

# **H o m o t h é t i e**

**DIDACTICIEL  
COURS INTERACTIF**

Ministère de l'Éducation Nationale, de la Recherche et de la Technologie

Conservatoire National  
des Arts et Métiers  
CREEM

Direction de la Technologie

SDTETIC – B1

# Sommaire

Le logiciel HOMOTHETIE .....	3
Homothétie : installation du logiciel .....	4
Introduction : les logiciels de Travaux Pratiques Mathématiques .....	5
Principe .....	5
Répondre par une figure .....	6
Garder une trace du travail .....	7
La réalisation informatique .....	9
Organisation commune <sup>1</sup> .....	9
Lien avec GeoplanW .....	12
Description des activités dans le logiciel HOMOTHETIE .....	14
Objectif et contenu .....	14
Prérequis et remarques .....	14
État du travail et compte rendu .....	15
Les modules accessibles par le menu <i>Chapitres</i> .....	15
Chapitre Définition .....	16
Chapitre Propriétés .....	18
Chapitre Activité 1 .....	22
Chapitre Images d'ensembles de point .....	24
Chapitre Exemple - Droite d'Euler .....	28
Chapitre Activité 2 .....	29
Chapitre Définition analytique .....	30
Chapitre Exercices résolus .....	31
Chapitre Homothéties vérifiant une condition .....	32

---

<sup>1</sup> Les deux parties de cette brochure concernant les logiciels de Travaux Pratiques Mathématiques de manière générale, et non spécifiquement Homothétie, sont identiques dans la brochure du logiciel Anafig à quelques variantes près (celle qui concerne le lien avec GeoplanW ne l'est par contre pas).

## LE LOGICIEL HOMOTHÉTIE

L'étude des transformations du plan est largement facilitée par l'utilisation de figures interactives faites sous GeoplanW.

A titre d'exemple, nous avons choisi de proposer un cours complet sur l'homothétie sous forme d'un Logiciel de Travaux Pratiques Mathématiques pour profiter des commodités de cet environnement (par exemple, l'élève pourra enregistrer l'état de son travail pour le reprendre à une séance ultérieure, il pourra sauvegarder et imprimer un compte rendu de son travail).

Que ce soit en initiation ou en révision, l'élève est entièrement pris en charge par le didacticiel. Cours illustré et exercices s'enchaînent dans un ensemble cohérent et complet du niveau seconde et/ou première scientifique .

## Homothétie : installation du logiciel

### Contenu du répertoire Homoth (ou de la disquette Homoth)

Pour fonctionner, le logiciel demande la présence, dans le même répertoire, des fichiers **Homoth.exe**, **Desexpor.dll**, **Gpexport.dll**, **GeoplanW.hlp**.

Contenu :

- ces quatre fichiers compressés,
- le logiciel d'installation **Installe.exe**,

Remarque : les fichiers Desexpor.dll, Gpexport.dll, GeoplanW.hlp sont les mêmes que ceux du programme GeoplanW version 2 qui les utilise ainsi que le didacticiel Anafig. Il est donc recommandé d'installer ces trois logiciels dans le même répertoire. Le logiciel d'installation vous propose de ne pas réinstaller ces fichiers communs.

### Installation

Exécuter, sous Windows, le logiciel "INSTALLE.EXE" et suivre les instructions. On commence par choisir le répertoire dans lequel seront décompressés tous les fichiers. Le répertoire proposé doit se trouver sur un disque ayant au moins 3 MO disponibles. On peut ensuite demander la création d'un groupe (dans le gestionnaire de programme pour Windows 3.1 ou 3.11 ou dans le sous-menu Programmes du menu Démarrer pour Windows 95) .

Le logiciel d'installation n'écrit que dans le répertoire choisi sauf, bien sûr, si on a demandé la création d'un groupe. Pour "désinstaller" le logiciel, il suffit donc de supprimer ce répertoire et éventuellement le groupe correspondant s'il a été créé.

### Conditions de fonctionnement

Homothétie est un logiciel destiné à des ordinateurs de type compatible PC munis de Windows (à partir de la version 3) et ayant au moins 4 MO de mémoire.

# Introduction : les logiciels de Travaux Pratiques Mathématiques

## Principe

Le logiciel de construction mathématique, GeoplanW<sup>2</sup>, est utilisable aussi bien en collectif qu'en individuel pour illustrer cours ou exercices, conjecturer, faire des mathématiques de manière expérimentale.

L'utilisation individuelle de GeoplanW, avec une fiche de travail, est pratiquée dans les classes mais se pose alors la question de l'évaluation du travail de l'élève. Le temps à passer pour tout examiner est très important. L'auto-évaluation n'est pas non plus une chose aisée à mettre en œuvre car elle demande un recul et une compréhension du problème que ne possèdent pas facilement les élèves. Enfin, une fiche papier ne permet pas de donner aux élèves les aides progressives ou le guidage dont ils peuvent avoir besoin.

C'est pourquoi nous avons pensé créer un environnement pédagogique qui incite les élèves à analyser et à travailler sur des figures-GeoplanW<sup>3</sup> en répondant à des questions, en réalisant des constructions avec une évaluation immédiate du travail.

Quels que soient leur objectif pédagogique et leur contenu les logiciels de travaux pratiques mathématiques ont à leur disposition une structure commune.

---

<sup>2</sup> GeoplanW est un logiciel écrit par le CREEM et diffusé par le CRDP de Reims. Il succède à GEOPLAN, qui fait partie de l'ensemble "Activités mathématiques avec imagiciels, première et terminale" diffusé par le CRDP de Poitou-Charentes.

<sup>3</sup> La notion de "figure" est décrite dans le fascicule accompagnant GeoplanW version 1, dans l'aide de GeoplanW, et dans le logiciel Anafig. Résumons brièvement ici ce dont il s'agit.

GeoplanW permet de construire des "figures" qui sont décrites en texte et constituées d'objets fixes (points, droites, cercles, nombres, fonctions etc.) ou de variables prenant leurs valeurs dans des ensembles de nombres, de points, de droites, etc. ; chacun de ces objets est soit indépendant des autres, soit construit à partir d'autres en utilisant des moyens mathématiques habituels. Chacune des variables a une "valeur" à chaque instant et cette valeur est un nombre, un point, une droite etc. Cette valeur est soit fixe, soit déterminée par l'utilisateur si l'objet est variable et indépendant des autres, soit calculée à partir des valeurs des objets intervenant dans la construction.

## Répondre par une figure

Chaque exercice est présenté dans une fenêtre Windows qui offre les menus nécessaires au déroulement de l'activité ainsi que les boutons utiles. Outre le texte de l'activité, les instructions et les questions, elle peut "contenir" une ou plusieurs figures-GeoplanW.

Le plus souvent interactive, la figure-GeoplanW peut servir à illustrer, à faire des conjectures, à observer des propriétés mais aussi à fournir une "réponse". L'élève dispose alors des menus et outils nécessaires au travail qui lui est demandé. Dans certains cas, l'élève fera simplement une modification des valeurs de certaines variables de la figure (exemple : positionner un point en vue d'un résultat à obtenir) ; dans d'autres, c'est la figure elle-même que l'élève modifiera en créant ou en redéfinissant un ou plusieurs objets. Il peut s'agir d'une phase d'observation, de conjecture sans validation par le logiciel ; il peut aussi s'agir d'un exercice avec une réponse à donner. Dans ce cas, l'action de l'élève est analysée par le logiciel qui peut fournir un diagnostic.

Cette forme de réponse, modification d'une figure ou création d'un nouvel objet de la figure, est un des aspects originaux des logiciels de travaux pratiques mathématiques. La figure est utilisée ici comme moyen de communication.

Les tests réalisés sur la réponse de l'élève pour l'analyser sont de différents types :

- tests vérifiant si les valeurs de certaines variables ont changé, pour voir si l'élève a agi sur la figure (quand on a demandé de faire bouger un point par exemple),
- tests de valeurs des éléments variables de la figure (si on a demandé par exemple de trouver une valeur d'un paramètre pour qu'une courbe passe par un point donné),
- tests d'existence (pour vérifier si un objet demandé a bien été créé),
- tests sur le type d'un objet créé (si on demande un point repéré dans le plan, un point défini comme intersection doit pouvoir être refusé)
- tests sur les objets qui ont servi à créer l'objet demandé, ce que l'on appelle les antécédents au sens de GéoplanW (si on demande une homothétie de centre  $H$ , il faut vérifier que la réponse correspond bien à cette demande),
- tests sur la variabilité des objets créés,
- tests d'égalité (pour vérifier la conformité d'un objet créé à ce qui est demandé),
- etc.

