou même avec un autre logiciel. On peut interrompre l'exécution d'une commande de répétition en appuyant sur la touche de la commande ou en appuyant sur la touche **ESC** (interruption de toutes les exécutions de commande en cours, un deuxième appui faisant sortir du mode Trace s'il y a lieu).

Il faut éviter de faire figurer dans la suite des commandes à répéter une commande agissant en bascule car l'effet risque d'être surprenant.

Tableau de valeurs

Cette commande permet l'affichage d'un tableau de valeurs d'au moins deux variables dépendantes. Il faut pour cela avoir créé au préalable une variable libre, par exemple x (le pilote), puis une ou plusieurs variables, au maximum quatre, dépendant fonctionnellement de x implicitement ou explicitement. Geoplan doit pouvoir calculer les valeurs de ces variables dès qu'il connaît la valeur de x , soit par une expression, soit par une construction. Si la dépendance fonctionnelle est explicitement une fonction, il convient alors de bien distinguer cette commande de la création d'une fonction définie par valeurs (sous-menu *Numérique*).

Projection oblique paramétrée

Cette commande permet d'obtenir une vue en projection oblique du dessin de la figure, la projection voulue étant définie par la donnée de l'abscisse et de l'ordonnée du projeté d'un vecteur unitaire normal à l'écran. En donnant 0 pour l'abscisse et pour l'ordonnée on définit en fait une commande de vue en projection orthogonale.

Menu PILOTER (commun aux figures du plan et de l'espace)

Tous les articles de ce menu sont attachés à la figure et sauvegardés avec elle. Ils peuvent être supprimés par l'article *Modifier les menus*.

Les points libres sont pilotables à la souris ou au clavier, les variables numériques libres ne sont pilotables qu'au clavier. Lorsqu'on désire piloter un objet libre au clavier, il faut le sélectionner.

Piloter au clavier

Dans la liste des objets libres qui apparaît dans la boîte (c'est à dire les objets libres non interdits de pilotage et d'accès non interdit), on sélectionne, à l'aide de la souris, l'objet que l'on veut piloter au clavier.

Le dernier objet sélectionné reste pilotable au clavier tant qu'il n'est pas remplacé par un autre, soit par cet article, soit par l'utilisation d'une commande de sélection pour pilotage au clavier.

Modifier les paramètres de pilotage au clavier

Lorsqu'un objet est sélectionné pour le pilotage au clavier, on peut modifier les paramètres de pilotage pour définir son déplacement élémentaire. Ces nouveaux paramètres restent attachés à l'objet, et on les retrouve donc chaque fois que l'on sélectionne à nouveau cet objet pour le piloter au clavier.

Boucler le pilotage

Cet article, qui concerne uniquement une *variable numérique libre dans un intervalle*, permet de choisir un mode de pilotage tel que lorsqu'une borne de l'intervalle est atteinte la valeur suivante de la variable est l'autre borne.

Tant qu'on ne l'a pas supprimée par l'article *Déboucler le pilotage*, cette propriété reste attachée à l'objet, et on la retrouve donc chaque fois que l'on sélectionne à nouveau cet objet pour le piloter au clavier.

Remarque : Le pilotage en boucle des variables réelles et entières n'est pas tout à fait le même. Si, par exemple l'intervalle est $[0,10]$, pour une variable réelle les valeurs sont calculées modulo 10 (la longueur de l'intervalle) et pour une variable entière modulo 11 (le nombre d'entiers de l'intervalle), cela afin de permettre à tous les entiers de l'intervalle d'être atteints. Ainsi, lorsque le pas est 1 et qu'on augmente la variable d'un pas, la valeur suivante de 10 sera 1 pour une variable réelle et 0 pour une variable entière.

Déboucler le pilotage

Voir l'article précédent.

Affecter une variable numérique libre

On peut donner momentanément une valeur à une variable numérique libre. Elle reste libre.

Exemple : x et a sont deux variables libres. Lorsqu'on affecte a à x , x prend la valeur actuelle de a . Si ensuite on modifie a , la valeur de x ne changera donc pas. On peut toujours modifier x .

La valeur d'affectation doit être compatible avec la définition de l'objet à affecter. Par exemple, on ne peut donner à une variable entière qu'une valeur entière appartenant à l'intervalle dans lequel elle a été définie.

Placer un point libre sur un point

Un point libre peut être placé momentanément en la position actuelle d'un point du plan déjà créé. Il reste libre.

Exemple : A et B sont deux points libres. On affecte B à A. Lorsqu'on bouge B, A ne bouge pas et lorsqu'on bouge A, B ne bouge pas.

La valeur d'affectation doit être compatible avec la définition de l'objet à affecter. Par exemple, un point libre sur un cercle ne peut être affecté qu'en un point du même cercle.

Placer un point libre par coordonnées

Un point libre peut être placé momentanément en un point du plan (ou de l'espace) donné par ses coordonnées relativement au repère choisi. Il reste libre.

Exemple (pour le plan) : x et y sont deux variables numériques et A un point libre. On affecte à A les coordonnées (x,y). Lorsqu'on modifie x ou y, A ne bouge pas.

La valeur d'affectation doit être compatible avec la définition de l'objet à affecter. Par exemple, un point à coordonnées entières ne peut être affecté que par coordonnées entières, un point sur droite ne peut être affecté qu'en un point de la droite etc.

Temps actif (bascule)

Il existe une variable prédéfinie de nom t_{ime} destinée à recevoir l'heure (exprimée en secondes) donnée par l'horloge de l'ordinateur. On utilise cette variable chaque fois qu'on veut faire des actions qui dépendent du temps.

Cet article permet de rendre effective l'actualisation de la valeur t_{ime} par l'horloge de l'ordinateur. Par défaut, t_{ime} est alors actualisée toutes les 100 millisecondes. L'article *Rythme de lecture du temps* permet de modifier ce délai.

Rythme de lecture du temps

Cet article permet de définir le délai, exprimé en millisecondes, entre deux actualisations de la variable t_{ime} par l'horloge de l'ordinateur (cf. l'article ci-dessus).

Importer

Lorsque plusieurs figures Geoplan ou Geospace sont ouvertes, on peut transmettre de l'une à l'autre des valeurs pour certaines variables. La figure active exporte les valeurs de ses variables numériques vers toute figure "importatrice".

Une figure devient "importatrice" lorsqu'on coche l'option *Importer* du menu *Piloter* de cette figure. Dans ce cas, si la figure active contient des variables numériques, a et b par exemple, et que la figure "importatrice" contient des **variables réelles libres** de même nom, a et b, alors les valeurs de ces variables seront celles des variables a et b de la figure active.

Exemple 1 (avec deux figures Geoplan) :

Figure 1 : Un point libre A, a son abscisse et b son ordonnée dans le repère R_{oxy} .

Figure 2 : Deux réels libres a et b et la droite D d'équation $Y = aX + b$ dans le repère R_{oxy} .

On rend la figure 2 "importatrice". Lorsqu'on pilote le point A de la figure 1, la droite D de la figure 2 est modifiée en conséquence.

Exemple 2 (avec deux figures Geospace) :

Figure 1 : une variable réelle libre dans $[0,10]$ appelée R, la sphère S de centre o et de rayon R. La variable numérique V, volume du solide S.

Figure 2 : deux réels libres R et V et, dans le plan oxy muni du repère standard (o, \vec{i}, \vec{j}) et mis de face, le point M de coordonnées (R, V).

On rend la figure 2 "importatrice". Lorsqu'on pilote le rayon R de la figure 1, le point M de la figure 2 est modifié en conséquence, et en demandant sa trace, on peut voir les variations de V en fonction de R.

Exemple 3 (avec une figure Geoplan et une figure Geospace) :

La figure 2 de l'exemple 2 précédent peut être remplacée par une figure Geoplan contenant deux réels libres R et V et le point M de coordonnées (R, V) dans le repère R_{oxy} .

Menu AFFICHER

(en grande partie commun aux figures du plan et de l'espace)

Tous les articles de ce menu sont attachés à la figure et sauvegardés avec elle. Ils peuvent être supprimés par l'article *Modifier les menus*.

Sélection Trace

Cet article permet, dans la liste des objets non interdits d'accès qui s'affiche à l'écran, d'effectuer la sélection des objets qui seront concernés, par la suite, par le **Mode trace** ou le **Mode trace à la demande**.

Mode Trace (bascule)

Il s'agit d'une bascule permettant de se mettre en **Mode trace**, ou de quitter ce mode.

En **Mode trace**, la trace des objets dessinés dont la sélection a été faite (soit par l'article *Sélection trace*, soit par l'utilisation d'une *commande de trace* ou de *trace à la demande*) est laissée à l'écran lorsqu'on modifie un objet libre. Quand on quitte le **mode trace**, les traces sont effacées.

Mode Trace à la demande (bascule)

Cette bascule permet de se mettre en **Mode trace à la demande**, ou de quitter ce mode.

En **Mode trace à la demande**, lorsqu'on pilote un objet libre, les objets sélectionnés et dessinés ne laissent de trace que si on appuie sur la touche **Entrée**. La sélection des objets a été faite soit par l'article *Sélection trace*, soit par l'utilisation d'une *commande de trace* ou de *trace à la demande*. Quand on quitte le **mode trace à la demande**, les traces sont effacées.

Rappels

On obtient par cet article la liste et la définition de tous les objets de la figure non interdits d'accès (les objets prédéfinis au début de la liste, puis les objets qui ont été construits puis les affichages et enfin les commandes).

Dans cette liste, toutes les formules mathématiques sont dessinées comme le veut l'usage alors que, dans le texte de la figure que l'on peut consulter par l'article *Editer texte figure* du menu *Editer*, elles sont écrites en ligne

Commentaire (bascule)

On peut faire apparaître (ou disparaître) un commentaire concernant la figure. Il est nécessaire d'avoir préalablement créé le texte du commentaire en passant par l'article *Editer commentaire* du menu *Editer*.

Noms des points affichés (bascule)

Cette bascule permet de faire apparaître ou disparaître sur l'écran tous les noms des points de la figure si leur style le permet.