Les tests d'égalité sont faits en valeurs approchées et, selon les cas, avec, ou sans, "agitation"<sup>4</sup> des variables. Il faut en effet pouvoir distinguer entre un positionnement "à vue" d'un objet variable sur la solution et la construction de la solution.

Donnons un exemple : étant donnés deux points  $A$  et  $B$  libres dans le plan, on demande de construire un point  $C$  tel que  $AC = 3$  et  $BC = 4$ . On précise que la construction doit "résister" aux déplacements des points  $A$  et  $B$ . On attend par exemple l'utilisation de deux cercles. Il faut donc pouvoir reconnaître une réponse où le point  $C$  serait créé comme point libre dans le plan et positionné "à vue" en utilisant par exemple les affichages des longueurs  $AC$  et  $BC$ . Des test modifiant les valeurs des variables libres  $A$ ,  $B$  et  $C$  permettent de le faire.

Notons que cette "agitation des variables" est, la plupart du temps, faite de façon non apparente.

Les tests ne permettent pas toujours un diagnostic sûr, et une certaine prudence accompagne les commentaires de validation.

Les tests de variabilité sont faits de deux façons, soit en modifiant les variables libres de la figure et en regardant si l'objet en question change de valeur, soit en regardant si les antécédents sont libres.

Le déroulement de l'activité est très variable, comme dans tout didacticiel. Le travail de l'élève peut être soit très dirigé soit assez libre. Plusieurs systèmes d'aides sont disponibles, soit directement accessibles par menu, soit donnés au fur et à mesure du déroulement de l'activité.

### **Garder une trace du travail**

Deux "instruments" ont été prévus pour garder la trace du travail : l'état du travail et le compte rendu. Ils peuvent être enregistrés en fin de séance et rechargés en début de session de travail.

L'état du travail et le compte rendu permettent à l'élève (puis à l'enseignant) de contrôler ce qui a été fait. Ils peuvent être enregistrés et consultés. Par exemple, si cela a été ainsi prévu par l'auteur du logiciel, à tout moment, lorsque le bouton

---

<sup>4</sup> Tous les tests sont numériques. Les objets variables de la figure ont pour chaque dessin de la figure une valeur. Les tests peuvent porter sur ces valeurs, on analyse alors un dessin de la figure, ou porter sur plusieurs valeurs, on analyse alors la figure (en réalité un grand nombre de ses dessins). "Agiter les variables" consiste à faire, en fait, plusieurs tests de valeurs en modifiant les valeurs des variables libres de la figure.

"*État du travail*" est disponible, on peut consulter la liste des exercices, activités, chapitres...et voir ce qui a déjà été traité. Lorsqu'on commence une séance de travail on peut reprendre un travail précédent, s'il a été enregistré. Lorsqu'on aborde une activité déjà faite, un message d'avertissement est envoyé et on peut choisir de recommencer ou non l'activité.

Le compte rendu est écrit automatiquement selon la forme voulue par l'auteur en fonction du travail de l'élève. L'élève peut le consulter lorsque le bouton "*Compte rendu*" est accessible. Son contenu est variable d'un logiciel de travaux pratiques mathématiques à l'autre et son objectif est de garder une trace écrite du travail. Il peut contenir des dessins. Sa sauvegarde est liée à celle de l'état du travail, et on peut l'imprimer ce qui permet à l'élève de garder une trace sur papier de son travail. Un petit éditeur est parfois accessible pour permettre à l'élève de faire ses propres commentaires. On peut aussi copier une partie du compte rendu, ou le compte rendu tout entier, et le coller dans un document Word par exemple.

L'élève peut travailler simultanément sur un logiciel de travaux pratiques mathématiques et sur un traitement de texte comme Word. Il est possible de copier les dessins des figures-GeoplanW et de les coller dans le texte Word.

# La réalisation informatique

Les logiciels de travaux pratiques mathématiques utilisent les bibliothèques de procédures de GeoplanW, Desexpor.dll et Gpexport.dll, et ont avec GeoplanW un noyau commun.

Les menus sont différents et la barre d'outils de GeoplanW n'apparaît pas dans les logiciels de travaux pratiques mathématiques.

## Organisation commune

### I – Les menus

1°) Le menu Fichier permet de charger ou de sauver un travail (état du travail et compte rendu), et de quitter le logiciel. Lorsqu'on quitte le logiciel après avoir achevé un travail, une sauvegarde du travail est proposée.

#### Fichier

- Sauver le travail
- Sauver le travail SOUS
- Charger un travail
- Quitter

2°) Le menu Exercices (son nom est variable selon les logiciels) permet de naviguer dans le logiciel, en choisissant les différentes parties accessibles.

3°) Le Menu de la figure apparaît chaque fois qu'il est nécessaire au travail de l'élève. C'est une partie des menus de GeoplanW (avec une disposition différente) éventuellement bridés.

#### Menu de la figure Aide

Créer ▶	Point ▶
Piloter ▶	Ligne ▶
Afficher ▶	Transformation ▶
Divers ▶	Numérique ▶
Editer ▶	Repère
	Unité de longueur
	Vecteur ▶
	Demi-plan ▶
	Cadre
	Affichage ▶
	Commande ▶

4° Le menu Aide propose une aide générale pour le logiciel, l'aide de GeoplanW quand on peut en avoir besoin et parfois, selon les situations, des aides contextuelles. Cependant le déroulement proposé dans certaines activités et les aides correspondantes peuvent dépendre de ce qui a été traité avant et de la façon dont cela a été fait (c'est le cas dans Anafig).

Selon les logiciels d'autres menus ou d'autres articles peuvent apparaître.

## **II - La barre de boutons**

Cinq boutons sont éventuellement disponibles. La plupart du temps leur utilisation est précisée sur la page de l'activité en cours.



### **Abandon et suite**

Il permet éventuellement d'abandonner une question (ce qui n'est pas conseillé) et de passer à la suite ou à un autre travail selon ce qu'a prévu l'auteur. Toute question abandonnée est considérée comme non traitée (dans l'état du travail).

Ce bouton peut permettre de parcourir rapidement le logiciel, sans faire les exercices.

### **État du travail**

Il permet de voir l'état du travail, c'est-à-dire généralement la liste des exercices et questions déjà traités.

### **Compte rendu**

Il permet d'obtenir le compte rendu pour le consulter, le compléter, l'imprimer, le copier...

### **Retour**

Il permet, le plus souvent, de revenir à une étape précédente d'un exercice ou d'une activité. Il est nécessaire, en particulier, si l'élève s'est engagé sur une mauvaise voie et qu'il veut changer une réponse.

### **Suite**

Il permet d'avancer dans le logiciel, de passer d'une étape à la suivante. Il est souvent utilisé aussi pour valider une réponse. Généralement son usage est indiqué dans la page.

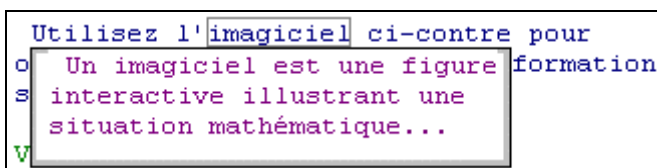
### III - La fenêtre d'exercice

C'est une fenêtre Windows standard, qui s'ouvre en 640x480 et que l'on peut déplacer, généralement changer de taille ou fermer.

La fermer revient à fermer le logiciel comme si on passait par l'article *Quitter* du menu *Fichier*.

Agrandir la fenêtre d'exercice ne change pas la taille, ni la disposition du texte qu'elle contient.

Cette fenêtre possède un **hypertexte** : lorsqu'un mot est encadré comme dans l'exemple ci-dessous, en cliquant dessus on obtient des informations dans une petite fenêtre popup qui se ferme dès que l'on clique ailleurs.

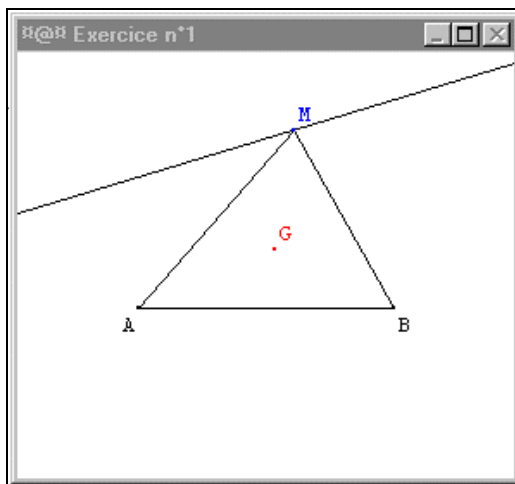


### IV - La fenêtre de la figure

Chaque figure-GeoplanW apparaît dans une fenêtre.

Cette fenêtre est dimensionnée et positionnée par l'auteur du logiciel.

Elle peut être éventuellement agrandie ou déplacée, comme toute fenêtre Windows, mais on ne peut pas la fermer ni la faire sortir de la fenêtre d'exercice.



Dans la barre de saisie, lorsqu'elle existe (ce qui peut varier d'un logiciel à l'autre), on peut voir si cette fenêtre est ou non active. Si elle est active, son nom est précédé du symbole \*@\*. Si ce n'est pas le cas, on peut l'activer en cliquant dessus avec la souris.

Pour pouvoir agir sur la figure par les touches du clavier, sa fenêtre doit être active. Quand on agit avec la souris, l'activation se fait automatiquement.

### **La fenêtre de fond**

Selon la carte graphique dont on dispose, la fenêtre d'exercice peut au démarrage n'occuper qu'une partie de l'écran. Or il est assez gênant de voir apparaître différentes choses sur l'écran quand on doit se concentrer sur un exercice de mathématique. C'est pourquoi une fenêtre de fond, grise en général, vient se mettre derrière la fenêtre d'exercice. Son rôle est uniquement de masquer le reste de l'écran.

## **Lien avec GeoplanW**

Les logiciels de travaux pratiques mathématiques ont été conçus pour profiter au maximum de ce que les figures-GeoplanW peuvent apporter, soit comme imagiciels soit comme outils de réponse.

Il sera donc souvent demandé aux élèves d'agir sur une figure-GeoplanW.

Lorsque la figure est utilisée comme moyen de réponse, une certaine connaissance du logiciel GeoplanW peut être utile, voire indispensable. L'élève doit créer de nouveaux objets en se servant du menu de la figure. Si on lui dit ce qu'il doit créer, il suffit qu'il trouve l'article qui va lui permettre de le faire. Mais il peut avoir à prendre des initiatives ou avoir besoin de créer des objets intermédiaires. Une certaine connaissance des menus de GeoplanW diminue le temps de recherche de l'article désiré et laisse donc plus de temps à l'activité mathématique.

Quand il s'agit seulement de déplacer à la souris des points libres ou d'appuyer sur une touche pour faire agir une commande de trace ou d'animation, cela demande moins de compétences. Encore faut-il avoir compris ce que pouvait contenir une figure-GeoplanW, avoir assimilé l'existence d'objets libres et la dépendance d'autres objets qui leur sont liés, l'existence d'objets non dessinables comme les vecteurs, les nombres ou les fonctions, la possibilité pour le dessin d'un objet d'être hors écran, etc.

En particulier la compréhension des notions d'objets variables ou fixes dans GeoplanW peut se faire au fur et à mesure mais elle est importante et il ne faut pas la négliger (le logiciel Anafig permet d'aborder clairement ces problèmes).

Donnons un exemple : si on a besoin d'un triangle isocèle  $ABC$ , il n'est pas forcément équivalent d'utiliser des points repérés fixes, ce qui donne **un** triangle isocèle fixe, ou de créer deux points  $A$  et  $B$  libres dans le plan et  $C$  libre sur la médiatrice de  $[AB]$  ce qui donne "une variable de triangle isocèle" qu'on pourrait

appeler un "triangle isocèle quelconque" puisqu'il permet d'atteindre tous les triangles isocèles du plan. Selon la tâche à réaliser la différence peut être importante ou non. En principe l'énoncé doit être clair sur ce qui est attendu de la part de l'élève.

## Description des activités dans le logiciel HOMOTHÉTIE

### Objectif et contenu

Conçu un peu comme un cours, ce logiciel permet une étude complète de la notion d'homothétie. On y trouve la définition, les propriétés, avec illustrations et démonstrations, mais aussi des exercices, soit pour appliquer directement une définition ou une propriété, soit pour utiliser plus globalement la notion. Il peut être utilisé soit pour revoir soit pour découvrir la notion d'homothétie.

### Prérequis et remarques

Avant d'aborder ce logiciel, une "petite" pratique de GeoplanW est conseillée (2 à 3 heures d'utilisation par exemple) mais elle n'est pas indispensable.

Dans ce logiciel, la figure-GeoplanW est utilisée de deux façons:

- comme imagiciel pour la définition, les propriétés et certains exercices. La manipulation est alors aisée, il suffit de suivre les instructions écrites à l'écran.
- comme moyen de réponse. Dans ce cas, un examen préalable des menus de création de GeoplanW facilitera la tâche des élèves (voir ci-dessus le paragraphe lien avec GéoplanW). Quelques confusions peuvent être évitées en prévenant les élèves, par exemple, de ne pas confondre une homothétie (menu *transformation*) et l'image d'un point par une homothétie (menu *point*).

Dans ce logiciel il est important que l'élève comprenne que lorsqu'on étudie les propriétés d'une homothétie de centre  $O$  et de rapport  $k$ , **on change d'homothétie** si on modifie  $O$  ou  $k$  (ce qui peut être intéressant pour affirmer que la propriété est vraie pour toute homothétie). L'enseignant doit insister sur ce point et en vérifier la bonne compréhension par les élèves.

Lorsqu'on demande de construire un point ou une homothétie vérifiant une certaine condition, les ajustements "à l'œil" ou par "tâtonnement" sont refusés lorsqu'ils sont détectés. L'énoncé essaie d'être clair sur ce point mais la notion peut être difficile à comprendre. Par exemple, si on donne deux points libres  $A$  et  $B$  et qu'on demande de créer l'homothétie  $h$  de rapport 2 qui transforme  $A$  en  $B$ , la construction d'un point libre  $O$  et de l'homothétie  $h$  de centre  $O$  et de rapport 2 sera refusée même si  $O$  est "placé" correctement à la souris en faisant coïncider  $h(A)$  avec  $B$ .

Les prérequis mathématiques sont ceux habituels avant d'aborder l'homothétie : vecteurs du plan, repérage d'un point sur une droite et dans le plan, idée de ce qu'est une transformation plane, notions élémentaires de géométrie plane.

## État du travail et compte rendu

Dans ce logiciel, l'état du travail est la liste des chapitres et des exercices avec une mention lorsqu'ils ont été traités.

Le compte rendu, en partie écrit automatiquement lorsqu'un exercice est achevé, comporte l'énoncé, le travail fait par l'élève, et un éventuel commentaire écrit par l'élève. C'est un document qui fera un assez grand nombre de pages lorsque l'élève aura tout fait. On peut l'imprimer ou le copier, en partie ou en totalité, dans un autre document.

## Les modules accessibles par le menu *Chapitres*

### Liste des modules :

Définition : une définition et deux exercices.

Propriétés : six propriétés de l'homothétie illustrées chacune par un imagiciel et éventuellement un exercice.

Activité 1 : existe-t-il une homothétie transformant un polygone en un autre ? Dix situations.

Images d'ensembles de points : image d'une droite, imagiciel, démonstration, exercice. Image d'un cercle, imagiciel, démonstration, exercice. Image d'un segment, imagiciel, démonstration.

Exemple : exemple de situation faisant intervenir une homothétie, imagiciel et exercice.

Activité 2 : une transformation définie analytiquement et illustrée par un imagiciel est-elle une homothétie ? Six situations.

Définition analytique : un exercice.

Exercices résolus : trois exercices avec imagiciels.