Séparer les noms des points

On peut ainsi espérer obtenir un dessin plus net en séparant les noms des points quand ils sont trop proches. Il est réalisé à partir des positions en cours des points de la figure. On peut donc être amené à recommencer lorsque les positions des points ont changé.

Repère Roxy (Rxyz pour l'espace) affiché (bascule)

On fait apparaître ou disparaître le repère prédéfini R_{oxy} (R_{xyz}) sauf s'il est protégé.

Traits épais (bascule)

Cette bascule permet d'obtenir des gros caractères et des gros traits ou de revenir à des traits fins.

Agrandir

On peut agrandir le dessin par une homothétie centrée au centre de l'écran : le rapport entre la taille du dessin et celle de la fenêtre est multiplié par 1.2. On peut ensuite revenir au cadrage précédent à l'aide de l'article *Réduire*.

Réduire

Il s'agit de réduire le dessin par une homothétie centrée au centre de l'écran : le rapport entre la taille du dessin et celle de la fenêtre est divisé par 1.2. On peut ensuite revenir au cadrage précédent à l'aide de l'article *Agrandir*.

Revenir au cadrage initial (seulement pour le plan)

Cet article permet de retrouver le cadrage (la position) qu'avait la figure lors de son chargement.

Figure en fil de fer (bascule) (seulement pour l'espace)

Il existe trois modes d'affichage : le mode "fil de fer", le mode "opaque" (les parties cachées sont non dessinées) et le mode "parties cachées en pointillé".

Si l'article *figure en fil de fer* est coché (le texte de la figure contient la phrase "Figure en fil de fer"), tous les objets de la figure sont transparents, rien n'est caché.

Si l'article *figure en fil de fer* n'est pas coché, le mode dépend de l'article *Parties cachées en pointillé*.

Le passage en mode "fil de fer" (ou en mode opaque) peut être obtenu


directement à l'aide du bouton  de la barre d'outils.

Parties cachées en pointillé (bascule) (seulement pour l'espace)

Cet article est grisé, et donc non accessible, lorsqu'on est en mode "fil de fer".


Lorsqu'il est coché (le texte de la figure contient la phrase "Parties cachées en pointillé"), les parties cachées par les objets de style opacifiable sont dessinées en pointillé selon les conventions habituelles.

Dans le cas contraire (c'est le cas par défaut et le fait d'être dans ce cas n'est pas mentionné dans le texte de la figure) les parties cachées par les objets de style opacifiable ne sont pas dessinées.

Le bouton  de la barre d'outils permet d'activer (puis de désactiver) cet article.

Plan isolé (bascule) (seulement pour l'espace)

Cet article permet de ne dessiner à l'écran que les objets de la figure qui sont dans un plan. Ce plan peut être mis de face ou non. On revient au dessin complet par le même article ou en utilisant la touche Esc (ou Echap).

Le bouton  de la barre d'outils permet d'activer (puis de désactiver) cet article.

Menu DIVERS

(en grande partie commun aux figures du plan et de l'espace)

Tous les articles de ce menu sont attachés à la figure et sauvegardés avec elle. Ils peuvent être supprimés par l'article *Modifier les menus*.

Style crayon

Accessible également par un bouton de la barre d'outils, cet article permet de modifier les caractéristiques de dessin des objets : les couleurs, l'épaisseur et le type des traits, l'affichage et la position des noms des points, les hachures, la présentation des repères, etc.

On sélectionne d'abord un style dans la boîte de style, puis on l'applique aux objets, soit avec la souris sur le dessin, soit dans une liste (bouton R).

La case "couleur courante" (uniquement dans le plan) permet de fixer la couleur par défaut des futures créations (initialement le noir).

Cadrer (seulement pour le plan)

Pour limiter le dessin d'un objet à un cadre (voir l'article *Cadre* du menu *Créer*).

Décadrer (seulement pour le plan)

Effectue l'opération inverse de la précédente.

Limiter des dessins (seulement pour l'espace)

Cet article permet de limiter le dessin d'une partie de la figure à l'intérieur d'un convexe (solide, polygone convexe, cercle) déjà créé. C'est une modification de dessin, aucun nouvel objet n'est créé.

Si on limite le dessin d'un convexe de style opaque ou hachuré il perd son pouvoir cachant (mais pas son style). Si on supprime un convexe, on supprime les limitations éventuelles faites avec ce convexe.

Ne pas limiter des dessins (seulement pour l'espace)

On utilise cet article soit pour supprimer les limitations de dessin à un convexe, soit pour savoir quels sont les objets dont les dessins sont limités.

Modifier/Dupliquer

Permet d'obtenir la boîte de dialogue pré-remplie correspondant à un objet donné, soit pour modifier les caractéristiques de l'objet, soit pour utiliser la boîte pour créer rapidement un objet de même nature et de caractéristiques voisines.

Lorsqu'on l'utilise plusieurs fois, le nom du précédent objet modifié est proposé par défaut.

Répéter

Active le dernier article de menu utilisé.

Supprimer

On sélectionne les objets à supprimer dans une liste. Ceux qui en dépendent seront supprimés en même temps.

En cas d'erreur, utiliser l'article *Annuler* du menu *Editer*.

Renommer

Il est possible de modifier le nom des objets créés, sauf les droites définies par deux points, les segments, et les demi-droites, dont le nom est fabriqué à partir des

noms des points. On donne la liste des objets à renommer et la liste des nouveaux noms. Des échanges sont possibles (par exemple A B C à renommer B C D).

Historique

Efface provisoirement le dessin de la figure, puis permet de faire défiler les définitions des objets créés avec leur dessin à la demande, lorsqu'ils sont dessinables. Ce déroulement peut être interrompu avant que tous les objets aient défilé.

Lorsqu'on demande l'historique, les boutons de commande du déroulement viennent s'ajouter à la barre d'outils :

 pour avancer,  pour reculer,  pour interrompre et  pour obtenir l'aide spécifique.

Filtrer sous-menu

Interdire piloter

Permet d'interdire le pilotage de certains objets libres (points ou variables numériques) et non protégés. Ils sont alors momentanément "bloqués". On ne peut plus les modifier ni par la souris, ni par le clavier, ni par affectation.

Autoriser piloter

Permet de supprimer une interdiction de pilotage pour un objet non protégé.

Interdire accès

Permet d'interdire l'accès à certains objets. On ne pourra pas les utiliser pour créer d'autres objets. Ils ne figureront plus dans les rappels des objets construits ni dans les rappels utiles, ni dans l'historique. Ils ne pourront plus être redessinés s'ils ont été effacés, affectés s'ils sont variables. On peut ainsi cacher certains objets comme des cibles, des solutions etc.

Autoriser accès

Permet de rétablir l'accès à certains objets dont l'accès a été interdit et qui n'ont pas été protégés.

Protéger

Permet de protéger des éléments de la figure. Ils ne peuvent plus alors être modifiés ni par la boîte de styles ni par l'article *Modifier/Dupliquer*, ni redéfinis, ni supprimés, ni renommés. Les antécédents des éléments protégés ne sont pas automatiquement protégés, mais on ne peut pas les supprimer. On peut ainsi fournir une figure de base que l'on peut enrichir mais dont on ne peut pas détériorer les éléments essentiels.

Déprotéger

Sert à supprimer une protection réalisée avec l'article *Protéger*.

Modifier les menus

Permet de supprimer parmi les menus *Créer*, *Piloter*, *Afficher*, *Divers*, *Editer* et *Vues*, les articles de son choix. La modification des menus n'affecte que la figure active et elle est attachée à cette figure (et sauvegardée avec elle). Un menu ou un sous-menu n'ayant plus d'articles ni de sous-menus est supprimé.

Pour modifier les menus, il suffit de sélectionner ce que l'on veut supprimer dans la liste des menus autorisés et d'appuyer sur le bouton >>. L'appui sur le bouton OK effectuera la suppression.

Pour rétablir des articles, on procède de la même façon en sélectionnant des articles de la liste des menus interdits et en appuyant sur le bouton <<.

Remarques : Si on a supprimé l'article *Modifier les menus* on ne peut évidemment plus rétablir les menus. On peut passer par l'édition de la figure en texte, sauf si on a supprimé aussi cet article. Il y a alors quand même une solution : sauver la figure concernée, prendre une nouvelle figure, ouvrir son éditeur de texte, charger depuis l'éditeur la figure initiale, supprimer les options interdites concernées, exécuter. On peut aussi lire et modifier le texte de la figure à partir de n'importe quel éditeur de texte.

Créer un prototype

Cet article est détaillé dans le chapitre consacré aux prototypes.

Lorsqu'un ou plusieurs prototypes sont présents dans le texte de la figure un nouveau sous-menu apparaît dans le menu *Créer* : le sous-menu *Objet selon prototype* qui offre autant d'articles qu'il y a de prototypes disponibles.

Menu ÉDITER (commun au plan et à l'espace)

Tous les articles de ce menu sont attachés à la figure et sauvegardés avec elle. Ils peuvent être supprimés par l'article *Modifier les menus*.

Copier image (automatique)

Permet de copier le dessin de la figure active afin de pouvoir coller ensuite cette image dans un autre document. La taille de l'image est calculée par le logiciel et prend en compte la dimension de la fenêtre (si c'est possible, l'image occupera à l'écran dans un autre logiciel la même place que sous Geoplan-Geospace).

Copier image (ajustée)

Permet de copier le dessin de la figure active afin de pouvoir coller ensuite cette image dans un autre document en précisant ses dimensions. On choisit le format (image point par point ou image vectorisée) puis la taille de l'image en fixant soit la taille de l'unité de longueur du repère prédéfini soit la taille de la largeur de la fenêtre. Dans le premier cas, on privilégie la taille des objets (segments, cercles...) et dans le second cas on privilégie l'encombrement global de la figure.

Copier rappels sélectionnés

Permet de copier une partie des rappels des objets construits afin de pouvoir les coller ensuite dans un autre document sous le format d'une image dont la taille est déterminée par le logiciel.

Editer texte figure

Les figures Geoplan-Geospace sont sauvegardées en texte (on peut voir le contenu des fichiers de figure avec un logiciel de traitement de texte -bloc note de Windows par exemple-).