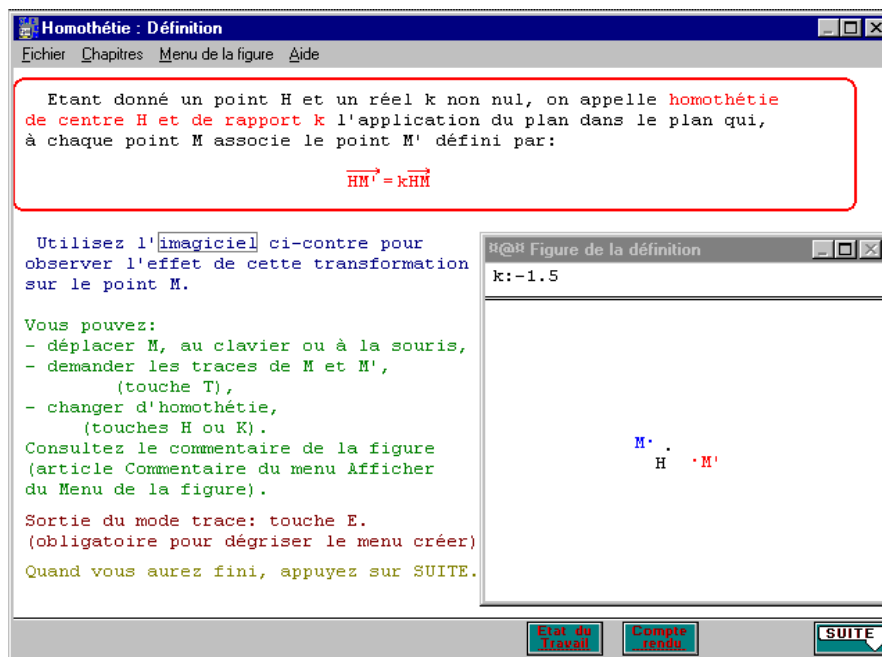
Homothéties vérifiant une condition : deux exercices.

Ces différents chapitres vont être présentés en détail, parfois accompagnés de copies d'écran pour que le lecteur se rende mieux compte de la façon dont ils sont traités.

## Chapitre Définition

### 1°) Énoncé de la définition et observation d'un imagiciel interactif.

Voici la première page. Elle est chargée car elle contient beaucoup de consignes. On peut y voir à peu près tout ce qu'on retrouve dans les autres pages.



En tête, encadré de rouge, l'énoncé, ici de la définition, une autre fois de la propriété, de l'exercice ou de l'activité.

A droite la figure-GeoplanW. On peut l'agrandir ou la déplacer, mais alors elle cachera le texte.

A gauche le texte décrivant ce qu'il y a à faire et comment le faire:

- en bleu, on indique qu'on est dans une phase d'observation,
- en vert, les consignes pratiques. La figure contient des commandes, une commande de trace, deux commandes d'affectation pour changer le centre ou le rapport de l'homothétie, une commande de sortie du mode trace (non nécessaire ici puisqu'il n'y a rien à créer, mais obligatoire dans la suite quand on voudra ajouter des objets à la figure).

Le conseil "Consultez le commentaire de la figure" n'est pas non plus indispensable ici, mais il est présent car c'est une constante dans tout le logiciel. Chaque figure est souvent accompagnée d'un commentaire, court texte prévu par l'auteur de la figure, et il est bon de lire ces commentaires.


En jaune et en bas de page, la consigne pour passer à la suite.

Cette disposition et cette utilisation des couleurs vont être identiques dans toutes les pages de ce logiciel.

## 2°) deux exercices pour vérifier la bonne compréhension de la définition

**exercice 1** : étant donnés cinq points d'abscisses entières sur une droite graduée, on demande de trouver le rapport de l'homothétie de centre un de ces points transformant un deuxième point en un troisième.

Les données sont fournies par un dessin :



Homothétie de centre C transformant A en D: rapport

Donnez un nombre réel sans utiliser de lettre.  
Si votre réponse est une fraction, tapez-la en ligne (ex 2/3).  
Vous pourrez voir son écriture dessinée en appuyant sur le bouton E.  
Pour valider votre réponse, appuyez sur le bouton OK.  
Pour revenir à la définition, appuyez sur le bouton Retour.  
Si vous avez une bonne raison d'abandonner l'exercice, appuyez sur le bouton Abandon.

Les réponses, nombres décimaux ou fractionnaires, sont à écrire dans la fenêtre de réponse (en cliquant dessus avec la souris pour l'activer si on ne voit pas le curseur clignoter dedans), et en respectant les consignes écrites en jaune.

### Commentaires sur l'exercice 1

Les données ne sont pas aléatoires. Une fois cet exercice réussi, il n'y a pas lieu de le recommencer.

### Analyse des réponses

Les fautes classiques de signe ou d'inversion du rapport sont testées. Un message apparaît dans une fenêtre de commentaire et l'élève doit corriger sa réponse en cas d'erreur.

### Aide

Une aide contextuelle est disponible par le menu *Aide*. Elle apparaît dans une fenêtre.

Le deuxième exercice diffère du premier par la façon dont on donne les points, mais il faut encore calculer le rapport d'une homothétie.

**exercice 2** : on donne une relation vectorielle entre trois points  $A$ ,  $B$  et  $H$  telle qu'il existe une homothétie de centre  $H$  transformant  $A$  en  $B$ . On demande le rapport de cette homothétie.

La forme des réponses, l'analyse des erreurs, les aides sont analogues à celles de l'exercice 1.

## Chapitre Propriétés

Les principales propriétés des homothéties sont étudiées, illustrées systématiquement par des imagiciels interactifs, souvent démontrées et parfois accompagnées d'exercices.

L'appui sur le bouton **Retour** permet de revenir à la propriété précédente.

### 1°) Propriété 1 : alignement du centre, d'un point et de son image.

Deux étapes : imagiciel et exercice.

#### **Première étape : observation d'un imagiciel :**

Après avoir observé cette propriété en déplaçant le point  $M$ , en changeant éventuellement d'homothétie, l'élève peut demander une démonstration (qu'il devrait d'abord essayer de faire sur papier ou sur traitement de texte).

Dans cette première étape, le logiciel ne vérifie pas les actions de l'élève sur la figure. Il est souhaitable que l'élève fasse ce qu'on lui suggère de faire (déplacer  $M$ , changer d'homothétie) mais il n'y a aucune analyse de la figure pour le vérifier.

### **Deuxième étape : exercice illustrant un théorème important :**

Le théorème "étant donnés trois points alignés  $A$ ,  $B$  et  $H$  (avec  $A$  et  $B$  différents de  $H$ ), il existe une homothétie  $h$  de centre  $H$  transformant  $A$  en  $B$ " est illustré de façon active grâce à la figure GeoplanW. L'élève doit créer cette homothétie dans deux cas.

Premier cas, on donne les coordonnées de  $A$ ,  $B$  et  $H$  dans un repère:

#### **Commentaires**

Dans ce cas, il suffit de calculer le rapport et de créer l'homothétie demandée. Une homothétie dont le rapport serait une variable libre et dont la valeur serait ajustée "à l'œil" sera refusée (se reporter éventuellement au paragraphe du document général sur les logiciels de travaux pratiques mathématiques expliquant les tests avec agitation des variables).

#### **Analyse des réponses**

Les erreurs testées sont :

- aucune homothétie n'a été créée,
- le nom  $h$  n'est pas respecté,
- l'homothétie n'a pas pour centre  $H$ ,
- elle a un rapport variable,
- elle ne transforme pas  $A$  en  $B$ . Dans ce cas, le point  $A'$  image de  $A$  par  $h$  est ajouté à la figure pour constater (s'il est visible) qu'il n'est pas confondu avec  $B$ . Une faute de signe ou un rapport inverse sont repérés et signalés par un message particulier.

#### **Aide**

L'aide contextuelle disponible par le menu *Aide* est donnée en deux temps. Au premier appel de l'aide, il est dit "Il faut créer le rapport de l'homothétie  $h$ . C'est le réel  $k$  tel que  $\overrightarrow{HB} = k \overrightarrow{HA}$ ". Au deuxième appel, il vient s'ajouter "Vous pouvez lire ce rapport sur la figure ou utiliser les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{HA}$  et  $\overrightarrow{HB}$ ".

Deuxième cas :  $H$  et  $A$  sont libres et  $B$  est libre sur  $(HA)$ . L'homothétie  $h$  demandée doit transformer  $A$  en  $B$  quelles que soient leurs positions (avec  $A$  et  $B$  différents de  $H$ ).

#### **Commentaires**

Dans ce deuxième cas,  $A$ ,  $B$  et  $H$  étant libres, il faut d'abord créer, dans la figure-GeoplanW, le rapport, en le définissant à partir des données et créer ensuite l'homothétie demandée qui sera **liée** à  $A$ ,  $B$  et  $H$  et à ces objets libres seulement.

Ici aussi, une homothétie de rapport libre ajusté "à l'œil" sera refusée.

#### **Analyse des réponses**

Les erreurs testées sont les mêmes que dans le premier cas avec, en plus, la vérification du fait que l'homothétie  $h$  transforme bien  $A$  en  $B$  quelles que soient les

données. Lors des tests réalisés sur la figure, les variables libres sont "agitées"<sup>5</sup> pour vérifier si l'homothétie  $h$  transforme "toujours"  $A$  en  $B$  quelles que soient les valeurs des variables libres. On repère donc les deux erreurs suivantes et fréquentes : la création d'une homothétie de centre  $H$  et de rapport  $\frac{HB}{HA}$  qui ne convient que lorsque  $A$  et  $B$  sont du même côté de  $H$ , ou celle d'une homothétie dont le rapport aurait été calculé pour une position donnée des points libres.

### **Aide**

Ici l'aide propose une méthode pour créer le rapport de l'homothétie comme abscisse de  $B$  dans le repère  $(H,A)$  en utilisant l'article *abscisse d'un point sur une droite*.

### **Remarque**

Cet exercice est difficile, ce qui explique l'aide qui donne une solution. Les élèves peuvent aussi utiliser le bouton Abandon s'ils n'arrivent pas à le comprendre.

## **2°) Propriété 2 : cas particuliers.**

Les cas où le rapport vaut 1 ou -1 sont étudiés à l'aide d'un imagiciel avec accès à une démonstration.

## **3°) Propriété 3 : points invariants. Étude à l'aide d'un imagiciel.**

En déplaçant  $M$  dans l'imagiciel, l'élève peut conjecturer que  $H$  est le seul point invariant.

## **4°) Propriété 4 : propriété fondamentale**

Etant donné une homothétie  $h$  de centre  $H$  et de rapport  $k$  transformant  $M$  en  $M'$  et  $N$  en  $N'$ , pour tous points  $M$  et  $N$ ,  $\overrightarrow{M'N'} = k \overrightarrow{MN}$ .

Cette propriété est illustrée à l'aide d'un imagiciel. On peut déplacer les points  $M$  et  $N$  et changer d'homothétie. Une démonstration est fournie à la demande.

---

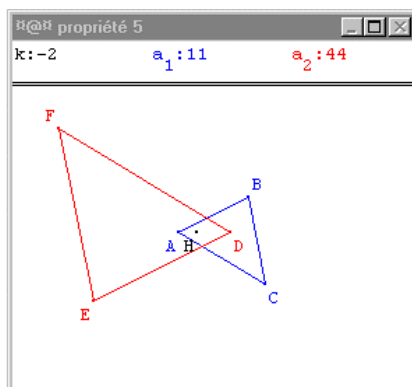
<sup>5</sup> Pour comprendre ces tests, se reporter à l'introduction concernant les logiciels de travaux pratiques mathématiques.

### 5°) Propriété 5 : effet d'une homothétie sur les longueurs, les aires, les angles géométriques.

Les propriétés sont illustrées par des imagiciels. Seul le théorème sur les longueurs est démontré, les autres sont admis.

La figure ci-contre montre comment les affichages des aires permet d'observer la propriété.

Dans l'imagiciel, on peut modifier les points  $A$ ,  $B$  et  $C$ , on peut aussi changer d'homothétie.



### 6°) Propriété 6 : bijection.

Le fait qu'une homothétie de rapport non nul soit une bijection est mis en évidence de façon active. Une figure GeoplanW est fournie, contenant des points libres  $H$ ,  $M$  et  $B$ , un réel  $k$ , une homothétie  $h$  de centre  $H$  et de rapport  $k$  et  $M'$  le point image de  $M$  par  $h$ .

#### Commentaires

On demande à l'élève de construire l'antécédent (au sens mathématique usuel du terme)  $A$  de  $B$  par  $h$ , d'abord pour  $k = \frac{1}{2}$ , ensuite pour d'autres valeurs de  $k$  ( $k$  est un réel libre affecté aléatoirement par commande ou volontairement par l'élève lui-même). L'élève peut déplacer le point  $M$  pour se rendre compte qu'il peut trouver approximativement l'antécédent de  $B$  en s'arrangeant pour que  $M'$  soit sur  $B$ . Mais il doit prendre conscience qu'il doit trouver un moyen de "construire" cet antécédent. En effet,  $B$  étant un point libre, son antécédent lui est "lié". Le point  $A$  demandé doit être tel que  $h(A) = B$  quel que soit  $B$ .

#### Analyse des réponses

Les erreurs testées sont :

- aucun objet de nom  $A$  n'a été créé,
- l'objet de nom  $A$  n'est pas un point,
- le point  $A$  créé n'est pas l'antécédent de  $B$  par  $h$ ,
- le point  $A$  créé est correctement placé sur le dessin mais il est libre et il a peut-être été positionné "à l'œil",
- confusion entre image et antécédent.

## Aide

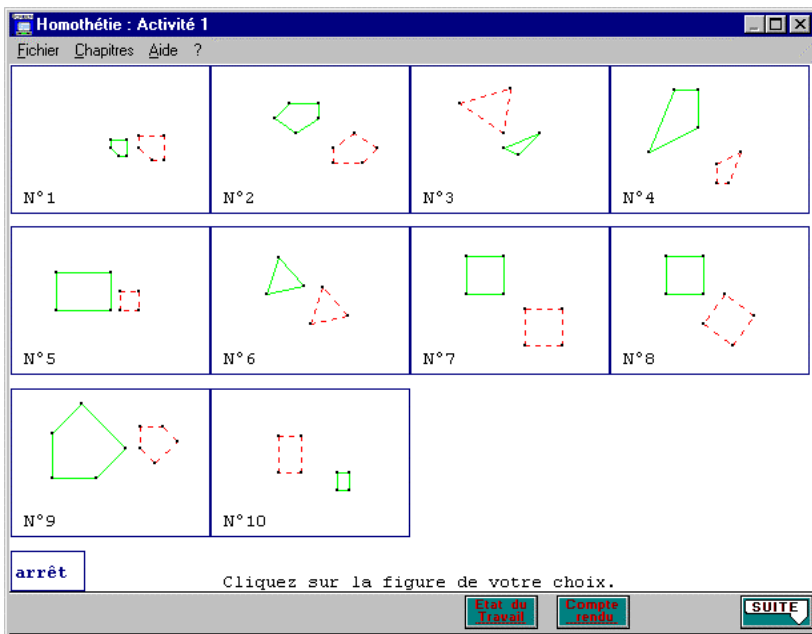
L'aide contextuelle accessible par le menu *Aide* explique ce qui est attendu, c'est-à-dire la construction du point  $A$  antécédent de  $B$ , de façon à ce que l'on ait toujours  $h(A) = B$  lorsqu'on change la position de  $B$ , mais elle ne suggère pas l'utilisation de l'homothétie réciproque que l'élève doit trouver lui-même.

## Remarque

Une conclusion, évoquant l'homothétie réciproque, est donnée à la fin de l'exercice.

## Chapitre Activité 1

Une figure-GeoplanW contenant deux polygones fixes est affichée. Il faut dire s'il existe une homothétie transformant l'un en l'autre et, si oui, créer cette homothétie sur la figure. Dix situations sont prévues, il est conseillé de les traiter toutes.



L'élève choisit une situation. La figure-GeoplanW correspondante est alors fournie.

## **Déroulement**

L'élève doit répondre par OUI ou par NON (en appuyant sur un bouton) à la question "le polygone en tireté rouge est-il l'image du polygone vert par une homothétie ?".

Si l'élève choisit NON et qu'il a tort, on lui dit que l'homothétie existe et il doit la créer.

S'il choisit NON et qu'il a raison, on lui propose d'abord d'accéder au compte rendu pour justifier sa réponse dans la partie commentaire qui lui est réservée, puis de voir des exemples d'arguments prévus par l'auteur du logiciel.

Si l'élève choisit OUI, que sa réponse soit juste ou fausse on lui demande de créer l'homothétie (en créant son centre préalablement).

Il a la possibilité de revenir en arrière par le bouton RETOUR s'il regrette d'avoir dit OUI.

L'appui sur le bouton SUITE provoque l'analyse de la figure.

## **Analyse de la réponse**

On attend une homothétie constante (il n'y a pas de variable dans la figure).