Cet article permet de travailler directement sur le texte de la figure active puis de le faire exécuter par le logiciel. La fenêtre qui s'ouvre est un "éditeur" qui possède ses propres menus; elle contient toutes les phrases de la figure y compris les phrases du commentaire. En particulier, pour que les modifications soient prises en compte dans le texte de la figure, il faut utiliser le menu *Exécuter*.

Certaines phrases de la figure doivent être écrites directement dans le texte de la figure (cf. page 239). Ces phrases peuvent être écrites en utilisant la liste des phrases que l'on obtient par l'article ? , *Liste des phrases* du menu de cet "éditeur" (voir l'aide en ligne).

Editer commentaire

Permet d'écrire ou de modifier un texte appelé "Commentaire" destiné comme son nom l'indique à commenter la figure. L'article *Commentaire* du menu *Afficher* permet de voir ce texte dessiné (ce qui transforme en particulier l'écriture des formules mathématiques). La fenêtre qui s'ouvre est un "éditeur" qui possède ses propres menus. En particulier, pour que les modifications soient prises en compte dans le texte de la figure, il faut utiliser le menu *Actualiser*.

Annuler


Permet d'annuler certaines actions venant juste d'être exécutées par menu comme créer, supprimer, modifier, protéger, filtrer, renommer, affecter un objet, modifier le pas de pilotage, modifier les menus. Par contre on ne peut pas annuler un déplacement d'objets, un changement de cadrage ou une action faite par une commande.

Annuler annuler

Cet article permet de revenir à l'état précédant une annulation qui vient d'être effectuée.

Limiter image (bascule)

Permet de faire apparaître (ou disparaître) un double cadre, modifiable à la souris, qui permet de définir la partie de l'écran (l'image) que l'on souhaite copier dans le presse-papiers ou imprimer.

On peut aussi faire apparaître le double cadre en appuyant sur le bouton  de la barre d'outils.

Menu VUES

Tous les articles de ce menu sont attachés à la figure et sauvegardés avec elle. Ils peuvent être supprimés par l'article *Modifier les menus*.

A chaque instant, ce que l'on voit à l'écran est une représentation d'une figure de l'espace. Appelons ça une "vue". En modifiant les paramètres d'observation¹⁰ de la figure on peut obtenir différentes "vues" de la figure¹¹.

Vue initiale (CTRL F1)

C'est celle obtenue lors du chargement de la figure (elle est choisie par l'auteur de cette figure).

Vue standard avec oyz de face (F7)

Le plan oyz défini par le repère R_{xyz} est de face.

Vue standard avec oxy de face (F8)

Le plan oxy défini par le repère R_{xyz} est de face.

Vue standard avec ozx de face (F9)

Le plan ozx défini par le repère R_{xyz} est de face.

Vue avec un autre plan de face

Tout plan déjà créé ou défini par trois points peut être mis de face. Les rotations de la maquette virtuelle ne le maintiendront de face que si l'on coche l'article *Plan de face maintenu de face*.

Plan de face maintenu de face (bascule)

A chaque instant, il y a un plan passant par o qui est de face. Au moment où l'on choisit cet article, c'est ce plan qui sera maintenu de face lors des rotations de la

¹⁰ Les paramètres d'observation sont :

- les trois angles de rotation définissant la position du repère R_{xyz} par rapport au repère absolu,
- les deux paramètres définissant la position de o dans la fenêtre,
- les paramètres définissant la projection oblique si on est en projection oblique.

¹¹ Voir page 41


maquette virtuelle. Si l'on déplace la souris en maintenant le bouton droit appuyé, la maquette virtuelle ne pourra tourner qu'autour d'un axe orthogonal à l'écran. Avec les flèches du clavier, seule la rotation autour d'un axe orthogonal à l'écran sera possible.



Le bouton de la barre d'outils permet d'activer cet article.

Vue précédente (F11) Vue suivante (F12)

Qu'ils soient obtenus par les articles précédents ou en faisant directement "tourner la figure" à l'aide des flèches du clavier, tous les changements de vues sont mémorisés automatiquement (avec un maximum de 1000 vues mémorisées).

On peut refaire défiler ces vues, dans un sens ou dans un autre. Les boutons 



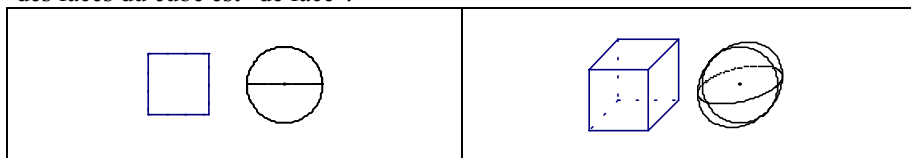
de la barre d'outils ont la même action.

Projection oblique

Dans Geospace, la représentation des figures de l'espace sur un plan (ici l'écran) utilise une projection qui est, par défaut, la projection orthogonale sur le plan de l'écran¹².

On peut aussi utiliser une projection oblique dont la direction est paramétrable (voir article suivant).

Voici un exemple¹³ : la figure de l'espace, représentée ici à gauche en projection orthogonale et à droite en projection oblique, est la même. Un cube, une sphère de centre o, et deux cercles intersection de cette sphère par les plans oyz et oxy. Une des faces du cube est "de face".



Paramètres de projection

On définit la projection par les coordonnées dans le repère lié à l'écran¹⁴ du projeté sur le plan de l'écran du vecteur unitaire orthogonal au plan de l'écran et dirigé vers l'avant.

Par défaut les coordonnées utilisées sont (-0.3 ; -0.3).

Si l'on choisit (0 ; 0) la projection définie est la projection orthogonale sur le plan de l'écran.

¹² Voir page 34

¹³ Cf. exemple pages 25 et 116

¹⁴ L'axe des abscisses est horizontal, passe par o et est dirigé vers la droite et l'axe des ordonnées est vertical, passe par o et est dirigé vers le haut.

III - Organisation des menus

Pour une figure du plan

Dans ce texte présenté sur deux colonnes, les menus de premier niveau sont écrits en rouge, les sous-menus en gras et les articles n'ont pas d'enjolivement. Chaque menu, sous-menu ou article est précédé du numéro qui le désigne dans le texte de la figure.

Par exemple on peut trouver dans le texte de la figure la phrase :

options interdites : 2-1-1 2-1-9-1.

Cette phrase supprime des menus, le sous-menu *Point libre* et l'article *transformation déjà créé* du sous-menu *Point image par*.

1 FICHER

- 1-1 Nouvelle figure du plan
- 1-2 Nouvelle figure de l'espace
- 1-3 Ouvrir
- 1-4 Enregistrer
- 1-5 Enregistrer sous
- 1-6 Fermer la figure active
- 1-7 Imprimer
- 1-8 Configurer l'imprimante
- 1-9 Enregistrer une image
- 1-10 Quitter Geoplan-Geospace)

2 CRÉER

2-1 Point

2-1-1 Point libre

- 2-1-1-1 Dans le plan
- 2-1-1-2 A coordonnées entières
- 2-1-1-3 Dans un cadre
- 2-1-1-4 Sur un segment
- 2-1-1-5 Sur une demi-droite
- 2-1-1-6 Sur une droite
- 2-1-1-7 Sur un cercle
- 2-1-1-8 Sur un arc
- 2-1-1-9 A abscisse entière

2-1-2 Point repéré

- 2-1-2-1 Dans le plan
- 2-1-2-2 Sur une droite
- 2-1-2-3 Sur une demi-droite
- 2-1-2-4 Sur un cercle
- 2-1-3 Intersection 2 droites

2-1-4 Intersection droite-cercle

- 2-1-4-1 2 points
- 2-1-4-2 Deuxième point

2-1-5 Intersection 2 cercles

- 2-1-5-1 2 points
- 2-1-5-2 Deuxième point

2-1-6 Milieu

2-1-7 Centre (divers)

- 2-1-7-1 Centre de gravité
- 2-1-7-2 Cercle inscrit
- 2-1-7-3 Cercle circonscrit
- 2-1-7-4 Orthocentre
- 2-1-7-5 Cercle prédéfini

2-1-8 Barycentre

2-1-9 Point image par

- 2-1-9-1 Transformation déjà créée
- 2-1-9-2 Symétrie axiale
- 2-1-9-3 Symétrie centrale
- 2-1-9-4 Translation (vecteur)
- 2-1-9-5 Translation (point-image)
- 2-1-9-6 Homothétie (centre-rapport)
- 2-1-9-7 Homothétie (centre-point-image)
- 2-1-9-8 Rotation (angle mesuré)
- 2-1-9-9 Rotation (angle 3 points)
- 2-1-9-10 Similitude (centre angle rapport)
- 2-1-9-11 Similitude (centre point image)
- 2-1-9-12 Projection orthogonale
- 2-1-9-13 Projection sur droite parallèlement à droite

2-2 Ligne

2-2-1 Droite(s)

- 2-2-1-1 Définies par 2 points
- 2-2-1-2 Parallèle
- 2-2-1-3 Perpendiculaire
- 2-2-1-4 Médiatrice
- 2-2-1-5 Bissectrice
- 2-2-1-6 Image d'une droite
- 2-2-1-7 Point-coefficient directeur
- 2-2-1-8 Définie par une équation
- 2-2-1-9 Munie d'un repère
- 2-2-1-10 Nommée définie par 2 points

2-2-2 Demi-droite(s)

- 2-2-2-1 Définies par 2 points
- 2-2-2-2 Nommée définie par 2 points

2-2-3 Segment(s)

- 2-2-3-1 Définis par 2 points
- 2-2-3-2 Nommé défini par 2 points

2-2-4 Cercle

- 2-2-4-1 Défini par centre et rayon
- 2-2-4-2 Défini par centre et un point
- 2-2-4-3 Circonscrit
- 2-2-4-4 Inscrit
- 2-2-4-5 Défini par centre et une tangente
- 2-2-4-6 Défini par un diamètre
- 2-2-4-7 Image d'un cercle

2-2-5 Arc de cercle

- 2-2-5-1 Demi-cercle
- 2-2-5-2 Arc défini par extrémités et cercle
- 2-2-5-3 Arc défini par extrémités et centre

2-2-6 Courbe

- 2-2-6-1 Lieu d'un point
- 2-2-6-2 Graphe d'une fonction déjà créée
- 2-2-6-3 Graphe d'une fonction
- 2-2-6-4 Courbe paramétrée
- 2-2-6-5 Courbe en coordonnées polaires
- 2-2-6-6 Graphe d'une suite

2-2-7 Rectangle

- 2-2-7-1 Défini par une diagonale
- 2-2-7-2 Défini par des coordonnées

2-2-8 Polygone

- 2-2-8-1 Polygone défini par ses sommets
- 2-2-8-2 Régulier avec centre et sommet

2-3 Transformation

- 2-3-1 Symétrie axiale
- 2-3-2 Symétrie centrale
- 2-3-3 Translation (vecteur)
- 2-3-4 Translation (point-image)
- 2-3-5 Rotation (Angle mesuré)
- 2-3-6 Rotation (angle 3 points)
- 2-3-7 Homothétie (centre-rapport)
- 2-3-8 Homothétie (centre-point-image)

2-3-9 Similitude (centre angle rapport)

2-3-10 Similitude (centre point image)

2-3-11 Composée de 2 transformations

2-4 Numérique

2-4-1 Variable réelle libre dans un intervalle

2-4-2 Variable réelle libre

2-4-3 Variable entière libre dans un intervalle

2-4-4 Variable entière libre

2-4-5 Calcul géométrique

2-4-5-1 Longueur d'un segment

2-4-5-2 Rayon d'un cercle

2-4-5-3 Coefficient directeur

2-4-5-4 Aire d'un triangle

2-4-5-5 Distance d'un point à une droite

2-4-5-6 Produit scalaire

2-4-5-7 Angle géométrique

2-4-5-8 Angle de vecteurs

2-4-5-9 Abscisse d'un point sur une droite

2-4-5-10 Abscisse d'un point dans le plan

2-4-5-11 Ordonnée d'un point dans le plan

2-4-5-12 Abscisse d'un vecteur

2-4-5-13 Ordonnée d'un vecteur

2-4-6 Calcul algébrique

2-4-7 Fonction numérique

2-4-7-1 A 1 variable

2-4-7-2 A 2 variables

2-4-7-3 A 3 variables

2-4-7-4 Définie par valeurs

2-4-8 Suite non récurrente

2-4-9 Suite récurrente d'ordre 1

2-4-10 Suite récurrente d'ordre 2

2-4-11 Indice du premier terme nul d'une suite

2-5 Repère

2-6 Unité de longueur

2-7 Vecteur

2-7-1 Expression vectorielle

2-7-2 Donné par ses coordonnées

2-8 Demi-plan

2-8-1 Défini par droite-point

2-8-2 Défini par inéquation
(objet selon prototype)

2-9 Cadre

2-10 Affichage

2-10-1 Variable numérique déjà définie

2-10-2 Coordonnées d'un point

2-10-3 Equation d'une droite

2-10-4 Equation réduite d'une droite

2-10-5 Longueur d'un segment

2-10-6 Aire d'un triangle

2-10-7 Mesure d'un angle géométrique

2-10-8 Texte

2-11 Commande

- 2-11-1 Dessin en bloc
- 2-11-2 Dessin par étapes
- 2-11-3 Trace
- 2-11-4 Trace à la demande
- 2-11-5 Sortie d'un mode Trace
- 2-11-6 Sélection pour pilotage au clavier
- 2-11-7 Affectations directes
- 2-11-8 Affectations aléatoires
- 2-11-9 Affectations mémorisées
- 2-11-10 Zoom sur point
- 2-11-11 Création itérative
- 2-11-12 Répétition de commandes
- 2-11-13 Tableau de valeurs

3 PILOTER

- 3-1 Piloter au clavier
- 3-2 Modifier paramètres de pilotage au clavier
- 3-3 Boucler le pilotage
- 3-4 Déboucler le pilotage
- 3-5 Affecter une variable numérique libre
- 3-6 Placer un point libre sur un autre
- 3-7 Placer un point libre par coordonnées
- 3-8 Temps actif (maj T)
- 3-9 Rythme de lecture du temps
- 3-10 Importer

4 AFFICHER

- 4-1 Sélection trace
- 4-2 Mode trace (basculer)
- 4-3 Mode trace à la demande (basculer)
- 4-4 Rappels (F2)
- 4-5 Commentaire (F3)
- 4-6 Noms des points affichés (maj N)
- 4-7 Séparer les noms des points (maj S)
- 4-8 Repère Roxy affiché (maj R)
- 4-9 Traits épais
- 4-10 Agrandir (>)
- 4-11 Réduire (<)
- 4-12 Revenir au cadrage initial

5 DIVERS

- 5-1 Style crayon
- 5-2 Cadrer

- 5-3 Décadrer
- 5-4 Modifier/Dupliquer (Ctrl M)
- 5-5 Répéter (Ctrl B)
- 5-6 Supprimer
- 5-7 Renommer
- 5-8 Historique

5-9 Filtrer

- 5-9-1 Interdire piloter
- 5-9-2 Autoriser piloter
- 5-9-3 Interdire accès
- 5-9-4 Autoriser accès
- 5-10 Protéger
- 5-11 Déprotéger
- 5-12 Modifier les menus
- 5-13 Créer un prototype

6 ÉDITER

- 6-1 Copier image (automatique)
- 6-2 Copier image (copie ajustée)
- 6-3 Copier rappels sélectionnés
- 6-4 Éditer texte figure
- 6-5 Éditer commentaire
- 6-6 Annuler
- 6-7 Annuler annuler

7 FENÊTRE

- 7-1 Cascade
- 7-2 Mosaïque horizontale
- 7-3 Mosaïque verticale
- 7-4 Barre d'outils

8 AIDE

- 8-1 Aide pour le plan
- 8-2 Aide pour l'espace
- 8-3 A propos
- 8-4 Aide pour Geoplan-Geospace

9 OPTIONS

9-1 Langue

- 9-1-1 Français
- 9-1-2 Anglais
- 9-1-3 Allemand
- 9-2 Associer
- 9-3 Préférences
- 9-4 Figures sur fond noir
- 9-5 Barre d'outils

Pour une figure de l'espace

Dans ce texte présenté sur deux colonnes, les menus de premier niveau sont écrits en rouge, les sous-menus en gras et les articles n'ont pas d'enjolivement. Chaque menu, sous-menu ou article est précédé du numéro qui le désigne dans le texte de la figure.

Par exemple on peut trouver dans le texte de la figure la phrase :

options interdites : 2-1-1 , 2-1-11-1.

Cette phrase supprime des menus, le sous-menu *Point libre* et l'article *transformation déjà créée* du sous-menu *Point image par*.

1 FICHER

- 1-1 Nouvelle figure du plan
- 1-2 Nouvelle figure de l'espace
- 1-3 Ouvrir
- 1-4 Enregistrer
- 1-5 Enregistrer sous
- 1-6 Fermer la figure active
- 1-7 Imprimer
- 1-8 Configurer l'imprimante
- 1-9 Enregistrer une image
- 1-10 Quitter (Geoplan-Geospace)

2 CRÉER

2-1 Point

2-1-1 Point libre

- 2-1-1-1 Dans l'espace
- 2-1-1-2 Dans un plan
- 2-1-1-3 Sur une droite
- 2-1-1-4 sur une demi-droite
- 2-1-1-5 Sur un segment
- 2-1-1-6 Sur un cercle
- 2-1-1-7 Sur un arc
- 2-1-1-8 A coordonnées entières
- 2-1-1-9 A abscisse entière
- 2-1-1-10 Dans un polygone
- 2-1-1-11 Sur une sphère

2-1-2 Point repéré

- 2-1-2-1 Dans l'espace
- 2-1-2-2 Dans un plan
- 2-1-2-3 Sur une droite
- 2-1-2-4 Sur une demi-droite

2-1-3 Intersection 2 droites

2-1-4 Intersection droite-plan

2-1-5 Intersection droite-cercle

- 2-1-5-1 2 points
- 2-1-5-2 Deuxième point

2-1-6 Intersection 2 cercles

- 2-1-6-1 2 points
- 2-1-6-2 Deuxième point

2-1-7 Intersection droite-sphère

- 2-1-7-1 2 points
- 2-1-7-2 Deuxième point

2-1-8 Milieu

2-1-9 Centre (divers)

- 2-1-9-1 Centre de gravité
- 2-1-9-2 Cercle inscrit
- 2-1-9-3 Cercle circonscrit
- 2-1-9-4 Orthocentre
- 2-1-9-5 Cercle déjà créé

2-1-10 Barycentre

2-1-11 Point image par

- 2-1-11-1 Transformation déjà créée
- 2-1-11-2 Symétrie axiale
- 2-1-11-3 Symétrie centrale
- 2-1-11-4 Symétrie par rapport à un plan
- 2-1-11-5 Translation (vecteur)
- 2-1-11-6 Translation (point-image)
- 2-1-11-7 Rotation (axe-angle)
- 2-1-11-8 Homothétie (centre-rapport)
- 2-1-11-9 Homothétie (centre-point-image)
- 2-1-11-10 Projection orthogonale sur une droite
- 2-1-11-11 Projection orthogonale sur un plan
- 2-1-11-12 Projection sur un plan parallèlement à une droite

2-2 Ligne

2-2-1 Droite(s)

- 2-2-1-1 Définies par 2 points
- 2-2-1-2 Parallèle
- 2-2-1-3 Perpendiculaire à une droite
- 2-2-1-4 Perpendiculaire à un plan