Les erreurs testées sont:

- il n'y a pas d'homothétie de nom  $h$ ,
- faute de signe dans le rapport,
- l'homothétie  $h$  créée transforme le polygone en tireté rouge en le polygone vert au lieu de l'inverse,
- l'homothétie convient pour le dessin (ou convient presque) mais elle est variable. Il est probable que l'élève a choisi un centre libre (ou un rapport libre) et qu'il a "ajusté à l'œil" en utilisant éventuellement l'image du premier polygone.
- l'homothétie ne convient pas,

## **Aide**

L'aide contextuelle disponible par le menu *Aide* concerne la réponse sur l'existence de l'homothétie. La question est expliquée et des suggestions pour y répondre sont données.

Il n'y a pas d'aide particulière lorsqu'on cherche à créer l'homothétie.

## **Commentaire**

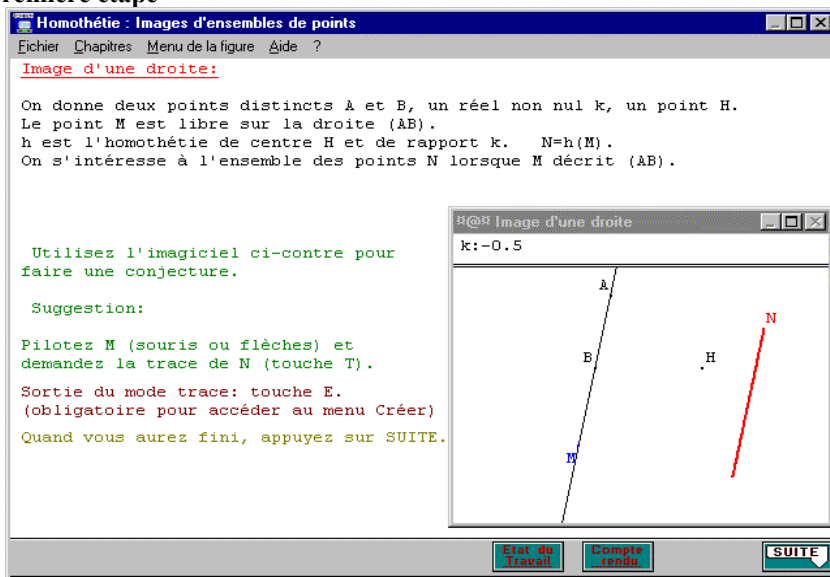
Dans le cas n°10 les deux homothéties sont demandées.

## Chapitre Images d'ensembles de point

Image d'une droite, d'un cercle, d'un segment sont traitées successivement avec l'aide d'imagiciels pour faire une conjecture.

### 1°) Image d'une droite - imagiciel

#### Première étape



On attend de l'élève les manipulations qui lui permettront de faire la conjecture, mais il n'est fait aucun test des actions de l'élève sur la figure.

#### Deuxième étape

Une aide pour prouver la conjecture est ensuite proposée ainsi que la possibilité d'avoir un exemple de démonstration.

#### Commentaires sur la deuxième étape

L'aide à la démonstration précise ce qui est à faire et comment le faire :

- montrer que pour tout point M de (AB), N est sur la droite (CD) (sachant que  $C=h(A)$  et  $D=h(B)$ ), en traduisant vectoriellement l'appartenance de M à (AB) et en utilisant la propriété 4 du chapitre propriété,
- faire une réciproque : montrer que tout point N de (CD) est l'image par h d'un point de (AB).

La démonstration est rédigée conformément à cette aide.

Il n'est procédé à aucune vérification de la démonstration de l'élève.

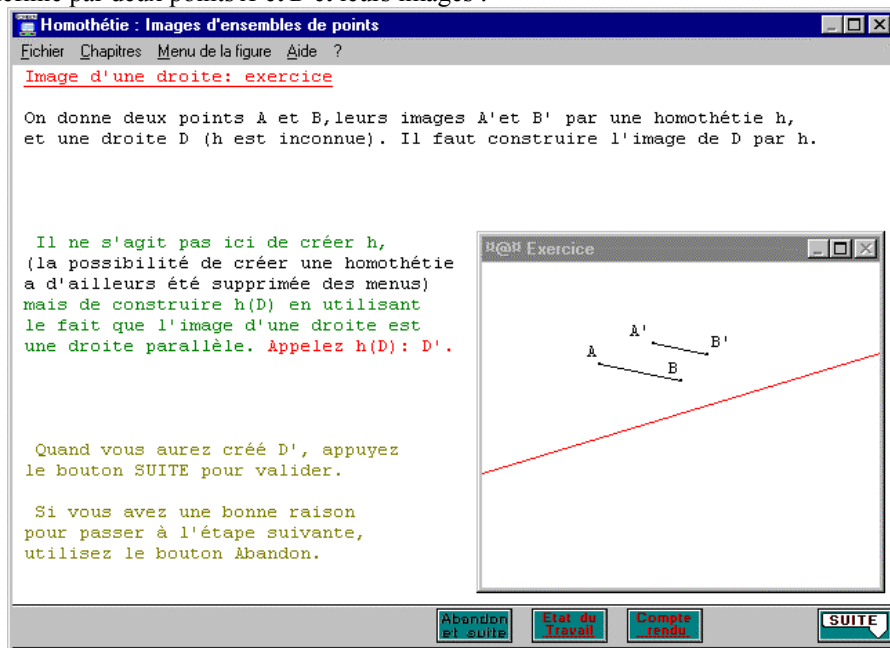
### Troisième étape

On revient ensuite à un autre imagiciel dans lequel on peut changer de droite ou d'homothétie pour illustrer la quantification implicite.

Il n'est fait aucun test des actions de l'élève sur la figure.

#### 2°) Image d'une droite - exercice

Construire sur la figure GeoplanW l'image  $D'$  d'une droite  $D$  par une homothétie définie par deux points  $A$  et  $B$  et leurs images :



### Commentaires

La possibilité de créer et donc d'utiliser l'homothétie  $h$  qui transforme  $A$  en  $A'$  et  $B$  en  $B'$  a été supprimée du menu de la figure. C'est donc une construction géométrique utilisant les propriétés de l'homothétie et celles de l'image d'une droite qui est attendue. Il existe plusieurs façons de construire la droite demandée mais le compte rendu ne tiendra compte que de la dernière qui sera faite (sauf si on fait plusieurs fichiers de sauvegarde).

Les points  $A$  et  $B$  ont été créés libres dans le plan pour pouvoir, grâce aux "tests avec agitation des variables"<sup>6</sup> vérifier que la construction résiste bien à d'éventuelles modifications des données. Ils ont été interdits de pilotage parce que ce sont des points donnés fixes ; si on les change, on change d'homothétie.

### **Analyse de la réponse**

Les erreurs testées sont :

- aucune droite de nom  $D'$  n'a été créée,
- l'objet  $D'$  n'est pas une droite,
- la droite  $D'$  ne convient pas.
- la droite  $D'$  convient pour ce dessin, mais elle ne convient plus si on modifie  $A$  ou  $B$ .

### **Aide**

L'aide contextuelle du menu *Aide* suggère:

- de construire le centre de l'homothétie,
- d'utiliser le fait que l'image d'une droite étant une droite parallèle il suffit de connaître un point de  $D'$ ,
- et de construire l'image  $M'$  du point  $M$  de  $D$  qui est sur  $(AB)$ .

### **3°) Image d'un cercle - imagiciel**

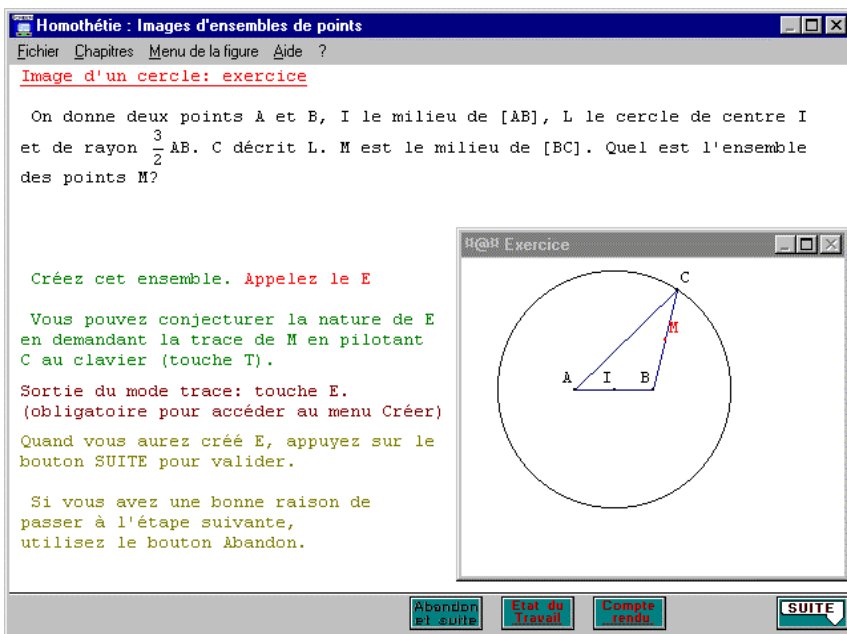
Même déroulement que pour l'image d'une droite.