- 2-2-1-5 Intersection de deux plans
- 2-2-1-6 Bissectrice
- 2-2-1-7 Image d'une droite
- 2-2-1-8 Point et vecteur directeur
- 2-2-1-9 Munie d'un repère
- 2-2-1-10 Nommée définie par deux points
- 2-2-2 Demi-droite(s)**
 - 2-2-2-1 Définies par 2 points
 - 2-2-2-2 Nommée définie par 2 points
- 2-2-3 Segment(s)**
 - 2-2-3-1 Définis par 2 points
 - 2-2-3-2 Nommé défini par 2 points
- 2-2-4 Polygone convexe**
 - 2-2-4-1 Défini par ses sommets
 - 2-2-4-2 Section d'un polyèdre par un plan
 - 2-2-4-3 Image d'un polygone
 - 2-2-4-4 Polygone régulier
 - 2-2-4-5 Enveloppe convexe
- 2-2-5 Cercle**
 - 2-2-5-1 Défini par plan, centre et rayon
 - 2-2-5-2 Défini par plan, centre et un point
 - 2-2-5-3 Défini par axe et point
 - 2-2-5-4 Circonscrit
 - 2-2-5-5 Inscrit
 - 2-2-5-6 Section d'une sphère par un plan
 - 2-2-5-7 Intersection de deux sphères
- 2-2-6 Arc de cercle
- 2-2-7 Courbe**
 - 2-2-7-1 Courbe paramétrée
 - 2-2-7-2 Lieu d'un point
 - 2-2-7-3 Graphe d'une fonction
- 2-2-8 Maillage**
 - 2-2-8-1 Lieu d'un point à 2 pilotes
 - 2-2-8-2 Graphe d'une fonction à 2 variables
- 2-3 Plan**
 - 2-3-1 Défini par un point et une droite
 - 2-3-2 Défini par deux droites
 - 2-3-3 Parallèle à un plan
 - 2-3-4 Parallèle à deux droites
 - 2-3-5 Perpendiculaire à une droite
 - 2-3-6 Médiateur
 - 2-3-7 Défini par une équation
 - 2-3-8 Muni d'un repère
 - 2-3-9 Nommé défini par trois points
- 2-4 Transformation**
 - 2-4-1 Symétrie par rapport à un plan
 - 2-4-2 Symétrie axiale
 - 2-4-3 Symétrie centrale

- 2-4-4 Translation (vecteur)
- 2-4-5 Translation (point-image)
- 2-4-6 Rotation (axe-angle)
- 2-4-7 Rotation (axe et deux points)
- 2-4-8 Homothétie (centre-rapport)
- 2-4-9 Homothétie (centre-point-image)
- 2-4-10 Composée de 2 transformations
- 2-5 Numérique**
 - 2-5-1 Variable réelle libre dans un intervalle
 - 2-5-2 Variable réelle libre
 - 2-5-3 Variable entière libre dans un intervalle
 - 2-5-4 Variable entière libre
- 2-5-5 Calcul géométrique**
 - 2-5-5-1 Rayon d'un cercle
 - 2-5-5-2 Distance d'un point à une droite
 - 2-5-5-3 Distance d'un point à un plan
 - 2-5-5-4 Aire d'un triangle
 - 2-5-5-5 Aire d'un convexe
 - 2-5-5-6 Volume d'un solide
 - 2-5-5-7 Angle géométrique
 - 2-5-5-8 Abscisse d'un point sur une droite
 - 2-5-5-9 Abscisse d'un point dans l'espace
 - 2-5-5-10 Ordonnée d'un point dans l'espace
 - 2-5-5-11 Cote d'un point dans l'espace
 - 2-5-5-12 Abscisse d'un vecteur
 - 2-5-5-13 Ordonnée d'un vecteur
 - 2-5-5-14 Cote d'un vecteur
 - 2-5-5-15 Périmètre d'un polygone
- 2-5-6 Calcul algébrique
- 2-5-7 Fonction numérique**
 - 2-5-7-1 A 1 variable
 - 2-5-7-2 A 2 variables
 - 2-5-7-3 A 3 variables
 - 2-5-7-4 Définie par valeurs
- 2-5-8 Suite non récurrente
- 2-5-9 Suite récurrente d'ordre 1
- 2-5-10 Suite récurrente d'ordre 2
- 2-5-11 Indice du premier terme nul d'une suite
- 2-6 Repère
- 2-7 Unité de longueur
- 2-8 Vecteur**
 - 2-8-1 Expression vectorielle
 - 2-8-2 Donné par ses coordonnées
- 2-9 Solide**
 - 2-9-1 Polyèdre convexe**
 - 2-9-1-1 Défini par ses sommets
 - 2-9-1-2 Intersection polyèdre/demi-espace
 - 2-9-1-3 Intersection de deux polyèdres
 - 2-9-1-4 Image d'un polyèdre

- 2-9-1-5 Prisme régulier
- 2-9-1-6 Pyramide régulière
- 2-9-1-7 Enveloppe convexe
- 2-9-2 Sphère
- 2-9-3 Cylindre
- 2-9-4 Cône
- 2-9-5 Tronc de cône
- 2-9-6 Patron de polyèdre

2-10 Affichage

- 2-10-1 Variable numérique déjà définie
- 2-10-2 Longueur d'un segment
- 2-10-3 Coordonnées d'un point
- 2-10-4 Equation d'un plan
- 2-10-5 Texte

2-11 Commande

- 2-11-1 Dessin en bloc
- 2-11-2 Dessin par étapes
- 2-11-3 Trace
- 2-11-4 Trace à la demande
- 2-11-5 Sortie d'un mode Trace
- 2-11-6 Sélection pour pilotage au clavier
- 2-11-7 Affectations calculées
- 2-11-8 Affectations aléatoires
- 2-11-9 Affectations mémorisées
- 2-11-10 Changement de vue**
 - 2-11-10-1 Par mémorisation
 - 2-11-10-2 Par choix d'un plan de face
 - 2-11-10-3 Par rotation relative
 - 2-11-10-4 Par rotation absolue
- 2-11-11 Création itérative
- 2-11-12 Répétition de commandes
- 2-11-13 Tableau de valeurs
- 2-11-14 Projection oblique paramétrée

3 PILOTER

- 3-1 Piloter au clavier
- 3-2 Modifier paramètres de pilotage au clavier
- 3-3 Boucler le pilotage
- 3-4 Déboucler le pilotage
- 3-5 Affecter une variable numérique libre
- 3-6 Placer un point libre sur un point
- 3-7 Placer un point libre par coordonnées
- 3-8 Temps actif
- 3-9 Rythme de lecture du temps
- 3-10 Importer

4 AFFICHER

- 4-1 Sélection trace
- 4-2 Mode trace (basculer)
- 4-3 Mode trace à la demande (basculer)
- 4-4 Rappels (F2)

- 4-5 Commentaire (F3)
- 4-6 Noms des points affichés (maj N)
- 4-7 Séparer les noms des points (maj S)
- 4-8 Repère Rxyz affiché (maj R)
- 4-9 Traits épais
- 4-10 Agrandir (>)
- 4-11 Réduire (<)
- 4-12 Figure en fil de fer
- 4-13 Parties cachées en pointillé
- 4-14 Plan isolé

5 DIVERS

- 5-1 Style crayon
- 5-2 Limiter des dessins
- 5-3 Ne pas limiter des dessins
- 5-4 Modifier/Dupliquer (Ctrl M)
- 5-5 Répéter (Ctrl B)
- 5-6 Supprimer
- 5-7 Renommer
- 5-8 Historique

5-9 Filtrer

- 5-9-1 Interdire piloter
- 5-9-2 Autoriser piloter
- 5-9-3 Interdire accès
- 5-9-4 Autoriser accès
- 5-10 Protéger
- 5-11 Déprotéger
- 5-12 Modifier les menus
- 5-13 Créer un prototype

6 ÉDITER

- 6-1 Copier image (automatique)
- 6-2 Copier image (copie ajustée)
- 6-3 Copier rappels sélectionnés
- 6-4 Editer texte figure
- 6-5 Editer commentaire
- 6-6 Annuler
- 6-7 Annuler annuler
- 6-8 Limiter l'image

7 VUES

- 7-1 Vue initiale (CTRL F1)
- 7-2 Vue standard avec oyz de face (F7)
- 7-3 Vue standard avec oxy de face (F8)
- 7-4 Vue standard avec ozx de face (F9)
- 7-5 Vue avec un autre plan de face
- 7-6 Vue précédente (F11)
- 7-7 Vue suivante (F12)
- 7-8 Plan de face maintenu de face
- 7-9 Projection oblique
- 7-10 Paramètres de projection

8 FENÊTRE

- 8-1 Cascade
- 8-2 Mosaïque horizontale
- 8-3 Mosaïque verticale
- 8-4 Barre d'outils

9 AIDE

- 9-1 Aide pour le plan
- 9-2 Aide pour l'espace
- 9-3 A propos
- 9-4 Aide pour Geoplan-Geospace

10 OPTIONS

10-1 Langue













- 10-1-1 Français
- 10-1-2 Anglais
- 10-1-3 Allemand
- 10-2 Associer
- 10-3 Préférences
- 10-4 Figures sur fond noir
- 10-5 Barre d'outils




Quelques informations sur les outils

I - Les icônes de la barre d'outils








Les icônes communes aux figures du plan ou de l'espace

Les boutons-icônes de la barre d'outils permettent d'accéder plus rapidement à certains articles de menu. Si l'article de menu a été supprimé ou s'il est grisé, le bouton est grisé et inactif. Pour plus de détails se reporter aux articles de menu. Les couleurs des icônes ci-dessous ne sont pas toujours celles apparaissant à l'écran

 ou 	Pour ouvrir une figure du plan ou de l'espace.
	Pour sauver la figure active.
	Pour afficher les rappels des objets de la figure active.
	Pour ouvrir la boîte de modification du style des objets.
	Pour changer de cadrage (agrandir).
	Pour changer de cadrage (réduire).
	Pour grossir les dessins et les affichages (ou revenir à la normale).
 ou 	Pour dessiner ou effacer le repère prédéfini Roxy ou Rxyz lorsqu'ils sont de style "dessiné" (ce qui est le style par défaut). Par défaut, le repère n'est pas dessiné.
	Pour afficher le double cadre limitant l'image (impression ou copie).
	Pour répéter le dernier article de menu activé.

	Pour modifier ou dupliquer un objet déjà créé.
	Pour entrer ou sortir du mode Trace.
	Pour entrer ou sortir du mode Trace à la demande.

Les icônes supplémentaires pour une figure de l'espace

	Pour passer en mode "fil de fer" ou revenir au mode "opaque (avec ou sans pointillés)" qui est le mode par défaut.
	Pour passer en mode "opaque avec pointillés" ou revenir au mode "opaque sans pointillés" qui est le mode par défaut. Lorsque la figure est en mode "fil de fer", ce bouton est grisé et inactif.
	Pour faire afficher la vue précédente de la figure (noter qu'un changement de cadrage ou un changement de mode n'est pas un changement de vue). Ce bouton n'agit que si on a changé de vue en faisant tourner R_{xyz} .
	Pour faire afficher la vue suivante de la figure. Ce bouton n'agit que si on a utilisé le bouton précédent.
	Pour obtenir une représentation en projection oblique sur le plan de l'écran ou revenir à une représentation en projection orthogonale qui est le mode par défaut.
	Pour interdire ou rétablir les changements de vue par les rotations dont les axes sont inclus dans le plan de l'écran.
	Pour obtenir à l'écran la représentation des objets contenus dans un plan (à choisir ainsi que le fait que ce plan soit mis ou non de face) ou pour revenir à une représentation de l'ensemble de la figure.

II - Les raccourcis clavier

Les raccourcis clavier communs au plan et à l'espace

Comme d'habitude, les raccourcis-clavier permettent d'accéder plus rapidement à certains articles de menu. Si l'article de menu a été supprimé du menu ou s'il est grisé, le raccourci clavier n'est évidemment plus actif.

F1	Pour obtenir l'aide.
F2	Pour afficher les rappels des objets créés.
F3	Pour afficher le commentaire de la figure.
Maj N	Pour faire apparaître ou disparaître les noms des points sur l'écran.
Maj S	Pour améliorer si c'est possible les positions des noms des points.
Maj R	Pour dessiner ou effacer le repère prédéfini R_{oxy} ou R_{xyz}
Maj T	Pour rendre le temps actif (ou inactif, c'est une bascule)
>	Pour changer de cadrage (agrandir).
<	Pour changer de cadrage (diminuer).
Ctrl B	Pour répéter le dernier article de menu activé.
Ctrl M	Pour modifier ou dupliquer un objet déjà créé.
ESC	Cette touche a une action différente selon l'état de la figure. Son fonctionnement répond au standard habituel : arrêter l'action en cours. Par exemple, elle permet de sortir d'un mode "trace", d'arrêter l'exécution d'une commande de répétition...

Les raccourcis clavier supplémentaires pour l'espace



Comme d'habitude, les raccourcis clavier permettent d'accéder plus rapidement à certains articles de menu. Si l'article de menu a été supprimé du menu ou s'il est grisé, le raccourci clavier n'est évidemment plus actif.

Ctrl F1	Pour faire afficher la vue initiale.
F7	Pour obtenir la vue standard avec le plan oyz de face.
F8	Pour obtenir la vue standard avec le plan oxy de face.
F9	Pour obtenir la vue standard avec le plan ozx de face.
F10	Pour placer le curseur dans la barre de menu (standard Windows).
F11	Pour obtenir la vue précédente de la figure (s'il en existe une).
F12	Pour obtenir la vue suivante de la figure (s'il en existe une).



III - Les curseurs

Voici la liste des différents curseurs spécifiques à Geoplan-Geospace.

Pour les figures du plan ou de l'espace :

	Faire glisser la souris en maintenant le bouton droit de la souris et la touche Maj (ou la touche Ctrl) appuyés pour déplacer l'origine du repère R_{xyz} sur l'écran.
	Pour déplacer un point libre. Le curseur apparaît lorsque l'on clique sur un point libre.

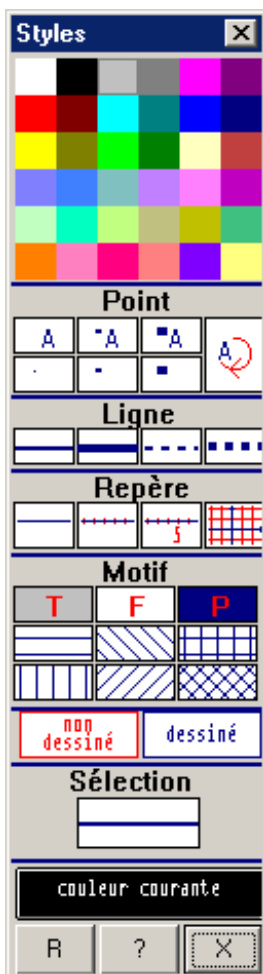
Pour les figures de l'espace seulement :


	Faire glisser la souris en maintenant le bouton droit de la souris appuyé pour obtenir des changements de vue par rotation dont l'axe est contenu dans le plan de l'écran.
	Après avoir choisi le mode "plan de face maintenu de face", faire glisser la souris en maintenant le bouton droit de la souris appuyé pour obtenir des changements de vue par rotation dont l'axe est perpendiculaire au plan de l'écran.

IV - La boîte de styles

Dans le plan, comme dans l'espace, la boîte de styles offre une plus grande palette de couleurs que dans les versions précédentes des logiciels . Les 16 premières couleurs (en partant du haut à gauche) sont les couleurs accessibles dans les anciennes versions, elles portent des noms (rouge, rouge foncé, etc.). Les suivantes sont définies par trois paramètres (rouge, vert et bleu) qui sont des entiers compris entre 0 et 255. L'objet colorié avec l'une d'elle aura dans sa définition "couleur RVB(... , ... , ...)". D'autres couleurs RVB sont accessibles en écrivant directement dans le texte de la figure que l'on obtient dans l'éditeur de texte incorporé accessible par le menu *Editer texte figure*.


Pour une figure du plan




Pour modifier l'aspect de la figure, on utilise la boîte de styles accessible par appui sur le bouton  de la barre d'outils ou par l'article *Style crayon* du menu *Divers*.

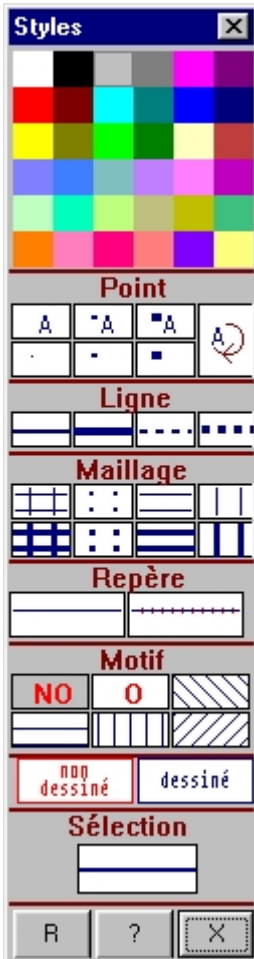
Pour utiliser la boîte de styles, on commence par sélectionner un style à l'aide de la souris (cliquer sur le bouton correspondant de la boîte) ou avec le clavier (se déplacer dans la boîte avec les flèches jusqu'au style voulu).


Le style sélectionné est affiché dans la case "Sélection".

Pour appliquer ce style à un objet (s'il est de nature à recevoir ce style et s'il n'est pas protégé), on peut soit cliquer sur cet objet (ou plutôt sa représentation dans l'écran) soit ouvrir les rappels à l'aide du bouton , double-cliquer sur le nom de l'objet ou cliquer sur le nom de l'objet puis sur le bouton Ok.

Le bouton  permet d'obtenir l'aide. On ferme la boîte avec le bouton Fermer ou Alt F4 ou encore la touche ESC.

Pour une figure de l'espace



Pour modifier l'aspect de la figure, on utilise la boîte de styles accessible par appui sur le bouton  de la barre d'outils ou par l'article *Style crayon* du menu *Divers*.

Pour utiliser la boîte de styles, on commence par sélectionner un style à l'aide de la souris (cliquer sur le bouton correspondant de la boîte) ou avec le clavier (se déplacer dans la boîte avec les flèches jusqu'au style voulu).

Le style sélectionné est affiché dans la case "Sélection".

Pour appliquer ce style à un objet (s'il est de nature à recevoir ce style et s'il n'est pas protégé), on peut soit cliquer sur cet objet (ou plutôt sa représentation dans l'écran) soit ouvrir les rappels à l'aide du bouton **[R]**, double-cliquer sur le nom de l'objet ou cliquer sur le nom de l'objet puis sur le bouton Ok.

Le bouton **[?]** permet d'obtenir l'aide. On ferme la boîte avec le bouton Fermer ou Alt F4 ou encore la touche ESC.

Remarques :

- Pour modifier le style d'un solide, d'un maimmage ou d'un affichage, il est préférable d'utiliser le bouton **[R]** plutôt que de cliquer dessus avec la souris.

- Si un objet est de style opacifiable, hachuré ou non, son opacité n'est effective que si la figure est en "mode opaque" et si son dessin n'est pas limité à un autre convexe.

- Les repères de l'espace autres que R_{xyz} ne sont pas dessinables. On peut créer les trois axes du repère en tant que droites munies d'un repère et les graduer.

V - Écriture des expressions et formatage d'un texte

Les textes prévus pour le **commentaire de la figure** ou pour l'**affichage d'un texte** peuvent contenir des expressions dessinées et peuvent être agrémentés en utilisant des styles ou des couleurs.

Écriture des expressions : règles et exemples

Dans les commentaires ou dans les textes à afficher, les expressions peuvent être dessinées comme celles qui sont dans les rappels des objets (touche F2 ou menu *Afficher* item *Rappel* ou bouton marqué **rap**).

Pour cela, les expressions doivent être encadrées de caractères "\" (antislashes). La syntaxe de ce que l'on écrit entre les antislashes doit être respectée rigoureusement ; elle est décrite dans l'aide en ligne et c'est celle qui est utilisée dans les boîtes de dialogue pour entrer des expressions. Par exemple le texte

Le rayon du cercle est $\sqrt{4} + \frac{1}{2}$

donnera

Le rayon du cercle est $\sqrt{4} + \frac{1}{2}$

Les valeurs numériques peuvent être fabriquées par la fonction **val**. Si x est une variable numérique ou une expression construite avec des variables numériques de la figure, $\text{val}(x,3)$ est la valeur numérique de x, limitée à trois décimales. Ainsi si x a pour valeur $\frac{22}{7}$, alors

<code>\x\</code>	donnera	x
<code>val(x,2)</code>	donnera	3.14
<code>\1/x\</code>	donnera	$\frac{1}{x}$
<code>\1/val(x,1)\</code>	donnera	$\frac{1}{3.1}$
<code>val(1/x,2)\</code>	donnera	0.32

Ajoutons que, pour permettre des écritures mathématiques variées, il est prévu que, dans une expression, une chaîne de caractères entre guillemets (caractères « et » de codes respectifs 0171 et 0187) est traitée, *pour l'affichage seulement*, comme une variable numérique.