### **4°) Image d'un cercle - exercice**

Recherche d'un ensemble de points.

---

<sup>6</sup> Pour comprendre ces tests, se reporter à l'introduction concernant les logiciels de travaux pratiques mathématiques



## Commentaires

L'élève peut faire une conjecture sur la nature de cet ensemble en utilisant la trace de  $M$  en déplaçant  $C$  sur  $L$ . Il doit ensuite créer l'ensemble  $E$  sur la figure GeoplanW en découvrant éventuellement l'homothétie qui intervient dans cet exercice et soit créer cette homothétie et l'utiliser soit construire directement le cercle image de  $L$  par centre et rayon en créant d'abord son centre.

Les points  $A$  et  $B$  ont été créés libres dans le plan pour pouvoir, grâce aux "tests avec agitation des variables"<sup>7</sup> vérifier que la construction résiste bien à d'éventuelles modifications des données. Ils ont été interdits de pilotage parce que ce sont des points donnés fixes.

## Analyse de la réponse

Les erreurs testées sont:

- aucun objet de nom  $E$  n'a été créé,
- $E$  n'est pas un cercle,
- $E$  ne convient pas,

---

<sup>7</sup> Pour comprendre ces tests, se reporter à l'introduction concernant logiciels de travaux pratiques mathématiques

-  $E$  convient pour ce dessin, mais ne convient plus si on modifie les données ( $A$  ou  $B$ ).

### **Aide**

L'aide contextuelle du menu *Aide* donne l'homothétie qui intervient dans la démonstration mais qui n'est pas indispensable pour la création de l'ensemble demandé.

## **Chapitre Exemple - Droite d'Euler**

Exemple classique de situation faisant intervenir une homothétie, la démonstration de l'alignement du centre de gravité  $G$ , de l'orthocentre  $H$  et du centre du cercle circonscrit  $O$  d'un triangle est faite ici de façon active puisque l'élève doit créer sur la figure GeoplanW les images des médiatrices par l'homothétie qui interviendra dans la démonstration.

### **Première étape:**

On invite d'abord l'élève à manipuler l'imagiciel pour vérifier que quel que soit le triangle  $ABC$  de centre de gravité  $G$ , et  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  milieux respectifs de  $[BC]$ ,  $[CA]$  et  $[AB]$ , l'homothétie  $h$  de centre  $G$  et de rapport  $-2$  transforme  $A$  en  $A'$ ,  $B$  en  $B'$ , et  $C$  en  $C'$ .

### **Deuxième étape**

A l'aide d'un autre imagiciel l'élève peut constater l'alignement de  $G$ ,  $H$  et  $O$  pour tout triangle  $ABC$ , en déplaçant  $A$ ,  $B$  ou  $C$ .

### **Troisième étape**

Sur la figure, on ajoute les trois médiatrices du triangle et l'homothétie  $h$  et on demande à l'élève de créer les images de ces trois droites :

### **Commentaires**

Cette tâche ne présente aucune difficulté puisqu'on peut utiliser l'article *image d'une droite par une transformation déjà créée*. L'objectif est de pousser les élèves à utiliser ces constructions pour démontrer que les hauteurs étant les images des médiatrices par une homothétie de centre  $G$ , leur point d'intersection  $H$  est l'image de  $O$  par cette homothétie.

### **Quatrième étape**

On propose à l'élève d'accéder au compte rendu pour y rédiger sa démonstration, puis de la comparer avec une démonstration proposée en option.

## Chapitre Activité 2

Il s'agit de reconnaître, parmi des transformations définies analytiquement dans un repère, celles qui sont des homothéties. Il y a sept situations, il est conseillé de les traiter toutes.

Homothétie : Activité 2			
Fichier Chapitres Aide ?			
$\begin{cases} x' = 2x - 1 \\ y' = x + y \end{cases}$ <p>N°1</p>	$\begin{cases} x' = -2x + 6 \\ y' = -2y - 3 \end{cases}$ <p>N°2</p>	$\begin{cases} x' = x^2 - 2 \\ y' = y \end{cases}$ <p>N°3</p>	$\begin{cases} x' = x - 2 \\ y' = y + 1 \end{cases}$ <p>N°4</p>
$\begin{cases} 2x' = 3x - 2 \\ 2y' = 3y + 1 \end{cases}$ <p>N°5</p>	$\begin{cases} x' = x + y \\ y' = x - y \end{cases}$ <p>N°6</p>	$\begin{cases} x' = -0.5x - 3 \\ y' = -0.5y + 6 \end{cases}$ <p>N°7</p>	

Cliquez sur la situation de votre choix.

L'élève choisit une situation, une figure-GeoplanW est fournie, permettant de piloter un point  $M$  et d'observer son image  $N$  par la transformation correspondante. L'observation des traces de  $M$  et  $N$  doit permettre à l'élève de faire une conjecture pour répondre par OUI ou par NON à la question "La transformation  $T$  est-elle une homothétie ?".

### Déroulement

Si l'élève choisit NON et qu'il a tort, on lui dit que  $T$  est une homothétie et on lui demande de la créer.

S'il choisit NON et qu'il a raison, on lui propose d'abord d'accéder au compte rendu pour justifier sa réponse dans la partie commentaire qui lui est réservée, puis de voir des exemples d'arguments prévus par l'auteur du logiciel.

Si l'élève choisit OUI, qu'il ait tort ou raison on lui demande de créer l'homothétie en l'appelant  $h$  (il doit créer son centre préalablement). Il a la possibilité de revenir en arrière par le bouton **Retour** s'il regrette d'avoir dit OUI.

### Analyse de la réponse

On attend une homothétie constante, il n'y a pas de variable dans la figure.

Les erreurs testées sont:

- il n'y a pas d'homothétie de nom  $h$ ,
- l'homothétie convient pour le dessin (ou convient presque) mais elle est variable. Il est probable que l'élève a choisi un centre libre (ou un rapport libre) et qu'il a "ajusté à l'oeil" en utilisant éventuellement l'image de  $M$ .
- l'homothétie  $h$  ne convient pas,
- faute de signe dans le rapport,
- l'homothétie  $h$  transforme  $N$  en  $M$  au lieu de l'inverse,
- l'homothétie  $h$  n'est pas fixe.

### Aide

L'aide contextuelle disponible par le menu *Aide* explique le problème, fait des suggestions pour aider à conjecturer la nature de  $T$  (utiliser les traces, tracer la droite  $MN$ , déplacer  $M$  sur une droite, sur un cercle). Pour créer l'homothétie, trouver son centre  $O$  par le calcul comme point invariant (ou autrement) et le rapport  $k$  en utilisant les coordonnées de vecteurs  $\overrightarrow{OM}$  et  $\overrightarrow{ON}$  et le fait que l'on doit avoir  $\overrightarrow{ON} = k \overrightarrow{OM}$ .

### Commentaire

Dans les menus de création de GeoplanW ne figure pas l'article *transformation définie analytiquement*. Il n'est pas indispensable puisqu'on peut le simuler en créant un point repéré dont les coordonnées sont des expressions. Ici  $M$  est un point libre dans le plan,  $x$  et  $y$  sont respectivement l'abscisse et l'ordonnée de  $M$ , et  $N$  est un point repéré dans le plan dont les coordonnées sont les expressions définissant analytiquement la transformation  $T$ .

## Chapitre Définition analytique

Il faut trouver une définition analytique d'une homothétie dont on donne le centre  $H$  par ses coordonnées dans un repère et le rapport  $k$ .