Détail des règles à respecter et exemples

1. Les expressions à dessiner sont écrites en ligne et entre deux antislashes (\). La présence du symbole de la multiplication (*) n'est pas nécessaire sauf entre deux nombres.

Les règles de priorité habituelles de opérations sont appliquées et une expression ambiguë (comme $a/b/c$ ou a^b^c) est refusée. Il faut parenthéser. L'écriture en ligne impose des parenthèses qui sont retirées dans l'écriture dessinée comme on peut le voir dans certains des exemples qui suivent.

Exemples

Division , puissance


$\backslash 1/(2x+4)\backslash$	$\backslash 1+ a^b\backslash$
$\frac{1}{2x+4}$	$1+a^b$

Racines

$\backslash \sqrt{x+a}\backslash$	$\backslash \root{5}{a-2}\backslash$
$\sqrt{x+a}$	$\sqrt[5]{a-2}$

Vecteurs

$\backslash \vec{u}\backslash = \backslash \vec{i} + 2\vec{A},B\backslash$	$\backslash \text{fleche}(F((t)))\backslash$
$\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{AB}$	$\overrightarrow{F(t)}$

2. On peut donner le statut d'expression à n'importe quelle suite de caractères. Il suffit de mettre entre les guillemets « et » la suite en question. On peut utiliser le bouton  de la boîte de dialogue ou les codes ASCII de « et » (ALT 174 et ALT 175 en principe).

Exemples

$\backslash \ll 5.2 \gg / \cos(\ll 23^\circ \gg)\backslash$	$\backslash \ll 5.2 \gg / \ll \cos(23^\circ) \gg \backslash$
$\frac{5.2}{\cos 23^\circ}$	$\frac{5.2}{\cos (23^\circ)}$
$\backslash (1+2+\ll \dots \gg +n)/n\backslash$	
$\frac{1 + 2 + \dots + n}{n}$	

3. On peut mettre des parties calculées à l'intérieur d'une expression à dessiner (non disponible dans le commentaire). Pour cela on utilise la fonction **val** dont la syntaxe est **val(expr,n)** où **expr** est l'expression à évaluer et **n** le nombre de décimales.

Exemples

$\vec{u} \cdot \vec{v}$	<code>\vec(u)&\vec(v)\ =\ val(\vec(u)&\vec(v),3)</code>
$\vec{u} \cdot \vec{v}$	$= 2.867$
$\frac{AB}{AC}$	<code>\dist(A,B)/\dist(A,C)\ =\ val(\dist(A,B),2)/\val(\dist(A,C),2)\</code>
$\frac{AB}{AC}$	$= \frac{7.11}{6.41}$

4. Les arguments des fonctions sont mis entre parenthèses, une paire étant automatiquement supprimée à l'écriture.

Exemples

<code>\sin(x)\</code>	<code>\sin((x))\</code>	<code>\(f((x_1))+g((x_2)))/2\</code>
$\sin x$	$\sin (x)$	$\frac{f\left(x_1\right)+g\left(x_2\right)}{2}$

5. On peut écrire des systèmes. Le séparateur de ligne est le marqueur de paragraphe. Le caractère { n'est correctement interprété que s'il est le premier caractère de la première ligne du texte.

Exemples

<code>{x+y = 2\</code>	<code>{\sqrt(x)+y^3 = 1\</code>
<code>\2x + 5y = 7\</code>	<code>\3\sqrt(x)-5y^3 = -2\</code>
$\begin{cases} x+y=2 \\ 2x+5y=7 \end{cases}$	$\begin{cases} \sqrt{x}+y^3=1 \\ 3\sqrt{x}-5y^3=-2 \end{cases}$

6. Si une expression comporte des fonctions ou des variables dont le nom dépasse un caractère, on peut, pour éviter le double parenthésage et l'utilisation de la notation indicielle, faire suivre l'expression de :

;s :v1,v2,...vn où v1, v2, ..., vn sont tous les noms de variables n'entrant pas dans la définition d'un vecteur ou d'une distance utilisées dans l'expression,

;f :f1,f2,...,fn où f1, f2, ..., fn sont les noms de fonctions utilisées dans l'expression.

Exemples

$\frac{f(x_a) \cdot f(x_b)}{f(x_b)}$
$\sqrt{\left(f_{\text{onc}}\left(x_a\right)\right) f_{\text{onc}}\left(x_b\right)}$
$\frac{\left(\text{vec}\left(A^1, B\right)+\text{vec}\left(v_a\right)\right) /\left(5 \cdot \text{dist}\left(A^1, B\right)\right)+M_a ; s: M a}{\frac{\overrightarrow{A_1^1 B} \cdot \overrightarrow{v_a}}{5 \times A_1^1 B}+M_a}$

7. Autres expressions possibles


Suites

$u_{(n+2)}=u_{(n+1)}-2 \cdot u_{(n)}$	$u_{\left(n_1\right)}=v_{\left(n^2\right)}$
$u_{n+2}=u_{n+1}-2 u_n$	$u\left(n_1\right)=v\left(n^2\right)$

Angles

$\widehat{A B C}$	$\angle(\text{vec}(u), \text{vec}(v))$
	

Arcs

$\widehat{A B}$	$\overrightarrow{A B}$
	

Produit scalaire, produit vectoriel

$\overrightarrow{A B} \cdot \overrightarrow{C D}$	$\overrightarrow{A B} \wedge \overrightarrow{C D}$
$\overrightarrow{A B} \cdot \overrightarrow{C D}$	$\overrightarrow{A B} \wedge \overrightarrow{C D}$

Divers

C_n^5	A_6^p	$\overline{a+i b}$
C_n^5	A_6^p	$\overline{a+i b}$

$\sum_{k=1}^5 k^2$	$\prod_{p=1}^n \frac{1}{p}$	$\int_1^e \ln x dx$
--------------------	-----------------------------	---------------------

$C_n^p = \frac{n(n-1) \dots (n-p+1)}{p(p-1) \dots 1}$	$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\exp(t)}{t}$
---	--

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} \right)$	$[-5, 5] \cap \left[\frac{2}{3}, 8 \right]$
---	--

Formatage d'un texte

Dans un texte prévu pour le **commentaire de la figure** ou pour **l'affichage d'un texte** la présence du caractère \$ indique un **changement** de style ou de couleur à condition qu'il soit suivi d'une lettre qui code ce changement.

Pour un changement de style		Pour un changement de couleur			
m	droit maigre	b	blanc	n	noir
i	<i>italique</i>	r	rouge	R	rouge foncé
g	gras	k	bleu	K	bleu foncé
J	<i>italique gras</i>	y	jaune	Y	jaune foncé
S	<u>souligné</u>	v	vert	V	vert foncé
I	<i><u>italique souligné</u></i>	p	rose	P	rose foncé
G	<u>gras souligné</u>	c	ciel	C	ciel foncé
B	biffé	q	gris	Q	gris foncé

Notez bien qu'il s'agit d'indiquer des **changements concernant tout le texte qui suit jusqu'au prochain changement**.

Exemple : le texte

"\$rAttention \$g\$krac(x)\ \$m\$nn'est valide que si \$g\$skx\$m\$n est \$rpositif\$n." donnera

Attention \sqrt{x} n'est valide que si x est positif.

Remarque importante: si le texte contient des expressions (entre antislashes) les changements de style ou de couleur doivent se faire **à l'extérieur** des antislashes.

Utilisation de la police Symbol

Dans n'importe quelle partie du texte, même dans une expression, on peut aussi utiliser le caractère ~ (c'est l'accent tilde, sa parution est déclenchée par la frappe du caractère suivant) qui met en police Symbol le caractère suivant (un seul). Ainsi il y a deux façons d'écrire π dans ces textes: ~p ou `pi`.

Écriture des ensembles

Certaines expressions ensemblistes sont comprises par le logiciel (uniquement dans les textes) et dessinées si elles sont placées entre antislashes. Ce sont :

les intervalles de \mathbb{R} (les bornes sont séparées par une virgule, **+inf** pour "plus infini" et **-inf** pour "moins infini"),

les réunions d'intervalles (en utilisant la lettre **U** majuscule pour union), **R**, des ensembles finis de réels,

des intersections (écrire **inter** en toutes lettres)

et il ne faut pas utiliser de lettres pour désigner des ensembles.

Exemples d'écriture comprises : [-3.5,-1.2] [8,10.7]]-inf,2.3] {2,3/2} \mathbb{R} -{0} [1,5] **inter** [3,8] mais "A inter B" n'est pas compris.

Cependant, on peut écrire cet ensemble, en utilisant le symbole d'intersection de la police Symbol.

VI - Le texte de la figure

Une figure Geoplan ou Geospace est décrite par son texte, texte que l'on peut éditer avec un traitement de texte ou avec l'éditeur intégré à Geoplan-Geospace (menu *Editer*, article *Editer texte figure*). Geoplan-Geospace modifie ce texte chaque fois que l'utilisateur agit sur la figure (en créant des objets, en modifiant des valeurs de variables ou des paramètres d'affichage etc.).

Il est possible de modifier directement le texte de la figure, à condition de respecter la syntaxe des "phrases"¹⁵ utilisées par Geoplan ou Geospace. Le fonctionnement de l'éditeur est décrit dans l'aide où on trouve aussi la liste complète des phrases utilisables.

Parmi ces phrases qui décrivent le texte de la figure, on distingue plusieurs types

- les phrases de création d'objets, qui peuvent toutes être obtenues par les menus,
- les phrases qui peuvent être inscrites dans le texte de la figure par une action directe sur un menu,
- les phrases pour lesquelles il faut une écriture directe dans le texte de la figure.

Toutes ces phrases peuvent être aussi écrites par programmation lorsqu'on insère une figure Geoplan ou une figure Geospace dans un logiciel ou dans une page html en utilisant les contrôles ActiveX (cf. serveur de l'AID-CREEM d'adresse <http://www2.cnam.fr/creem/>).

Nous ne décrivons ici que les phrases du troisième type. Elles sont (sauf une) communes aux figures Geoplan et Geospace.

Phrases à écrire directement dans le texte de la figure

Changement de cadrage interdit

Les changements de cadrage comme agrandir (>) réduire (<) et le changement de position du repère par translation à la souris ou au clavier ne sont plus possibles lorsque cette phrase est présente dans le texte de la figure et exécutée.

Changement de vue interdit (pour une figure Geospace seulement)

Les changements de vues à la souris, au clavier ou par un article du menu *Vues* (rotations, vues avec un plan de face etc.) ne sont plus possibles lorsque cette phrase est présente dans le texte de la figure et exécutée. Les commandes de changements de vue ne sont pas affectées par cette interdiction.

Interdire la création des objets non valides

Une figure dont le texte contient cette phrase interdit la création de tout objet dont la valeur n'existerait pas au moment où l'utilisateur tente de le créer. L'effet est donc le même pour cette figure que si on avait paramétré Geoplan-Geospace avec un fichier de préférence où la case *Interdire la création des objets non valides*

¹⁵ Le mot "phrase" est assez mal choisi mais il ne faut surtout pas le prendre au sens habituel (sujet, verbe, complément, etc.). Il s'agit plutôt d'un moule formel de description d'objet ou d'action.

est cochée. La différence est que l'interdiction est ici enregistrée dans la figure et ne concerne qu'elle. Cette interdiction prend le pas sur une éventuelle autorisation due à un paramétrage du logiciel par un fichier de configuration.

Autoriser la création des objets non valides

La situation par défaut étant d'autoriser la création de objets non valides (avec demande de confirmation), cette phrase ne peut servir que pour combattre une éventuelle interdiction due à un paramétrage du logiciel ou pour annuler par programmation une interdiction précédente.

Exportation interdite

Par défaut toute figure active "exporte" les valeurs de ses variables vers toutes les figures "importatrices" (voir page 209). Cette phrase permet d'empêcher cette exportation de la part de toute figure qui la contient. Il existe une phrase qui peut, par programmation, enlever cette interdiction.

Le point doit coller au point

Dans cette phrase, le premier pointillé doit être remplacé par le nom d'un point libre dans le plan pour une figure Geoplan (ou dans l'espace pour une figure Geospace) et le second par le nom d'un point.

Si A est un point qui a été créé comme libre dans le plan (respectivement dans l'espace) et B un point variable, la phrase "Le point A doit coller au point B" fait que chaque fois que la position de B est modifiée, A vient se "coller" sur B. Autrement dit, après que cette phrase a été exécutée, tout se passe comme si toute modification de la position du point variable B déclenchait automatiquement l'affectation de la position de A à celle de B. Il est clair que ceci n'a d'intérêt que si B est une variable liée à A et qu'on contraint B à vérifier certaines conditions.

Exemple : Si M est un point libre dans le plan et P un point astreint à rester à une distance inférieure à 1 de l'origine o, alors en collant M à P, M sera aussi contraint de rester à une distance inférieure à 1 de o.

M point libre

P sur demi-droite [oM), distance à l'origine min(oM, 1) (unité Uoxy)

Le point M doit coller au point P

Ici, si la distance oM est inférieure à 1, alors P = M, sinon P est le point de la demi-droite [oM) qui est à la distance 1 de l'origine o. Le point M sera donc contraint de rester à l'intérieur ou sur le bord du disque de centre o et de rayon 1. En mettant P en style *non dessiné*, tout se passera comme si M était un point libre dans le disque.

Il est clair qu'il se peut qu'il soit impossible de coller un point A à un point B qui dépend de A. Ainsi si B est l'image de A dans la rotation de centre o et d'angle $\frac{\pi}{3}$, cela n'a pas de sens de demander de coller A à B. C'est de la responsabilité de l'utilisateur d'utiliser cette phrase dans des conditions où elle a un sens.

A la place de ..., afficher : ...

Dans cette phrase, le premier pointillé doit être remplacé par le nom d'un point et le second par une ligne de texte (80 caractères maximum).

L'effet de la présence de cette phrase dans le texte de la figure est de remplacer sur le dessin le nom du point par la ligne de texte. Dans cette ligne, comme dans un affichage de texte (voir plus haut, menu *Créer*, sous-menu *Affichage*), il est possible d'insérer des expressions mathématiques, à condition de les mettre entre "anti-slashes" c'est à dire de les encadrer par le caractère "\" et d'introduire des valeurs de variables numériques de la figure avec la fonction val. On peut aussi le formater (voir page 233) et utiliser des lettres de la police Symbol en utilisant le caractère ~ (accent tilde) (c'est un moyen d'obtenir une lettre grecque puisque ~G donnera Γ).

A la place de ..., afficher en grand : ...

Cette dernière phrase ne prend effet que si l'affichage en gros caractères a été mis en service. L'affichage est alors "géant" au lieu d'être simplement grand.

Objets protégés à rappel limité: ...

Si l'on désire cacher la façon dont certains objets ont été créés, il suffit de limiter leur rappel. Dans le rappel des objets créés on n'aura plus alors que leur genre :

A point

C cercle

T transformation

Protéger ... sauf d'une redéfinition

Dans cette phrase, les pointillés doivent être remplacés par une liste de noms d'objets déjà créés. Après exécution de cette phrase les objets de la liste seront protégés, on ne pourra pas les modifier, ni les renommer, ni les supprimer etc. (voir l'aide en ligne). Mais on pourra les redéfinir en créant un objet compatible de même nom (voir l'aide en ligne).

Couleur du fond: couleur RVB(

Cette phrase permet de choisir la couleur du fond de la fenêtre de la figure en donnant son code RVB c'est à dire en précisant la quantité de rouge, de vert, de bleu à mélanger. On donne un triplet de nombres compris entre 0 et 255. (0,0,0) donnera du noir, (255,255,255) du blanc, (255,0,0) du rouge, (255,255,0) du jaune etc.

Phrases de démarrage

Démarrer avec l'affichage en gros caractères

Démarrer en mode trace

Démarrer en mode trace à la demande

Démarrer en exécutant ? fois la ou les commandes associées à la touche ?

Démarrer en exécutant ? fois les commandes ?

Démarrer avec le temps actif

Démarrer en affichant le commentaire

Ces phrases sont exécutées lorsque le texte de la figure qui les contient est exécuté. Ceci se produit quand la figure est chargée du disque ou quand on la fait exécuter depuis l'éditeur de texte incorporé (menu *Editer*, article *Editer texte figure*).

Elles se comprennent d'elles-mêmes et nous n'en détaillerons donc pas l'action.

VII - Quelques précisions sur l'aide en ligne

L'aide pour le plan et l'aide pour l'espace (au standard Windows) comportent de nombreuses informations sur le fonctionnement (utilisation d'un menu, différentes actions de la souris et du clavier...) et sur les objets créés et manipulés dans Geoplan et dans Geospace.

On peut **consulter l'aide** non seulement lorsqu'on éprouve une difficulté, mais aussi pour savoir ce qu'il est possible de créer, déplacer, écrire, calculer...

Une **aide adaptée au contexte** est souvent accessible au moyen d'un bouton marqué "**Aide**" (par exemple lors d'une création ou lors d'une sélection). Dans ce cas, comme dans celui de l'appel de l'aide par le menu *Aide*, on peut utiliser le bouton marqué "**Rechercher**" pour accéder rapidement aux rubriques concernant un sujet donné.

Fichier de configuration du logiciel

L'article *Préférences* du menu *Options* permet de créer un **fichier de configuration** (.cfg), utile pour adapter le logiciel à l'usage que l'on veut en faire (utilisation collective ou individuelle, avec des élèves de collège ou de lycée...).

Une configuration ne sera active que si le fichier la contenant est mis en paramètre lors du lancement de Geoplan-Geospace.

Exemple : si le nom du fichier de configuration est config1.cfg, l'ordre sera
chemin d'accès\Geoplace.exe chemin d'accès\config1.cfg
en n'oubliant pas l'espace obligatoire entre "exe" et le début du chemin d'accès du fichier config1

Un tel fichier permet de spécifier

- les options des menus *Fichier*, *Fenêtre*, *Aide* et *Options* que l'on souhaite éliminer (on décoche ces options),
- et d'autres options :

Interdire la création des objets non valides,

Ouvrir une seule figure à la fois,

Ouvrir les figures sur fond noir ou ***sans barre d'outils*** utiles en cas d'utilisation collective (il est toujours possible de revenir à une présentation standard en utilisant les articles *Barre d'outils* ou *Fond noir* du menu *Options*),

Quitter sans message de sauvegarde lors de la fermeture d'une figure,

Ne pas proposer les fichiers récemment ouverts.

On coche les options souhaitées.

On peut aussi choisir le ***dossier de travail initial*** c'est à dire le dossier par défaut qui sera proposé pour chargement ou sauvegarde d'une figure.

Si de plus, dans un même répertoire, un fichier de configuration et une figure ont le même nom (exemple: classe_De_Sixieme.cfg et classe_De_Sixieme.g2w et/ou classe_De_Sixieme.g3w), cette figure sera prise comme nouvelle figure quand ce fichier de configuration sera utilisé.

Réalisation

AID-CREEM : Association pour l'Innovation Didactique - Centre de Recherche et d'Expérimentation pour l'Enseignement des Mathématiques
e-mail : creem@cnam.fr *site web* : <http://www2.cnam.fr/creem/>

Liste des membres de l'AID-CREEM participant au projet

ML Hocquenghem, S Hocquenghem, F. Kotecki
F.Monnet, P.Sérès, O. Roizès, AM.Serfati.

**Réalisé avec le soutien du Ministère de la Jeunesse,
de l'Éducation Nationale et de la Recherche (SDTICE-DT B2)**

Edition et Diffusion

Centre Régional de Documentation Pédagogique de Champagne-Ardenne
47, rue Simon - 51100 REIMS
Site web : <http://crdp.ac-reims.fr>
Mél : crdp@ac-reims.fr

Directeur de la Publication : J. MARTIN
Dépôt légal : 1er trimestre 2003
ISBN : 2-86633-367-5
© CRDP de Champagne-Ardenne, 2003