Une figure GeoplanW est fournie contenant  $H$ ,  $k$  et  $h$  ainsi qu'un point libre  $M$  de coordonnées  $(x,y)$  et son image  $N$  par  $h$ . L'élève doit créer un point  $P$  qui coïncide avec  $N$  pour tout  $M$  en exprimant ses coordonnées en fonction de celles de  $M$ . Il donne ainsi la définition analytique de  $h$ . Il peut consulter un exemple traité (avec d'autres données) :

### Analyse de la réponse

Cet exercice est auto-validable par la coïncidence de  $P$  et  $N$  pour tout  $M$  et l'élève ne devrait appuyer sur le bouton SUITE qu'en étant sûr de sa réponse.

Les erreurs prévues sont :

- il n'y a pas de point  $P$ ,
- l'objet de nom  $P$  n'est pas un point,
- $P$  n'est pas un point défini par ses coordonnées,
- $P$  n'est pas toujours confondu avec  $N$ .

### Aide

L'aide contextuelle du menu *Aide* dit de traduire l'égalité  $\overrightarrow{HP} = k\overrightarrow{HM}$  à l'aide des coordonnées.

## Chapitre Exercices résolus

Trois exercices classiques sont proposés avec un imagiciel permettant de faire des conjectures.

### Exercice 1

Trouver l'ensemble décrit par le centre de gravité d'un triangle dont l'un des sommets décrit une droite, les deux autres sommets étant fixes.

L'élève est invité à trouver cet ensemble grâce à l'imagiciel, à l'aide des traces, puis à vérifier sa conjecture en créant cet ensemble sur la figure-GeoplanW, puis à faire la démonstration.

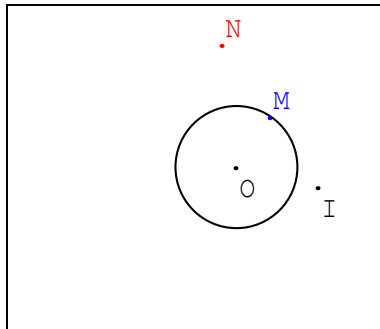
Des aides progressives sont prévues.

L'élève peut ensuite comparer sa solution à celle proposée par le logiciel.

La démarche est la même pour les deux autres exercices.

### Exercice 2

On donne un cercle  $C$  de centre  $O$  et un point  $I$ . Pour tout point  $M$  de  $C$ , on construit le point  $N$  symétrique de  $I$  par rapport à  $M$ . Quel est l'ensemble des points  $N$  ?

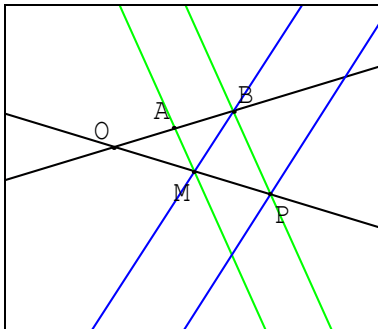


L'imagiciel est fourni,  $M$  étant libre sur  $C$ . Grâce aux traces l'élève peut conjecturer la nature de l'ensemble des points  $N$  et penser à utiliser une homothétie. Il peut aussi vérifier sa conjecture en créant cette homothétie, l'image de  $M$  et celle de  $C$ .

### Exercice 3

Prouver qu'une droite passe par un point fixe.

On donne deux droites  $d_1$  et  $d_2$ , deux points  $A$  et  $B$  sur  $d_1$ .  $M$  est un point libre de  $d_2$ . On trace  $(BP)$  parallèle à  $(AM)$  puis la droite  $D$  parallèle à  $(BM)$  passant par  $P$ . Montrer que  $D$  passe par un point fixe.



L'imagiciel est fourni. En déplaçant  $M$  sur  $d_2$ , l'élève peut constater le résultat demandé.

Il lui reste à comprendre que : la droite  $(BM)$  passant par un point fixe  $B$ , si on arrive à prouver que  $D$  est l'image de  $(BM)$  par une homothétie  $h$  fixe, on prouvera que  $D$  passe par  $h(B)$  qui est fixe.

Il restera à trouver cette homothétie, ce qui n'est pas très facile car le rapport dépend de  $A$  et  $B$ .

## Chapitre Homothéties vérifiant une condition

### 1°) Homothéties transformant un point en un autre point

On donne deux points  $A$  et  $B$  et un réel  $k$  non nul et différent de 1. L'existence d'une homothétie de rapport  $k$  transformant  $A$  en  $B$  est mise en évidence en demandant à l'élève de créer son centre sur la figure GeoplanW d'abord dans un cas particulier avec  $A$  et  $B$  donnés par leurs coordonnées, puis avec  $A$  et  $B$  libres.

#### Analyse de la réponse

- aucun point  $H$  n'a été créé,
- l'objet nommé  $H$  n'est pas un point,
- le point  $H$  créé ne convient pas,
- $H$  est libre,

- l'homothétie de centre  $H$  et de rapport  $k$  transforme  $B$  en  $A$  et non  $A$  en  $B$ .

Si  $H$  est faux, l'image  $A'$  de  $A$  par l'homothétie de centre  $H$  et de rapport  $k$  est ajoutée à la figure-GeoplanW, et l'élève doit corriger. Une réponse par un point  $H$  libre placé "à vue" de façon à ce que  $A'$  coïncide avec  $B$  est reconnue et refusée.

### **Aide**

L'aide contextuelle du menu *Aide* est progressive (en deux étapes):

- première aide : le point  $H$  doit vérifier  $\overrightarrow{HB} = k \overrightarrow{HA}$ . (avec la valeur de  $k$  choisie)

- deuxième aide : vous pouvez calculer les coordonnées de  $H$  en fonction de celles de  $A$  et  $B$ , ou le définir comme barycentre, ou par son abscisse dans le repère  $(A, \overrightarrow{AB})$ .

## **2°) Homothéties transformant un cercle en un autre cercle**

L'élève doit créer les deux solutions d'abord dans un cas particulier (centres donnés par leurs coordonnées et rayons connus) puis dans le cas général (centres libres, rayons libres).

### **Commentaires**

On demande à l'élève de construire les deux centres et les deux homothéties. Il lui est facile de vérifier son travail en créant les images du premier cercle par ces homothéties.

### **Analyse de la réponse**

On teste l'existence des points  $I$  et  $J$  centres des homothéties, celle des homothéties  $h$  et  $k$  et leur adéquation à la question.

Les fautes de signe pour les rapports, ainsi que la confusion avec l'homothétie réciproque sont signalées avec un message approprié.

Une homothétie de centre libre (ou de rapport libre) ajustée "à vue" en utilisant par exemple l'image du premier cercle est refusée.

### **Aide**

L'aide contextuelle du menu *Aide* rappelle que si on appelle  $r$  le rapport d'une homothétie de centre  $I$  transformant  $C_1$  cercle de centre  $O_1$  et de rayon  $R_1$  en  $C_2$  cercle de centre  $O_2$  et de rayon  $R_2$ , on a  $R_2 = |r| R_1$  et  $\overrightarrow{IO_2} = r \overrightarrow{IO_1}$ . Ceci permet de trouver les deux valeurs possibles pour  $r$  puis de définir  $I$  comme barycentre, ou en calculant ses coordonnées à l'aide celles de  $O_1$  et  $O_2$ , ou par son abscisse dans le repère  $(O_1, \overrightarrow{O_1O_2})$  de la droite  $O_1O_2$ .

## Réalisation

### Ministère de l'Education Nationale, de la Recherche et de la Technologie

**CREEM (CNAM)** : Centre de Recherche et d'Expérimentation sur  
l'Enseignement des Mathématiques au Conservatoire National des Arts et  
Métiers

292 rue Saint Martin 75003 Paris

e-mail : [creem@cnam.fr](mailto:creem@cnam.fr)

site web : <http://www2.cnam.fr/creem/>

**SDTETIC DT B1** : Sous-Direction des Technologies Educatives  
et des Technologies de l'Information et de la communication.

Direction de la Technologie.

Bureau des Technologies Nouvelles pour l'Enseignement.

#### Liste des membres du CREEM participant au projet

A.Authier, G. Grolleau, ML Hocquenghem, S Hocquenghem,

F.Monnet, Y.Paquelier, P.Sérès, AM.Serfati, A.Varoquaux.

## Edition et Diffusion

Centre Régional de Documentation Pédagogique de Champagne-Ardenne

47, rue Simon - 51100 REIMS

Site web : <http://crdp.ac-reims.fr>

Directeur de la Publication : J. MARTIN

Dépôt légal : 4ème trimestre 1999

© CRDP de Champagne-Ardenne, 1999